Vejr og klima



Foto: Mario Hoppmann.

Af
Michael Andrew Dolan Møller
April 2024/Okt. 2026.

Indholdsfortegnelse

1. Klimaet- og vejrets fysik - gasser....4
Eksempel....4
2. Boyle-Mariottes lov....4
2.1. Eksperiment - Boyle-Mariottes lov....4
3. Gay-Lussacs 1. lov....4
3.1. Eksperiment – Gay-Lussacs 1. lov....4
3.1.1. Ekstra: Gay-Lussacs 1. lov i detalje – læs først afsnit 4....5
3.2. Eksperiment – Gay-Lussacs 1. lov en gang mere....6
4. Idealgasloven....6
5. Densitet af en gas....7
6. Fugtighed i atmosfæren....7
6.1. Eksperiment - mættede vanddampes densitet....8
Eksempel....9
Øvelse - mosekonebryg....9
7. Atmosfærens tryk i højden....10
Eksempel....10
8. Skyer....11
8.1. ELR - Environmental Lapse Rate....11
8.2. Opdriftsmetoder....12
Konvektion eller arkimedisk opdrift for en boble af vandholdig luft....12
Eksempel – hvis stofmængden og volumen ændres....12
Frontløft....13
Konvergens....13
Orografisk løft....13
8.3. Energiforhold ved løft af luftbobler med vand....14
8.4. Atmosfærens stabilitet....15
Stabil atmosfære....15
Ustabil atmosfære....16
Betinget ustabil atmosfære....17
8.5. Skytyper....17
Kondensation af vanddamp....17
Skytypernes navne....17
8.6. Høj- og lavtryk....19
8.7. Vektoranalyse af corioliskraften....22
Øvelse....23
8.8. Geostrofisk vind....25
Friktionens betydning for luftens bevægelse....25
8.9. Opgaver til afsnit 8....26
8.9.1 Opgave - Høj- og lavtryksområder....26
8.9.2. Opgave - En luftboble i atmosfæren....26
8.9.3. Opgave - Vejrballondata....27
8.9.4. Opgave - Atmosfærens masse og troposfærens andel....27
8.9.5. Opgave - Skyer....28
8.9.6. Opgave - Det tøradiabatiske indeks....28
8.9.8. Opgave - Poissons ligninger....29
8.9.9. Opgave - Skyer over Vestnorge....29
8.9.10. Opgave - Klima i den vestlige del af Nordchile....30

8.9.11. Opgave - Santa Cruz de la Sierra....30
8.9.12. Opgave - Geostrofisk vind....31
9. Klimaets udvikling i nyere tid....31
9.1. Atmosfærens temperaturudvikling....31
9.2. Nedbør....34
9.3. Oversvømmelser....35
9.4. Tørker....35
9.5. Orkaner....36
9.6. Tornadoer....37
9.7. Floraen på Jorden inkl. CO_2s indvirkning på væksten....37
9.8. Sammenfatning....39
10. Planeters atmosfærer....40
10.1. Temperaturen af en planet....40
Øvelse - Jordens middeltemperatur....41
Øvelse - Exoplaneten Qatar-1b....41
10.2. Flydende vand og ilt?....41
10.3. En kompliceret atmosfæremodel....42
Øvelse - Jordens middelindstråling....42
10.3.1. Atmosfæren....44
10.3.2. Jordoverfladen....44
Øvelse - formeltjek....44
10.4. Drivhusgasser....45
10.5. Ændringer i tilbagestrålingen pga. drivhuseffekten....46
10.5.1. Klimamodellen fra 10.3, men med ændret CO_2-indhold....47
11. Manipulation med klimaet....49
11.1. Albedoændring....49
12. Naturlige klimaændringer....49
12.1. Solens indstråling....49
12.2. Havets betydning for klimavariationer....51
12.3. Milankovitch-cyklussen....52
12.3.1. Jordbanens form....53
12.3.2. Jordaksens hældning i forhold til ekliptika....53
12.3.3. Jordaksens præcession....54
12.3.4. Apsidepræcession....55
12.3.5. Andre faktorer....55
13. Afrunding....57
14. Opgaver....57
14.1. Drivhusgasser....57
14.2. Jordens atmosfære og CO_2....57
14.3. Transmission af stråling gennem atmosfæren....58
14.4. Planck stråling og absorption fra CO_2....59
14.5. Klimatilpasning....59
14.6. Jordens klima....60
15. Appendix 1. Funktionen Vådadiabat.tns....60
16. Programmer, litteratur og data....60

1. Klimaet- og vejrets fysik - gasser

Hvis man vil forstå vejret samt klimaet på en planet, så kræves det et basalt kendskab til gassers fysik. Herunder følger en omtale af fundamentet for idealgasloven samt en udledelse af denne. Derudover omtales adiabatisk udvidelse for gasser til at undersøge, hvad der sker når en gassky ændrer tryk og rumfang. En sky er som bekendt ikke en gassky, men en samling af små vanddråber. Vi regner dog for simpelhedens skyld kun på gassers opførsel i dette afsnit.

Vi antager gasser for at være *ideale,* dvs. de er tynde og kræfterne mellem gasmolekylerne er uanseelige pånær, når de støder sammen.

En gas består af et antal atomer/molekyler og man angiver mængden i enheden mol, hvor 1 mol = $6{,}022 \cdot 10^{23}$ partikler. Bogstavet n bruges som symbol for stofmængde. En formel for sammenhængen mellem stofmængden n og antallet af atomer/molekyler, N er $N = n \cdot N_A$, hvor $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}. N_A kaldes for Avogadros konstant.

Eksempel

En gasflaske indeholder 0,25 mol gas. Antallet af gasmolekyler må så være
$N = 0{,}25$ mol$\cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol$^{-1} = 1{,}5 \cdot 10^{23}$ molekyler.

2. Boyle-Mariottes lov

Robert Boyle og Edme Mariotte fandt uafhængigt af hinanden frem til en lov, der angiver sammenhængen mellem en idealgas' tryk, p, og volumen, V, såfremt temperaturen og stofmængden holdes konstant. De fandt at $p \cdot V$ = konstant.

I fysikken definerer man standardbetingelserne som p_0 = 1013,25 hPa, T_0 = 273,15 K. Ved disse betingelser viser det sig, at alle gasser, uanset sammensætning, fylder V_0 = 22,41 L/mol. [27]

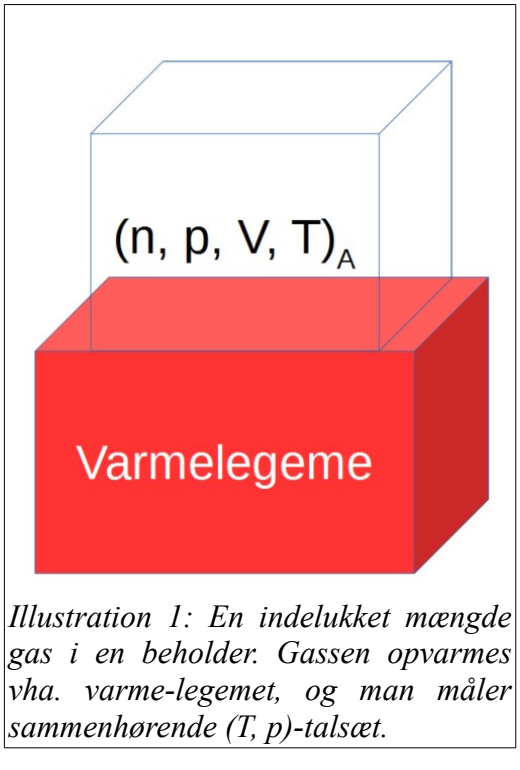


Illustration 1: En indelukket mængde gas i en beholder. Gassen opvarmes vha. varme-legemet, og man måler sammenhørende (T, p)-talsæt.

2.1. Eksperiment - Boyle-Mariottes lov

Tag en injektionssprøjte og monter den på en trykmåler. Mål sammenhørende sæt af tryk og sprøjtevolumen.

Tegn en (p, V)-graf og fortolk den.

3. Gay-Lussacs 1. lov

Hvis man har en bestemt stofmængde gas, hvor volumen ikke ændres gælder Gay-Lussacs 1. lov, som lyder $p = k \cdot T$, hvor T er absolut temperatur. Et idealiseret forsøg kan ses på illustration 1.

3.1. Eksperiment – Gay-Lussacs 1. lov

Tag en tom konisk kolbe og monter en prop med trykmåler i toppen. Nedsænk den i et vandbad, som opvarmes. Stik et godt termomenter ned i vandbadet. Mål sammenhørende værdier af temperatur og tryk.

Tegn en (T, p)-graf og fortolk den.

3.1.1. Ekstra: Gay-Lussacs 1. lov i detalje – læs først afsnit 4

Hvis du ikke er interesseret i forsøgsdetaljer, kan du overspringe dette afsnit og gå til afsnit 4.

I virkeligheden bruger man ofte en trykmåler, som er forbundet med en slange, hvis gas ikke opvarmes. Derfor måler man ikke på den idealiserede opstilling, og derfor må det forventes, at den eksperimentelt bestemte (T, p)-graf ikke udviser en perfekt ligefrem proportionalitet.

En skitse af den faktiske problemstilling kan ses på illustration 2. Det lille volumen repræsenterer den gas, som ligger i trykmålerens slange.

Antagelser
Vi antager, at volumen B er i temperaturligevægt med dets omgivelser, hvilket kan sikres ved at sørge for en langsom opvarmning af volumen A. Derved vil molekylevandringen fra A til B være begrænset, og gassen i B kan nemt holdes ved konstant temperatur, T_0.

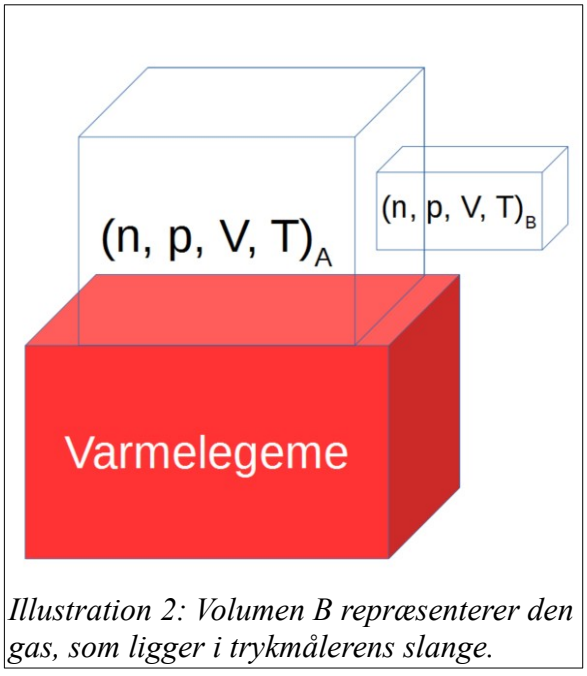


Illustration 2: Volumen B repræsenterer den gas, som ligger i trykmålerens slange.

Trykket, som måles, er p_B, men det er det samme som det ønskede tryk p_A. Trykket udlignes nemlig over de to gasmængder, da de er i kontakt med hinanden. Dvs. $p = p_A = p_B$.

Vi måler temperaturen af gas A, T_A, og kalder denne for T.

Den samlede stofmængde $n = n_A + n_B$ er konstant, men n_A vil falde og n_B vil stige, hvis man opvarmer gas A.

Udledning formel for $p_A(T)$
Nedenstående beregning kræver kendskab til idealgasloven, som er udledt et par sider fremme.

Idealgasloven giver

$$p_A \cdot V_A = n_A \cdot R \cdot T_A \wedge p_A \cdot V_B = n_B \cdot R \cdot T_B.$$

Fra afsnittet om antagelser har vi $T_B = T_0 \wedge T_A = T \wedge p_A = p \wedge n_A = n - n_B$. Ligningerne indsættes i hinanden og p isoleres.

$$p \cdot V_A = (n - n_B) \cdot R \cdot T \wedge n_B = \frac{p \cdot V_B}{R \cdot T_0} \Leftrightarrow p = \left(n - \frac{p \cdot V_B}{R \cdot T_0}\right) \cdot \frac{R \cdot T}{V_A} = \frac{n \cdot R \cdot T}{V_A} - \frac{p \cdot T \cdot V_B}{T_0 \cdot V_A} \Leftrightarrow$$

$$p \cdot \left(1 + \frac{T \cdot V_B}{T_0 \cdot V_A}\right) = \frac{n \cdot R \cdot T}{V_A} \Leftrightarrow p = \frac{\frac{n \cdot R \cdot T}{V_A}}{\left(1 + \frac{T \cdot V_B}{T_0 \cdot V_A}\right)} = \frac{n \cdot R \cdot T}{V_A + \frac{T \cdot V_B}{T_0}}.$$

Der sættes på fælles brøkstreg i nævneren, og man får så

$$\boldsymbol{p = \frac{n \cdot R \cdot T_0 \cdot T}{V_A \cdot T_0 + V_B \cdot T}} \wedge n = \frac{p_0 \cdot (V_A + V_B)}{R \cdot T_0}. \qquad (1)$$

Man ser straks, at i grænsen, hvor $V_B << V_A$ (og da $T \sim T_0$) så går loven over i Gay-Lussacs 1. lov.

3.2. Eksperiment – Gay-Lussacs 1. lov en gang mere

Apparatur: Gaskolbe, gryde, komfur, godt termomenter, god trykmåler, skydelære, lineal.

Måleprogram og databehandling

a) Mål gaskolbens volumen samt slangens volumen. Benyt en skydelære til at bestemme indre diameter for slangen. Mål starttemperaturen, T_0 med et godt termometer - tjek først for nulpunktsfejl i termometeret. Aflæs starttrykket og benyt derefter idealgasligningen til at finde n.
b) Beregn den teoretiske formel for $p(T)$.
c) Mål (T, p)-sæt (mindst 10 og gerne 20) og tegn en (T, p)-graf. Lav lineær regression på grafen og kommenter.
d) Tegn den teoretiske $p(T)$-kurve (se formel på forrige side) i samme koordinatsystem som (T, p)-grafen og kommenter.
e) Varier konstanterne for den teoretiske kurve indtil teoretisk kurve og målt kurve stemmer overens. Hvilke(n) af startbetingelserne var målt forkert?

4. Idealgasloven

En gas opfylder de tre gaslove *Boyle-Mariottes lov, Gay-Lussacs 1. lov* samt *Gay-Lussacs 2. lov.* Ved brug af 2 af ovenstående love kan man udlede idealgasligningen.

Boyle-Mariottes lov lyder: $p \cdot V = k$, for konstant temperatur.
Gay-Lussacs 1. lov lyder: $p = a \cdot T$, for konstant gasrumfang.
Gay-Lussacs 2. lov lyder: $V = b \cdot T$, for konstant gastryk.

Nedenfor betragtes et stempel med en start- og sluttilstand samt en mellemstand. Mellem start- og mellemtilstand er rumfanget fastholdt, så Gay-Lussacs 1. lov gælder i begge tilstande. Mellem mellem- og sluttilstand holdes temperaturen konstant, så Boyle-Mariottes lov gælder i begge tilstande.

Dvs. vi har følgende to sammenhænge

$$\frac{p_m}{T} = \frac{p_0}{T_0} \wedge p \cdot V = p_m \cdot V_0.$$

Ovenfor isoleres p_m og de to udtryk sættes lig hinanden. Heraf følger

$$p_m = \frac{p_0 \cdot T}{T_0} \wedge p_m = \frac{p \cdot V}{V_0} \Leftrightarrow$$
$$\frac{p_0 \cdot T}{T_0} = \frac{p \cdot V}{V_0} \Leftrightarrow$$
$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{p \cdot V}{T}.$$

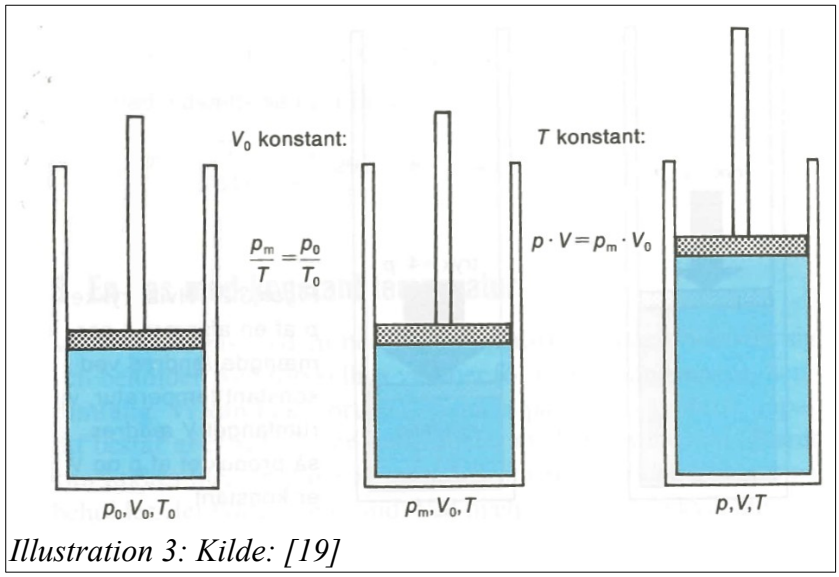


Illustration 3: Kilde: [19]

Vi vælger startbetingelserne til at være *standardbetingelserne*, dvs p_0 = 101325 Pa, T_0 = 273,15 K

og $V_0 = n \cdot 22{,}41$ L/mol. Her er p_0 i øvrigt middeltrykket ved Jordens overflade. Værdierne indsættes og man får

$$n \cdot 8{,}31 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot \mathrm{mol} \equiv n \cdot R = \frac{p \cdot V}{T} \Leftrightarrow \boldsymbol{n \cdot R \cdot T = p \cdot V}, \tag{2}$$

hvor gaskonstanten R er blevet defineret.

Ovenstående lov kaldes idealgasligningen. Loven gælder for rigtig mange slags gasser, men arbejder man med opstillinger med meget store tryk eller meget lave temperaturer, gælder loven ikke. Loven gælder heller ikke for vandgas, da vandmolekyler indbyrdes påvirker hinanden med intermolekylære kræfter.

5. Densitet af en gas

Densiteten af en gas kan beregnes ved brug af idealgasligningen, hvis man bruger definitionen af densitet samt molarmasse.

Definitionen for densitet lyder $\varrho = m/V$ og idealgasloven er $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$. Molarmassen, M, for en gas er defineret som massen af et mol gas. Dvs. $m = n \cdot M$.

Indsættes formlerne for densitet og molarmasse i idealgasligningen får man

$$\frac{p \cdot m}{\varrho} = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T.$$

Reduceres ovenstående udtryk og isoleres densiteten får man følgende udtryk

$$\varrho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}. \tag{3}$$

Formlen gælder for et volumen gas, der har ensartet temperatur og tryk over hele volumenet. Hvis tryk og/eller temperatur varierer indenfor volumenet - f. eks. hvis der er tale om en høj gassøjle i atmosfæren, skal man splitte gassen op i flere volumenelementer, der har konstant tryk og temperatur. Densiteten af disse volumenelementer vil derfor variere.

6. Fugtighed i atmosfæren

Ovenfor blev idealgasloven udledt: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$.

Vi fandt også et udtryk for densiteten af en idealgas: $\varrho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$.

Spørgsmålet, vi ønsker at besvare her, er, hvor meget vandgas atmosfæren kan indeholde ved en given temperatur og et givet tryk. "Hvor meget" hentyder her til hvor meget vandgas, der kan være pr. rumfang - altså densitet. Vi kan ikke direkte måle densiteten af vandgassen, men vi kan ret nemt måle tryk, og vi kan udnytte det fænomen, der hedder *mættede vanddampes tryk* til at finde en sammenhæng mellem tryk og temperatur, når der er maksimal tæthed af vandgas over vandet.

Fænomenet vises ved at varme vand i en kolbe op til kogepunktet og lade det koge så længe, at vanddampen har fortrængt alt luft ud af kolben. Dermed er der kun vandgas over vandet. Når vandet koger, påsættes en prop med en monteret trykmåler samt et termometer, og man fjerner så kolben

fra opvarmningen. Afkøling begynder, men vandet bliver ved med at koge uanset, at temperaturen kommer langt under 100 °C. Forklaringen på fænomenet er som følger: Når temperaturen falder, fortætter vandgas til dråber, og dermed falder trykket. Derfor er det nemmere for vandmolekyler at forlade vandoverfladen - dvs. vandet kan koge. Der er altså ligevægt mellem fordampning og fortætning, og der er maksimal mængde af vandgas over vandet.

Det er samme fænomen en bjergbestiger oplever i stor højde. Når han skal lave mad, tager tilberedningen længere tid, fordi vandet koger ved en lavere temperatur end normalt.

Hvis man udfører forsøget med at måle mættede vanddampes tryk som funktion af temperaturen, som det er vist i illustration 4, kan man se, at trykket og temperaturen nærmest fremstiller en eksponentialfunktion, hvilket kan overraske, da idealgasloven forudser, at grafen bør være tilnærmelsesvist en ligefrem proportionalitet, da volumenet, V, er konstant og stofmængden, n, kun stiger lidt for stigende temperatur. Konklusionen er, at mættet vanddamp *ikke* er en idealgas.

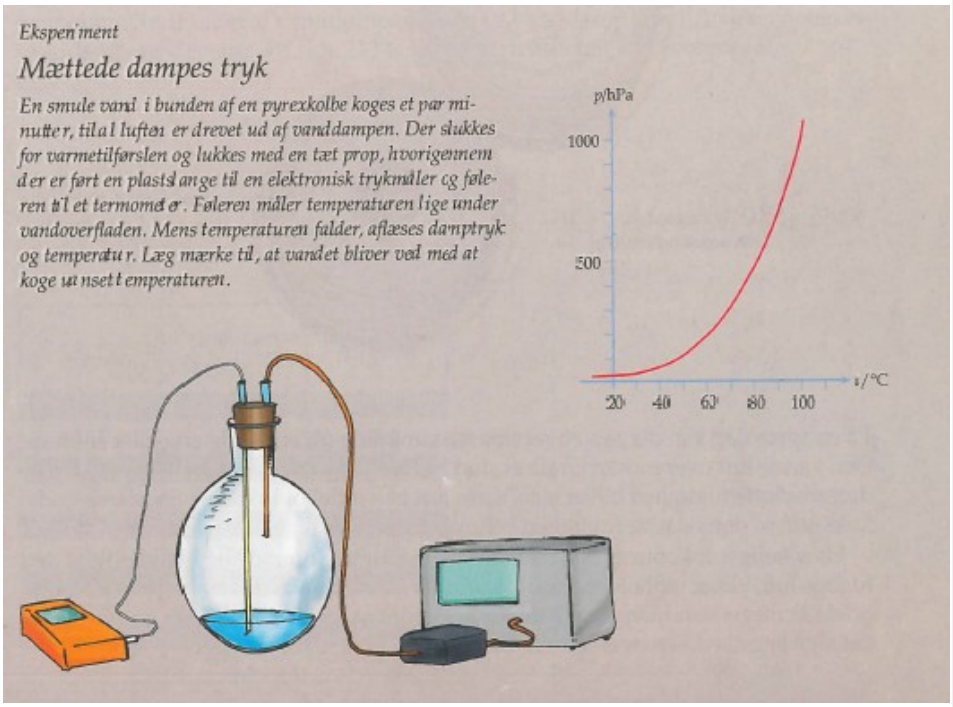


Illustration 4: Opstilling til at måle mættede dampes tryk. [18].

Hvis vi betragter en situation, hvor gassens temperatur og tryk ikke ændrer sig, viser det sig, at idealgasloven alligevel fungerer, dvs. vi kan godt bruge formlen for densitet, som jo er udledt for ideale gasser, såfremt vi betragter et tilfælde, hvor p og T ikke varierer. (Vi kan altså *ikke* bruge idealgasloven til at *forudsige* noget om gassen, hvis der f. eks. sker en tryk- eller temperaturændring.)

Vi kan finde vandets densitet ved alle de målte værdier af T og p ved at bruge formlen for densitet, idet vi erindrer, at for et givent (T, p)-sæt, så gælder idealgasloven.

6.1. Eksperiment - mættede vanddampes densitet

a) Udfør forsøget ovenfor og udfyld en (T, p)-tabel. Lav en passende regression.
b) Beregn ren vanddamps molarmasse og benyt formlen for densitet[1] til at beregne densiteten for vandet.

1 Husk at molarmassen for vand skal bruges i formlen for densiteten.

c) Lav en tendensfunktion for $\rho(T)$. Noter den her:_____.

- o -

En tendensfunktion, der er bedre end den, du fandt i spørgsmål a ovenfor, er Tetens ligning for trykket, ([20]) som i intervallet 273 K-373 K lyder

$$p = 610{,}78\ \text{Pa} \cdot e^{\frac{17{,}27 \cdot T - 4717{,}3\ \text{K}}{T - 35{,}85\ \text{K}}}. \quad (4)$$

T (K)	p (hPa)	ϱ (kg/m^3)
281	10,7	
283	12,3	
285	14,0	
287	16,0	
289	18,2	
291	20,6	
293	23,4	
295	26,4	
297	29,8	
299	33,6	

Tabel 1. Data taget fra [18]. (Flere data her: http://www.natlex.dk/vanddamptryk.html) Tetens ligning kan bruges til at beregne p.

Ovenfor har du fundet en sammenhæng mellem den mængde vanddamp atmosfæren maksimalt *kan* indeholde ved en given temperatur. (Formlerne 3 og 4). Men det betyder ikke, at luften rent faktisk indeholder denne mængde vanddamp.

I naturen er der jo ikke enten vandgas eller tør luft i atmosfæren. Der er det altid en blanding. Dalton har vist, at det samlede tryk i en gas er lig med summen af partialtrykkene, dvs. trykket er

$$p = p_{\text{tør luft}} + p_{\text{vanddamp}}.$$

Venstresiden kalder vi ofte for barometerstanden p_0. I et stykke atmosfære er der et samlet tryk, og hvis vi vil finde ud af hvor stor den absolutte luftfugtighed er, skal vi jo kende bidraget fra mættet vanddamp.

Det er nemt nok at måle barometerstanden, men det er ikke så nemt at måle bidraget fra den tørre luft, og derfor er det ikke umiddelbart nemt at måle vanddamptrykket. Derfor vil vi udnytte, at man kan måle den *relative luftfugtighed*, som er forholdet mellem den faktiske vanddamps densitet og den vanddamps densitet, som luften potentielt er i stand til at indeholde. Dette gøres f.eks. med et hygrometer.

Eksempel

Hvis temperaturen er 18 ºC, så er $\varrho_{\text{mættet}} = 0{,}0154$ kg/m^3. Hygrometeret viser en relativ luftfugtighed på 60 %. Dermed er den faktiske densitet af vanddamp i atmosfæren $\varrho = 0{,}60 \cdot 0{,}0154$ kg/m^3 = 9,24 g/m^3.

Øvelse - mosekonebryg

En luftmængde har en relativ luftfugtighed på 50 %. Luften er 13 °C. Den blæser hen over et koldt område, som har temperaturen 0 °C.

a) Beregn mættet vanddamps densitet for luften, når den er 13 °C.
b) Beregn den absolutte luftfugtighed.
c) Beregn mættet vanddamps densitet for luften, når den er kølet ned til frysepunktet.
d) Hvad sker der med luften?

- o -

7. Atmosfærens tryk i højden

Betragt en luftsøjle, som vist på illustration 5.

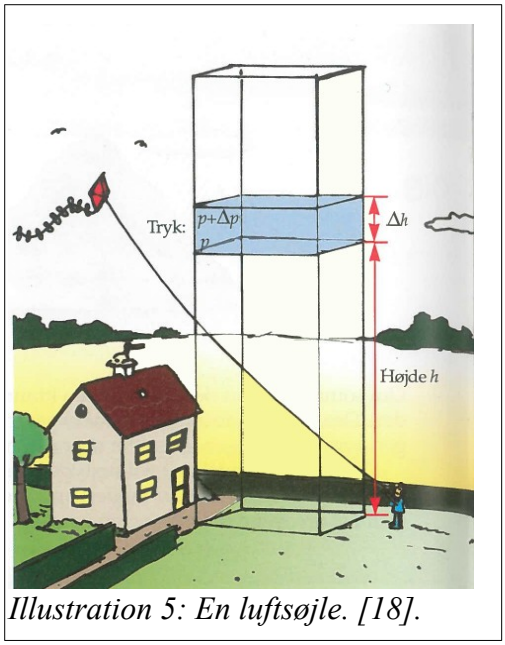


Illustration 5: En luftsøjle. [18].

Trykket kan beregnes ved hjælp af formlen for trykket fra en væskesøjle. Det er nemlig en ækvivalent problemstilling, når der er tale om en gassøjle. Man skal bare sørge for, at højdeændringen er så lille, at densiteten af gassøjlen ikke ændres.

Vi kan derfor skrive

$$p(h)=p(h+\Delta h)+\varrho\cdot g\cdot\Delta h\Leftrightarrow$$
$$\Delta p=p(h+\Delta h)-p(h)=-\varrho\cdot g\cdot\Delta h\Rightarrow$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta h}=-\varrho\cdot g. \qquad (5)$$

Vi ser altså, at for stigende højde falder trykket. Den sidste ligning ovenfor kaldes ligningen *for hydrostatisk ligevægt*. Hvis vi benytter udtrykket for en gas' densitet får vi

$$\Delta p=-\varrho\cdot g\cdot\Delta h=-\frac{p\cdot M}{R\cdot T}\cdot g\cdot\Delta h\Leftrightarrow$$
$$\frac{\Delta p}{p}=\frac{-g\cdot M\cdot\Delta h}{R\cdot T}. \qquad (6)$$

Bemærk, at vi som udgangspunkt har benyttet at densiteten er konstant, og derfor skal forholdet mellem tryk og temperatur også være konstant. Det er kun opfyldt såfremt volumen af gassen og dens stofmængde ikke ændres. (Gay-Lussacs 1. lov).

Ved opstigende gasser ændres volumen faktisk, og derfor skal man være varsom med at bruge ovenstående formel ved større højdeskift, men højdeforskelle på op til 100 m er OK.

Eksempel

Luftens molarmasse er 28,96 g/mol. (Se opgave nedenfor.) En dag er temperaturen 20 °C. Vi vil beregne den relative trykændring over en højde på 100 m, som ca. svarer til højdeforskellen mellem Himmelbjergets top og det omkringliggende terræn. (Himmelbjergets top er 147 m over havniveau.) Vi indsætter i formlen og får

$$\frac{\Delta p}{p}=\frac{-g\cdot M\cdot\Delta h}{R\cdot T}=\frac{-9{,}82\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}02896\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}\cdot 100\ \mathrm{m}}{8{,}31\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}\cdot\mathrm{mol}}\cdot 293\ \mathrm{K}}=-1{,}2\,\%.$$

Hvis trykket var 1 atm ved bunden af bakken, så er trykket altså 0,99 atm ved toppen.

Hvis man lader højdeforskellen gå mod 0, bliver differensligningen ovenfor til en differentialligning, som skal løses i opgave 8.8. Facit bliver

$$p(h) = p_0 \cdot \left(1 + \frac{\Gamma_{ELR} \cdot h}{T_0}\right)^{\frac{-M \cdot g}{R \cdot \Gamma_{ELR}}}. \quad (7)$$

Ovenfor er antaget, at temperaturgradienten i troposfæren – den såkaldte *environmental lapse rate,* Γ_{ELR} er konstant. (Ca. -6,9 K/km). T_0 er den absolutte temperatur ved jordoverfladen.

8. Skyer

Vandet i atmosfæren er nogle gange synligt, andre gange usynligt. Hvis man ikke kan se vandet, er det fordi, vandet er på gasform - for gasser kan man ikke se. Hvis man ser en sky, er vandet i luftmassen fortættet til små synlige dråber, som kan være så små, at opdriften holder dem svævende.

Vi så i afsnittet *Fugtighed i atmosfæren,* at luftens evne til at indeholde vand afhænger af tryk og temperatur. Tetens ligning beskrev sammenhængen mellem de to. Ved at bruge idealgasloven og Tetens ligning blev det muligt at finde densiteten af mættet vanddamp (altså gas) i atmosfæren, som funktion af temperaturen. (Se tabel 1.) Eftersom atmosfærens temperatur varierer med højden, vil skyer også kun dannes under visse betingelser.

8.1. ELR - Environmental Lapse Rate

En tommelfingerregel siger, at luftens temperatur falder med ca 1 °C pr. 200 højdemeter. Tallet er kun vejledende, da det afhænger af flere forhold, som f. eks. aktuel solindstråling og underlagets art (sand, vand osv). På illustration 6 kan man se en typisk temperaturkurve. Hældningen af de forskellige grafstykker benævnes Γ_i, og for det nederste stykke er i = ELR, som betyder **E**nvironment **L**apse **R**ate.

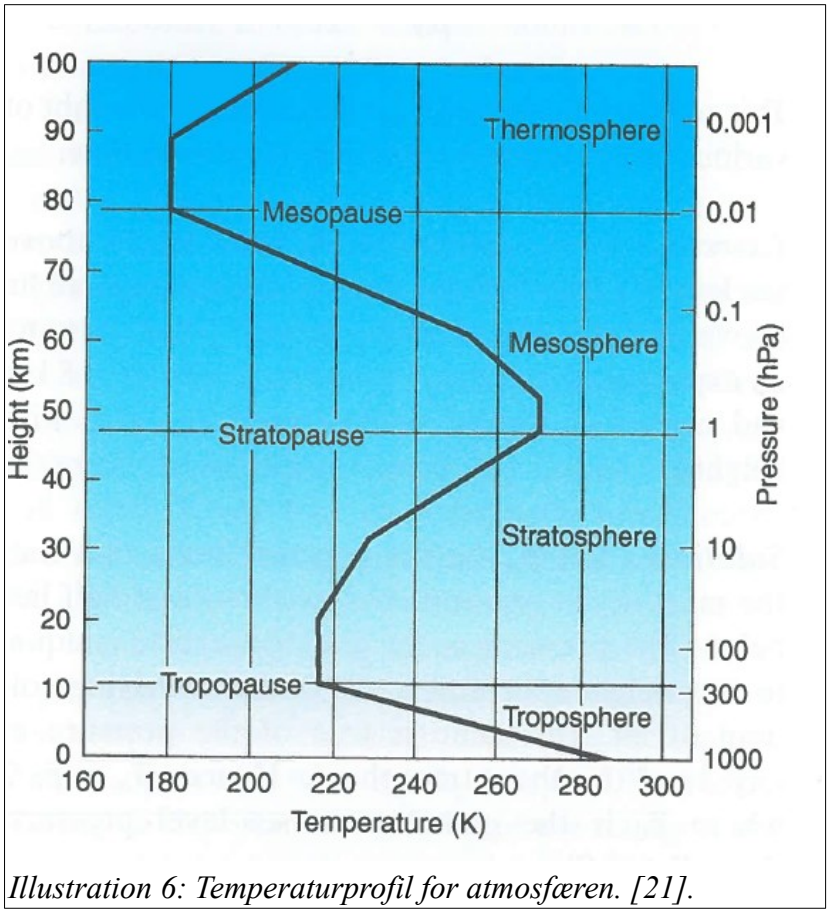


Illustration 6: Temperaturprofil for atmosfæren. [21].

På figuren kan man se at

$$\Gamma_{ELR} = \frac{(218 - 287)\,K}{10\,km} = -6{,}9\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{km}}$$

for Troposfæren.

Hvis man ønsker at finde den eksakte Γ for ens eget sted, kan man udstyre en vejrballon med en højde- og temperaturmåler og en indbygget radiosender, og så ellers sende ballonen til vejrs.

8.2. Opdriftsmetoder

Konvektion eller arkimedisk opdrift for en boble af vandholdig luft

Arkimedes lov lyder $F_{op}=\varrho_{luft}\cdot V\cdot g$ og tyngdeloven lyder $F_t=\varrho_{vandig-luft}\cdot V\cdot g$. Hvis $F_t<F_{op}$ vil en gasboble stige til vejrs, dvs. kravet for opdrift er $\varrho_{luft}>\varrho_{vandig-luft}$.

En luftboble indeholdende vanddamp vil automatisk være lettere end en tilsvarende luftboble med tør luft. Det skyldes at vandmolekyler kun vejer ca. 18 u, mens ilt- og kvælstofmolekyler vejer hhv. 32 u og 28 u. Da et bestemt volumen ved et givet tryk og temperatur altid indeholder samme antal molekyler, og da middelmolekylemassen er mindre for vandholdig luft vil vandholdige luftbobler pga. opdriftsloven automatisk søge opad, indtil tyngdekraft og opdrift bliver ens.

Middelmolekylemassen kan beregnes, hvis man f. eks. har antalsprocenterne af de enkelte molekyler i gassen. Man kan bruge formlen

$$m=\sum N_i\cdot m_i \Leftrightarrow <\mathbf{m}>=\frac{m}{N}=\sum\frac{N_i\cdot m_i}{N}=\sum\frac{\boldsymbol{\eta_i\cdot m_i}}{\mathbf{100\ \%}} \tag{8}$$

til at bestemme middelmolekylemassen.

Eksempel – hvis stofmængden og volumen ændres

Knastør luft indeholder fortrinsvist N_2, O_2, Ar og CO_2. Antalsprocenterne er hhv. 78,08 %, 20,95 %, 0,93 % og 0,034 %. Det giver en middelmolekylemasse på

$$<m>=\frac{78{,}08\cdot 28\,u+20{,}95\cdot 32\,u+0{,}93\cdot 40\,u+0{,}034\cdot 44\,u}{100}=28{,}95\,u.$$

Hvis man tilsætter 1 % vandmolekyler, vil der nu være "101 %" gas, og så får man en ny middelmolekylemasse, som er

$$<m>=\frac{78{,}08\cdot 28\,u+20{,}95\cdot 32\,u+0{,}93\cdot 40\,u+0{,}034\cdot 44\,u+1\cdot 18\,u}{101}=28{,}84\,u.$$

Densiteten af luftarterne er $\rho=\frac{m}{V}=\frac{<\mathrm{m}>\cdot N}{V}$. Dvs. $\frac{\rho_{tør}}{\rho_{våd}}=\frac{<\mathrm{m}>_{tør}}{<\mathrm{m}>_{våd}}=\frac{28{,}95\,u}{28{,}84\,u}=1{,}004$. Altså er kriteriet for opdrift opfyldt, og den vandholdige gasboble vil stige til vejrs. Her er det vigtigt at huske, at $V=n\cdot V_0=\frac{N}{N_A}\cdot V_0$, dvs. når man regner densiteterne ud, så vil volumenerne også ændres, da N ændres.

Vandholdige luftbobler kan dannes over vand, som opvarmes af Solen eller luften. Når luften modtager/frigiver varme kaldes processen *diabatisk,* i modsætning til *adiabatiske* processer, som beskrives senere. Når vandmolekylerne fordamper, blandes de med den tørre luft, og jo flere vandmolekyler, der er i en luftboble des højere opdrift.

Frontløft

Hvis en varm- og koldfront mødes, vil den varme luft presses op over den kolde luft. Det skyldes, at densiteten aftager med stigende temperatur. Vi fandt jo tidligere at $\varrho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$. Der er altså tale om opdrift igen, men med *advektion*[2] til at flytte luftmasserne mod hinanden. Illustration 7 viser princippet ved frontløft.

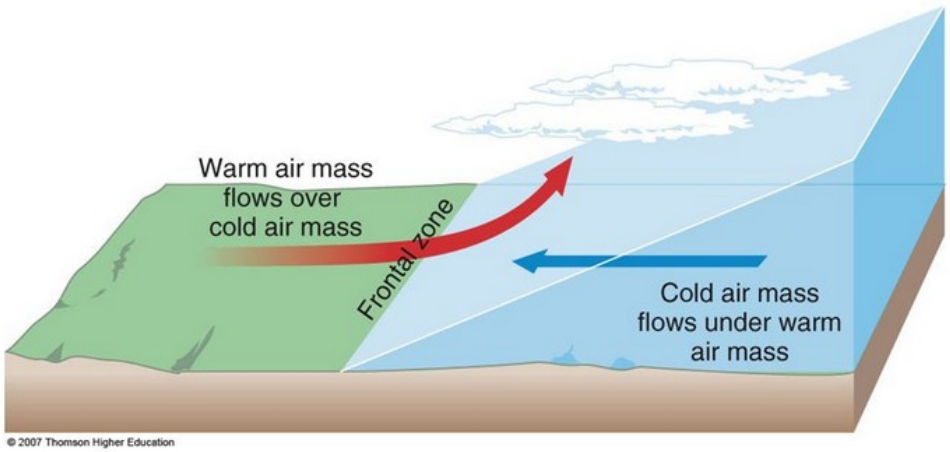


Illustration 7: Varm luft løftes over kold luft. [22].

Efterhånden som den varme luft stiger til vejrs, vil den opleve et tryk- og et temperaturfald. Det vil give anledning til et fald i densiteten, som ofte vil falde i en langsommere takt end omgivelsernes densitet og dermed standse opdriften. En anden effekt er, at afkølingen af den varme luft bevirker, at luften muligvis rammer dugpunktet, og skydannelse og nedbør kan derfor dannes. Bemærk at skydannelse frigiver termisk energi ved fortætningen, og derfor falder temperaturen ikke så meget med højde, som længere nede.

Konvergens

Ved lavtryksområder strømmer luft ind mod et centrum, og derfor stiger trykket der. Luften kan kun udligne trykket ved at strømme opad. Derved oplever luften samme fænomen, som ved frontløft, nemlig at den afkøles og til sidst fortættes. Fortætningen frigiver energi, og derfor vil temperaturen ikke falde ret meget - faktisk vil den i visse tilfælde stige. Det øger opdriften og endnu mere luft kan strømme til. Det kan give enorme tordenskyer med kraftig regn til følge.

Orografisk løft

Orografisk løft betyder, at luften møder en forhindring som f.eks. et bjerg på sin vej, og den presses opad. Atter bliver luften afkølet og kan fortætte vandet til skyer. Det kan give kraftige regnområder, som f. eks. Bergen oplever, og det kan også give meget tørre områder på læsiden af bjerget.

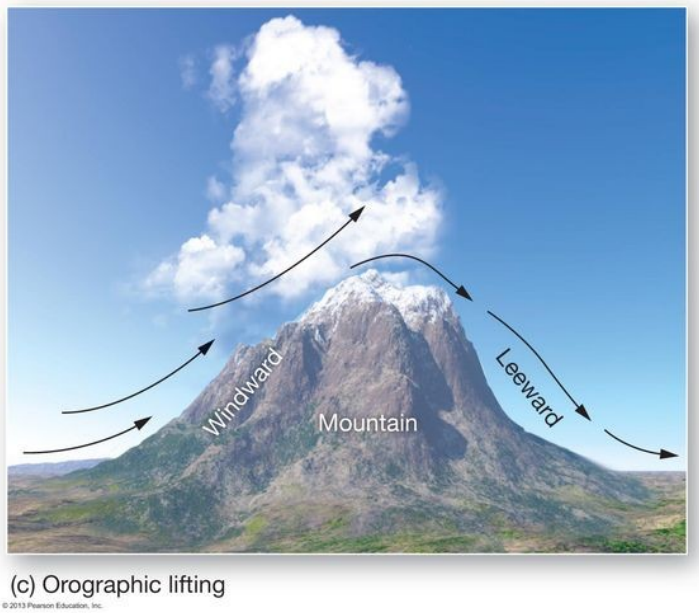


Illustration 8: Orografisk løft. Luften afkøles når den presses over bjerget. Det giver anledning til nedbør. Den tørre luft opvarmes på vejen ned på læsiden, og da der ikke kræves energi for at fordampe vand, bliver luften endnu varmere her end på vindsiden. En fønvind er skabt. [23].

2 Advektion betyder lufstrøm i horisontal retning.

Den patagonske slette i Argentina er dannet, fordi Andesbjergene aftørrer den fugtige luft fra Stillehavet, og aftørringen er så grundig at sletten nærmest er en ørken. Fænomenet er vist på illustration 8.

8.3. Energiforhold ved løft af luftbobler med vand

En luftboble med vand, som stiger til vejrs udvider sig pga. trykfaldet på vej op. Når trykket falder udvider luften sig, og så falder temperaturen af luften. Det går så hurtigt - og luft er oveni også en dårlig varmeleder - at luftboblen tilnærmelsesvist kan betragtes som et varmeisoleret system. Man kalder udvidelsen for *adiabatisk*.

Energien i skyen falder, fordi skyen udfører et arbejde på omgivelserne. Det kan skrives som $\Delta E_{term}^{sky} = Q + A$, hvor $Q = 0$ ved den adiabatiske afkøling.

Idealgasloven indeholder 3 parametre, *p, V, T,* men for adiabatiske processer kan man skrive to ligninger op, så man kun behøver at kende til 2 parametre for at bestemme sammenhængen mellem f.eks. tryk og volumen eller temperatur og volumen. Det viser sig, at følgende gælder:

$$p \cdot V^{\gamma} = konstant \wedge \gamma = \frac{f+2}{f}. \tag{9}$$

For atmosfæren er $f = 5$. (Der er antaget, at atmosfærens molekyler allesammen er diatomige dvs. består af 2 atomer. Hvorfor tallet er 5 kan du læse om på universitetet.) γ kaldes det adiabatiske indeks og er forholdet mellem den specifikke varmekapacitet af luften ved fastholdt tryk og den specifikke varmekapacitet ved fastholdt volumen, altså $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$. Formlen ovenfor udledes i opgaven om Poissons ligninger på side 29.

Regner man på en luftboble, som ikke er mættet med vanddamp, viser det sig at gassen afkøles med en rate på $\Gamma_{tør}$ = -9,9 K/km. Denne rate kaldes for det *tøradiabatiske indeks.* I opgaven på side 28 får man mulighed for at udlede et udtryk for det tøradiabatiske indeks. Læg mærke til at tallet er forskelligt fra Γ_{ELR} = -6,9 K/km.

Hvis man derimod regner på en luftboble indeholdende mættet vanddamp, så ændres afkølingen, fordi vandet fortættes og dermed afleverer energi. Ændringen afhænger af afkølingen, men man kan løst regne med, at det *vådadiabatiske indeks* er $\Gamma_{våd}$ = -4,5 K/km. Hvis man har behov for en mere præcis værdi, kan den aflæses på illustration 9. Alternativt kan man downloade funktionen *vådadiabat.tns* fra astro-gym.dk. Den virker dog kun, hvis man har TInSpire installeret på sin pc. Funktionen er også udskrevet i *15. Appendix 1. Funktionen Vådadiabat.tns*, og så kan læseren f. eks. indskrive det i Matlab, Maple eller et andet foretrukket sprog.

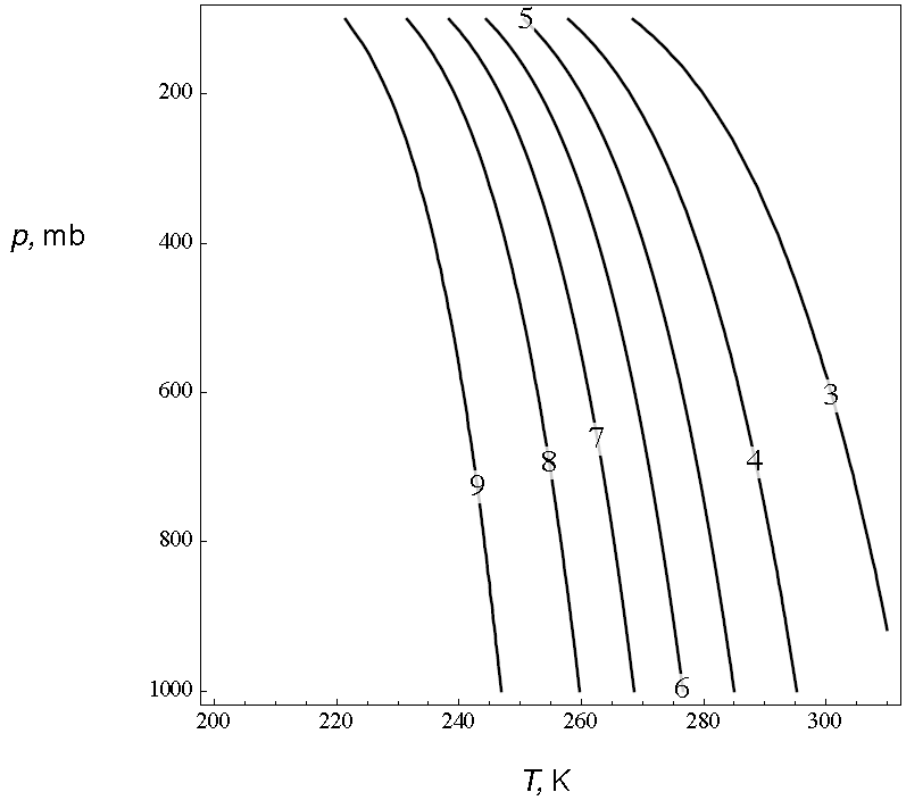


Illustration 9: Den numeriske værdi af det vådadiabatiske indeks. Bemærk, at trykket står i mbar. 1 mbar = 101,325 Pa. Enheden for $\Gamma_{våd}$ er K/km. *[24].*

8.4. Atmosfærens stabilitet

Vi har i afsnit 8.2 set hvordan luftbobler kan løftes op ved hjælp af forskellige mekanismer. Hvis en luftboble har en tendens til at søge tilbage til sin startposition, efter at den har været flyttet, siges atmosfæren at være *stabil*. Ellers kaldes atmosfæren *ustabil.* Vi har i formel 3 set, at hvis temperaturen af en gas falder, så stiger densiteten af gassen. (Husk at trykket inde i en luftboble er det samme som trykket i omgivelserne.) Dvs. hvis en luftboble er varmere end omgivelserne, vil den stige til vejrs pga. opdriften, og hvis luftboblen er koldere end omgivelserne, vil den synke ned.

Man kan finde ud af, om atmosfæren er stabil eller ustabil ved at sammenligne de numeriske værdier af Γ_{ELR}, $\Gamma_{våd}$ og $\Gamma_{tør}$. [34].

Stabil atmosfære

Hvis $|\Gamma_{ELR}| < |\Gamma_{våd}|$ vil en luftsøjle afkøles langsommere end en lufboble indeholdende vanddamp – uanset om vandet i boblen er mættet eller ej. Dvs. densiteten af den omgivende luft vil i en vis højde være lavere end densiteten af luftboblen, og derfor vil opdriften på luftboblen være mindre end tyngdekraften. En boble, der er løftet opad ved hjælp af en af de 4 metoder, vi så i afsnit 8.2, vil altså søge ned mod sin oprindelige position.

Hvis man oplever at jorden afkøles kraftigt en nat, så temperaturen af luftsøjlen *vokser* med højden, vil luftsøjlen altid have en mindre densitet end en luftboble, og derfor vil atmosfæren også være stabil i denne situation. Man siger, at der er en *temperaturinversion*.

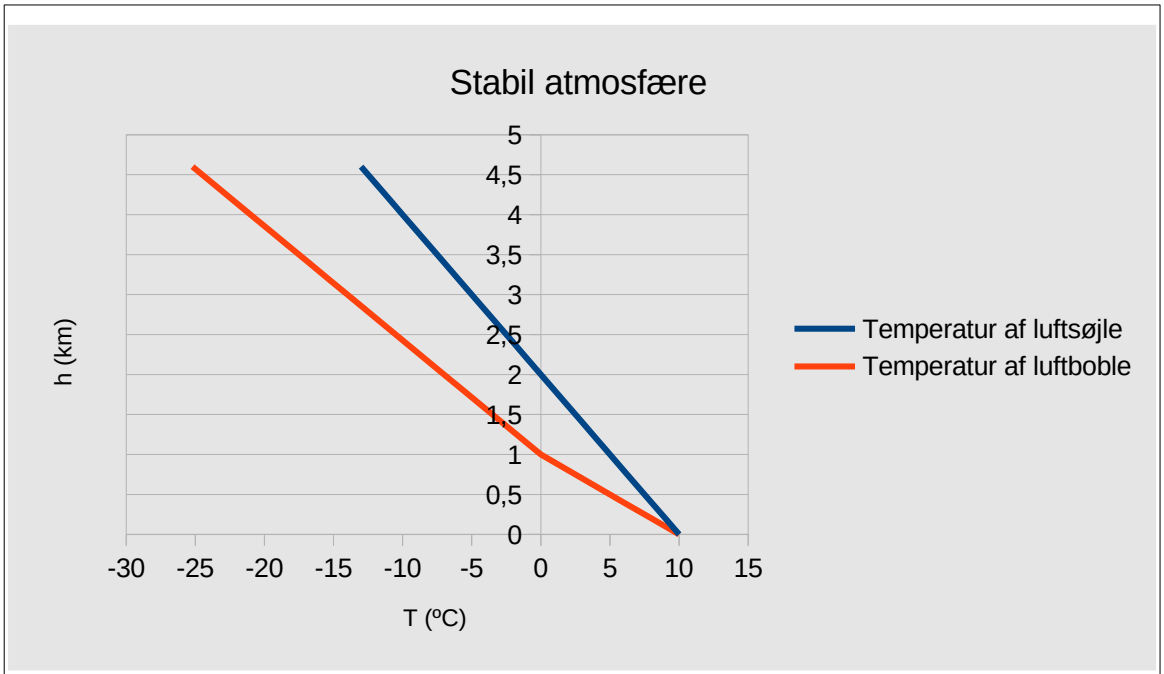


Illustration 10: Eksempel på en stabil atmosfære, hvor en luftkolonnes temperatur aftager langsommere (stejlere hældning) end en luftboble indeholdende vand.

Ustabil atmosfære

Hvis $|\Gamma_{ELR}| > |\Gamma_{tør}|$ vil en luftsøjle afkøles hurtigere end en luftboble indeholdende vanddamp – uanset om vandet er mættet eller ej. Dvs. densiteten af den omgivende luft i en vis højde vil være større end densiteten af luftboblen, og derfor vil opdriften på luftboblen være større end tyngdekraften. Boblen vil altså fortsætte med at stige.

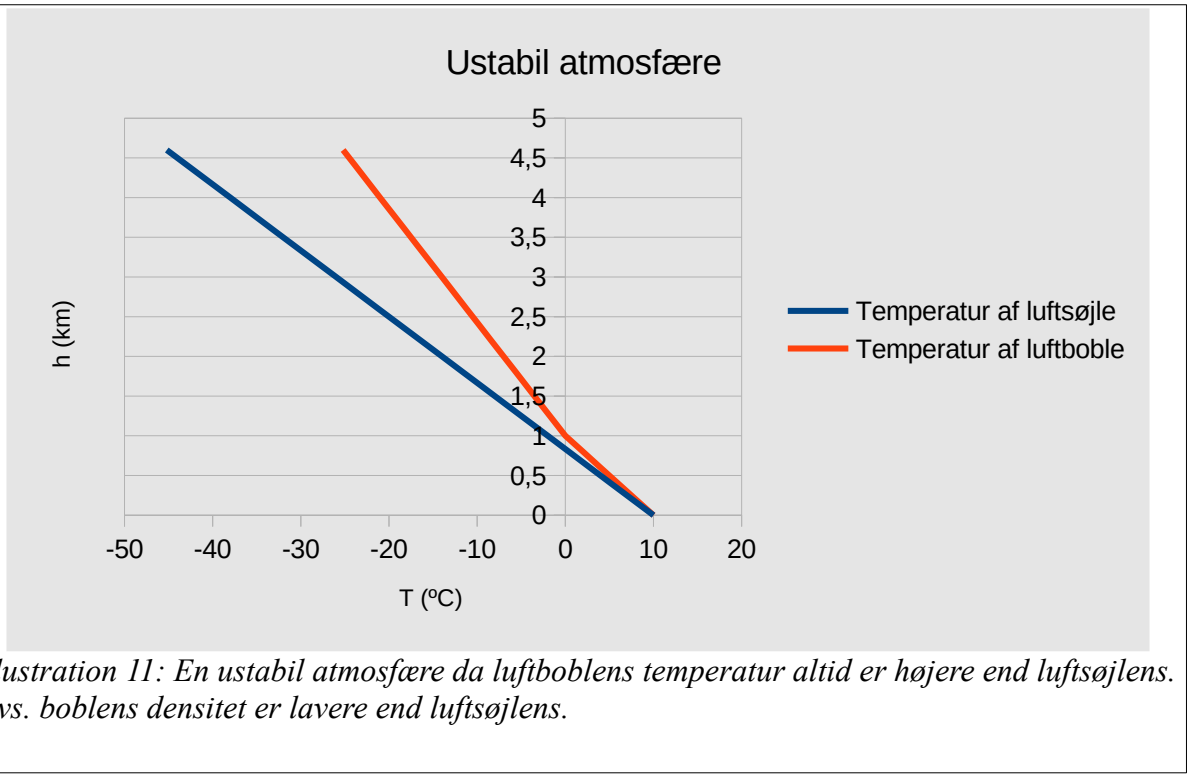


Illustration 11: En ustabil atmosfære da luftboblens temperatur altid er højere end luftsøjlens. Dvs. boblens densitet er lavere end luftsøjlens.

Denne effekt kan f. eks. opstå, hvis kølig luft i en stor højde blæser ind over et område, eller hvis

der sker stor udstråling fra atmosfæren til rummet. Hvis overfladen opvarmes meget bliver atmosfæren også ustabil.

Betinget ustabil atmosfære

Hvis $|\Gamma_{Tør}| > |\Gamma_{ELR}| > |\Gamma_{våd}|$ vil en luftboble indeholdende mættet vanddamp opleve en ustabil atmosfære, mens en umættet luftboble vil opleve en stabil atmosfære. [33].

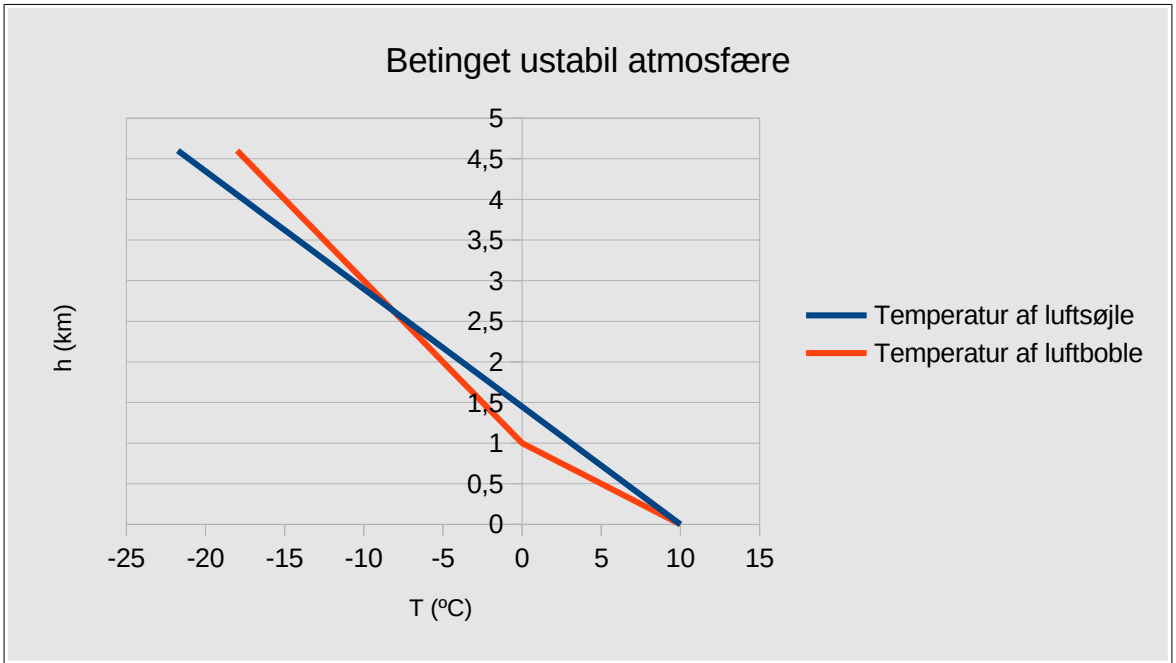


Illustration 12: I dette eksempel er atmosfæren stabil op til en højde på 2,6 km, hvor luftboblen bliver varmere end omgivelserne. Over 2,6 km er atmosfæren ustabil.

8.5. Skytyper

Kondensation af vanddamp

Hvis en luftboble indeholdende vanddamp af den ene eller anden grund løftes op, vil den muligvis nå op i en højde, hvor fortætning af vanddamp sker. Skyen har ramt *dugpunktet*. (På engelsk *Lifting Condensation Level* eller *Dew Point.*) Det er her, vandet i luftboblen bliver synligt for en observatør.

For at dråbedannelse kan ske, skal der være nogle *aerosoler* eller krystaller i luften, som vanddråberne kan samles på. Hvis luften er ganske ren vil vanddampen blive underafkølet, dvs. den har opnået en ustabil tilstand, hvor selv en mekanisk påvirkning kan få vandet til at kondensere lynhurtigt. [28].

Aerosoler ved sky-fysik
Små partikler med diametre mellem 0,04 µm og 1 mm. De dannes naturligt ved erosion, bølgesprøjt (salt), skovbrande, støvstorme og vulkanudbrud.

De kan også dannes af mennesker ved forurening. [21p. 169].

Skytypernes navne

Der findes grundlæggende 4 slags skyer, som er navngivet ud fra deres udseende. De er som følger.

Cirrus. (Latin: Sno, filament.)
Skyerne er tynde og slørede. De kaldes også for hestehaleskyer. De består af iskrystaller, og de dannes foran varmfronter. Hvis de frembringer nedbør, vil nedbøren fordampe, inden den når jorden.



Illustration 13: Cirrusskyer. [29].

Stratus. (Latin: Lag.)
Skyerne ligger i lag, og de er samlet, så de ligner ét stor udelt skyområde. De dannes under stabile vejrbetingelser, når en mild brise flytter kølig og fugtig lugt henover et koldt landområde eller havoverflade. Typisk nedbør er finregn eller sne, hvis skyen er tilstrækkeligt kold. [29].



Illustration 14: Stratusskyer. [30].

Cumulus. (Latin: Stak, bunke.)

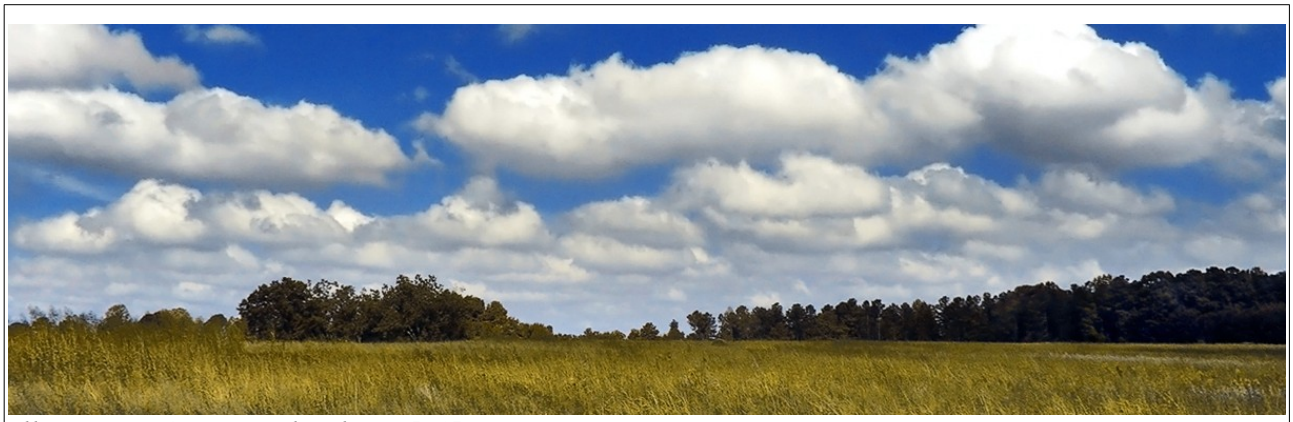


Illustration 15: Cumulusskyer. [31].

Skyerne har en flad bund, som starter ved dugpunktshøjden, og så breder de sig opad. De kaldes også for blomkålsskyer. De dannes ved konvektion. Ved kyststrækninger dannes cumulusskyer om dagen henover land, når der er pålandsvind. Om aftenen vendes billedet, og så dannes skyerne over havet.

De indeholder vanddråber, men der kan også være sne og hagl i disse skyer. Man ser skyerne i forbindelse med godt vejr, men hvis konvektionen er kraftig, kan skyerne give byger. [29].
En blanding mellem stratus- og cumulusskyer kaldes *stratocumulusskyer.* De dannes, når stratusskyer bryder sammen i flere dele, hvilket sker ved de vejrskift, som sker ved frontrande. De giver oftest ingen- eller kun lidt nedbør. [29].

Nimbus. (Latin: Regn.)
Skyer, som producerer nedbør får tilnavnet *nimbus.* For eksempel vil stratusskyer og cumulusskyer omdøbes til nimbostratus- og cumulonimbusskyer.

Udfra disse grundlæggende navne samt en indikator på højden af skytypen, kan man navngive alle skytyper. Se illustration 16.

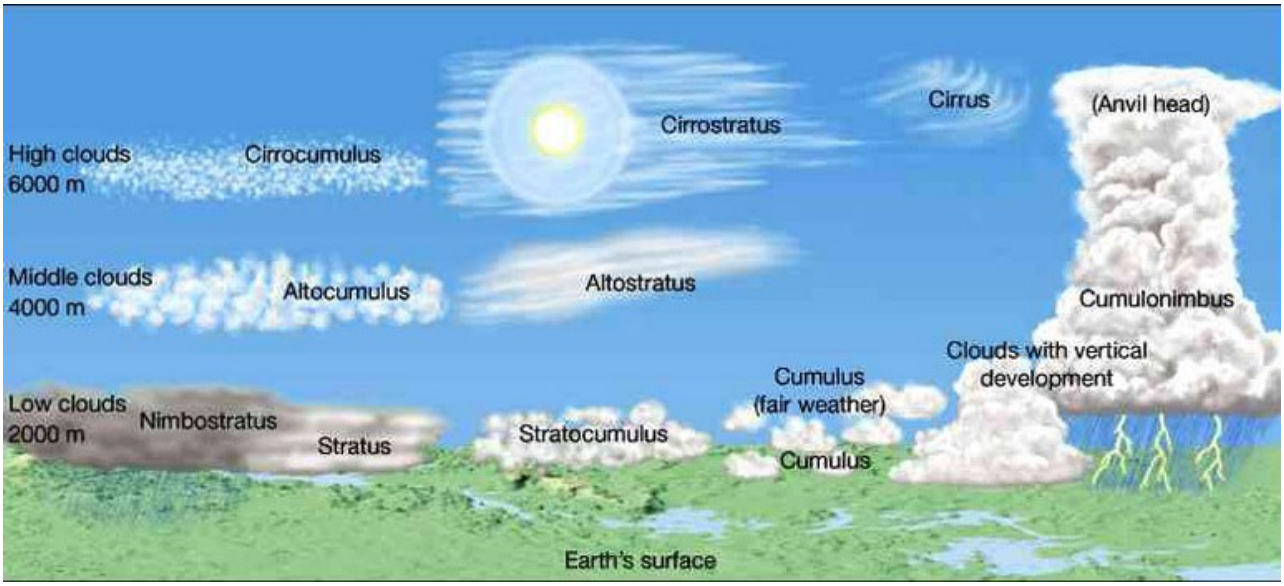
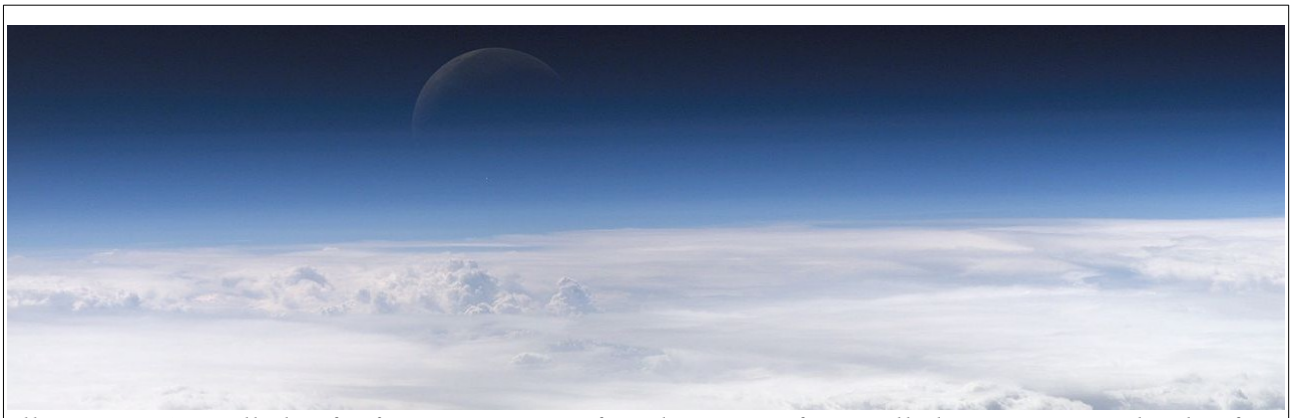


Illustration 16: Forskellige skytyper og deres varianter. [32].

Der findes mere sjældne skytyper end de nævnte. Interesserede kan høre mere om dem på Stefan Beckers youtube-kanal. [33].

8.6. Høj- og lavtryk


Illustration 17: Billede af Månen og toppen af Jordens atmosfære. Billedet er taget i en højde af ca. 415 km på positionen 21,5°N, 113,3°Ø af International Space Station mandskab fra Expedition 13 over Det Sydkinesiske Hav, syd fra Macau (NASA image ID: ISS013-E-54329). Kilde: NASA.

Hvis man betragter et vejrkort fra f. eks. DMI, så ser man, at der findes områder med høj- og lavtryk, og at der især ved lavtryk findes de velkendte roterende områder med kraftig skydannelse. Et eksempel på sådanne områder kan ses på illustration 18.

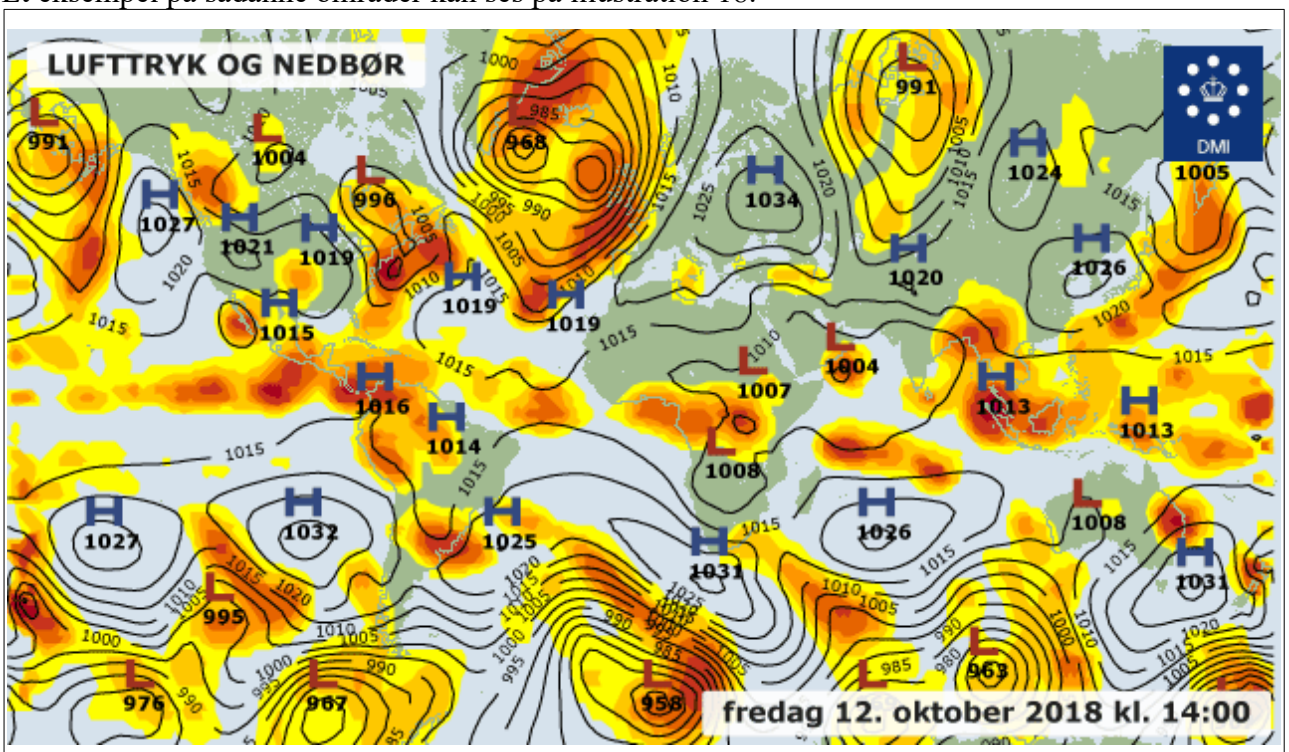


Illustration 18: Vejrkort med markerede høj- og lavtryksområder. Kilde: DMI.

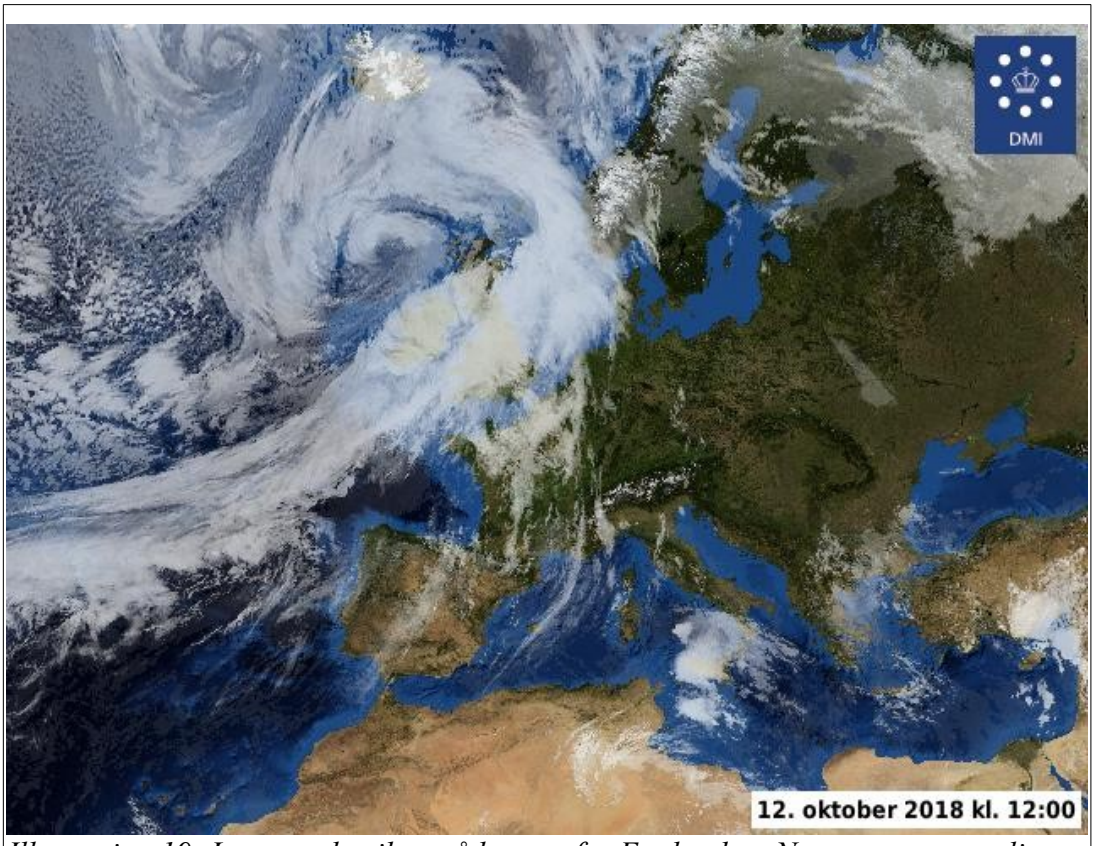


Illustration 19: Læg mærke til området vest for England og Norge og sammenlign det med lavtryksområderne fra illustration 18. Kilde: DMI.

Illustration 19 viser et satellitbillede fra samme dag – dog er der zoomet ind på Europa.

Man ser af ovenstående illustrationer, at lavtryksområderne har tæt skydække, og at skyerne former en spiralstruktur, der bevæger sig mod uret. Ved højtryksområdet syd for Finland, kan man dog ikke se nogen skyer.

Vi kan forklare skydannelsen ved lavtrykket på følgende måde:
Hvis et område på jordoverfladen opvarmes, udvider luften sig lokalt, og derfor falder densiteten, da samme masse fylder et større område. Derfor vil den arkimediske opdrift få luftboblerne til at stige til vejrs. (Både luft og vanddamp stiger op.)

Under opstigningen afkøles luften, som vi så i afsnittet om adiabatisk afkøling, og på et tidspunkt vil luftens vanddamp fortætte til skyer, mens det afleverer sit energioverskud til luften. Dermed dannes skyerne. Der er stor chance for at vandet regner ud.

Den tørre luft stiger videre op i atmosfæren, så der lokalt dannes en søjle af kold- og tør luft, der ligger højere end naboområders luftsøjler.

Denne luft falder ned et sted, hvor atmosfæren er lavere, og under nedstigningen opvarmes luften igen adiabatisk, men fordi luften nu er tør, vil der ikke skulle afleveres energi til fordampning af skydråber. Dvs. når luften når ned i det nye område, er den lunere- og mere tør, end den da den startede med at stige til vejrs. Området får et højere tryk, fordi luften er tilført fra et andet sted. Højtryksområdet er altså fortrinsvist lavet af tør- og lun luft. Derfor vil folk, der befinder sig i et højtryksområde have dejligt solskinsvejr.

For at forstå spiralstrukturen, skal man forstå Newtons love i koordinatsystemer, der ikke bevæger sig med konstant hastighed. *Hvis* et koordinatsystem har konstant hastighed, så kaldes det et inertialsystem og Newtons 2. lov gælder her.

Men Jorden spinner jo om sin rotationsakse, så Jorden er *ikke* et inertialsystem, da ethvert sted på jordoverfladen accelereres i en jævn cirkelbevægelse. Hvis man befinder sig på den roterende jordoverflade, så gælder Newtons 2. lov derfor *ikke*. Hvis man gerne vil have Newtons 2. lov til at passe, så skal man indføre nogle fiktive kræfter, hvoraf en af disse kræfter kaldes for c*orioliskraften.* Et formeludtryk for denne kraft er

$$\vec{F}_{Coriolis} = -2 \cdot m \cdot \vec{\omega} \times \vec{v} = 2 \cdot m \cdot \vec{v} \times \vec{\omega}\,, \tag{10}$$

hvor m er massen af legemet, $\vec{\omega}$ er vektorformen af rotationsaksens vinkelhastighed, og $\vec{v}$ er vektorformen af legemets hastighed målt på jordoverfladen.

Rotationsaksen peger definitionsmæssigt mod nord, og størrelsen af den er

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{23 \cdot 3600\,s + 56 \cdot 60\,s + 4{,}1\,s} = 7{,}292 \cdot 10^{-5}\,s^{-1}.$$

Læseren undrer sig måske over, at det er så vigtigt med Newtons 2. lov, men det skyldes, at denne lov giver et legemes acceleration, og derfor bestemmer den dermed legemets banebevægelse. F. eks. vil en person på en roterende karrusel mærke en mystisk udadgående "kraft", selvom der ikke er en kraft. Dette skyldes, at personen ifølge inertiens lov (Newtons 1. lov) helst vil fortsætte med konstant retning og hastighed, men karrusellen trækker en i en anden retning. Derfor føles det som om, man skubbes udad. Denne fiktive kraft kaldes for centrifugalkraften. Personen føler rent faktisk

kraften, men den er ikke en naturkraft - den skyldes kun, at koordinatsystemet accelereres.

På samme måde virker corioliskraften.

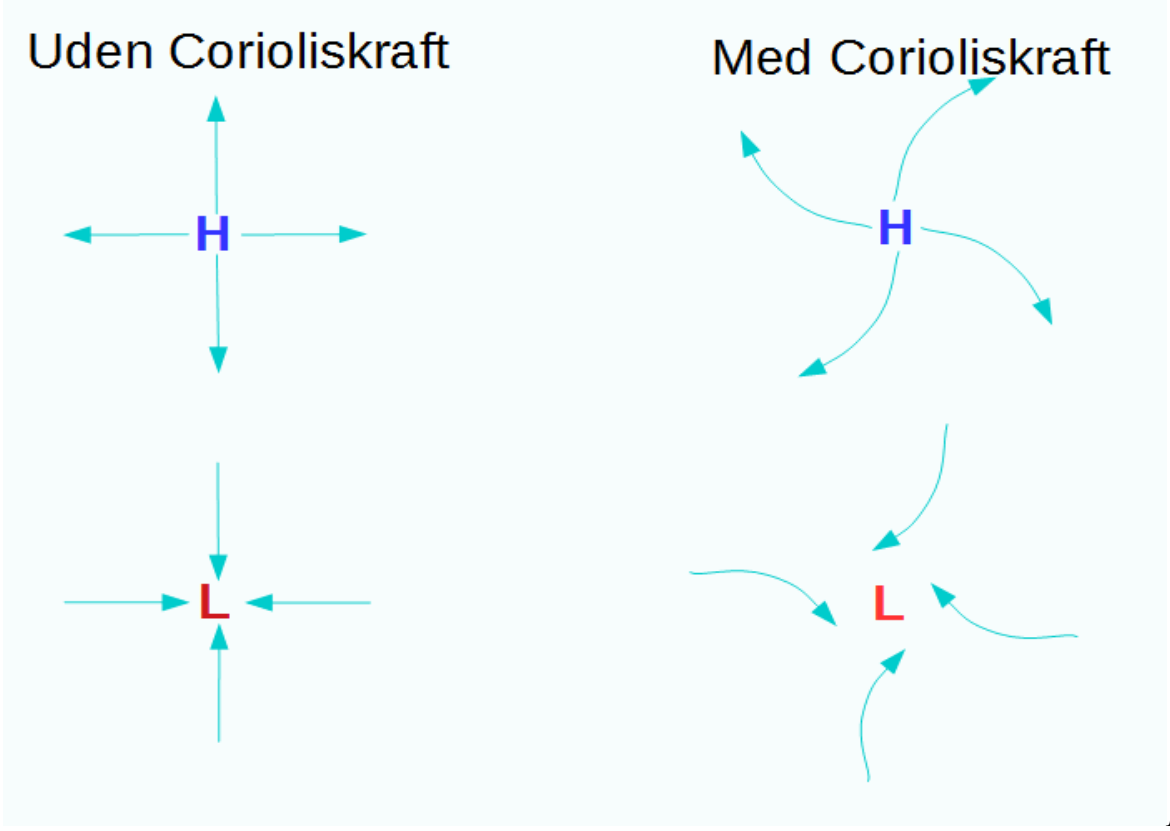


Illustration 20: De cyanfarvede pile angiver vindretningerne fra højtryks- og mod lavtryksområder. Venstre kolonne angiver situationen, hvis Jorden ikke spinner om sin akse. Højre kolonne angiver Corioliskraftens betydning for bevægelsen.

Corioliskraften bevirker, at legemer der bevæger sig på jordoverfladen altid vil *blive afbøjet mod højre - set fra legemet selv.* Dette udledes på næste side for den interesserede læser.

Dermed er vi nu i stand til at forstå spiralstrukturen i lav- og højtrykkene. Betragt illustration 20.

Man ser, at ved lavtryk vil spiralbevægelsen gå mod uret, mens den ved højtryk går med uret.

Hvis man bor syd for ækvator, så vender tingene om, dvs. højtryksområderne har en spiralbevægelse mod uret, og lavtryksområderne har spiralbevægelse med uret.

8.7. Vektoranalyse af corioliskraften

Hvis man matematisk set vil forstå virkningen af corioliskraften, kræver det brug af vektoranalyse, og analysen er som følger.

Betragt illustration 21. Koordinatsystemet, markeret med røde pile, er anbragt på en bestemt længde- og breddegrad, dvs. det følger Jordens rotation. Da det dermed accelereres i en cirkelbane, er det ikke et inertialsystem, og derfor bryder Newtons 2. lov sammen med mindre, vi indfører nogle korrigerende fiktive kræfter. En af dem er corioliskraften, som er anført ovenfor.

Effekten af denne kraft kan findes ved at beregne værdien af kraften, dvs. vi skal have fundet koordinaterne af kraften i dette koordinatsystem. På illustration 22 er rotationsvektoren flyttet hen i origo af koordinatsystemet.

I øvelsen herunder vises følgende udtryk:

$$\vec{\omega}=\omega\cdot\begin{pmatrix}0\\ \cos(b)\\ \sin(b)\end{pmatrix}$$

Øvelse

Vis formlen ovenfor ved at lave projektion af $\vec{\omega}$ ind på akserne.

-o-

Hastighedsvektoren er givet ved koordinaterne

$$\vec{v}=\begin{pmatrix}v_{ø}\\ v_n\\ v_{op}\end{pmatrix}.$$

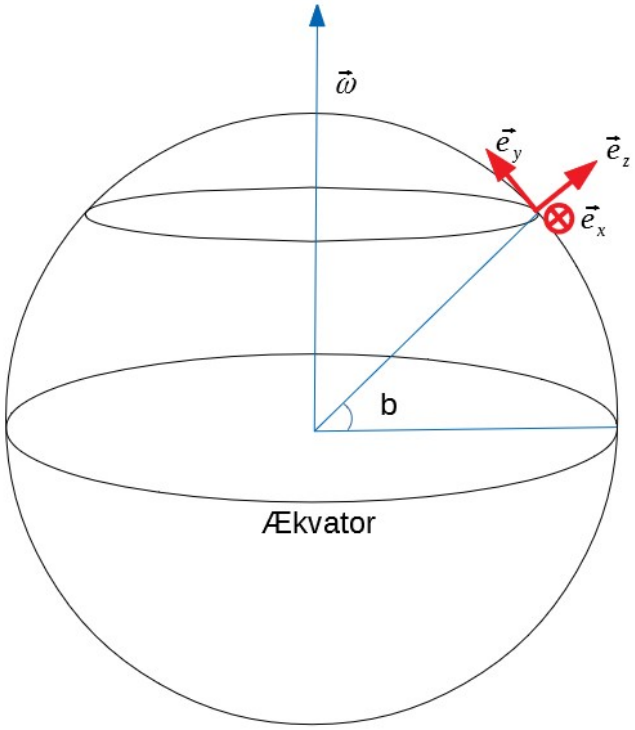


Illustration 21: En skitse af Jorden, hvor Jordens rotationsakse er indtegnet og en position på overfladen har fået tilført et lokalt og roterende koordinatsystem. x-aksen peger ind i papirets plan, dvs. mod øst, y-aksen peger mod nord og z-aksen peger opad. Lokationens breddegrad er markeret med symbolet b.

Corioliskraften bliver nu

$$\vec{F}_{Cor}=2\cdot m\cdot\vec{v}\times\vec{\omega}\Leftrightarrow$$

$$\vec{F}_{Cor}=2\cdot m\cdot\omega\cdot\begin{pmatrix}v_{ø}\\ v_n\\ v_{op}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\ \cos(b)\\ \sin(b)\end{pmatrix}$$

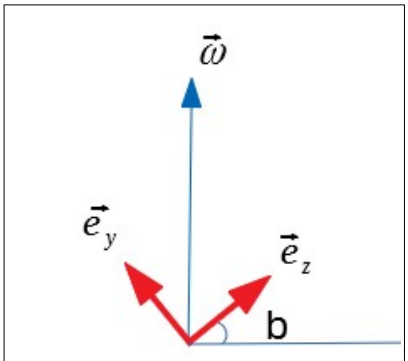


Illustration 22: Rotationsaksen er flyttet hen i origo.

Man kan løse dette krydsprodukt i et CAS-værktøj, men beregningen vises også herunder.

$$\vec{F}_{coriolis}=2\cdot m\cdot\vec{v}\times\vec{\omega}=2\cdot m\cdot\omega\cdot\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ v_{ø} & v_n & v_{op}\\ 0 & \cos(b) & \sin(b)\end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_{coriolis}=2\cdot m\cdot\omega\cdot\left(\begin{vmatrix}v_n & v_{op}\\ \cos(b) & \sin(b)\end{vmatrix}\cdot\vec{e}_x+\begin{vmatrix}v_{op} & v_{ø}\\ \sin(b) & 0\end{vmatrix}\cdot\vec{e}_y+\begin{vmatrix}v_{ø} & v_n\\ 0 & \cos(b)\end{vmatrix}\cdot\vec{e}_z\right)\Leftrightarrow$$

$$\vec{F}_{coriolis}=2\cdot m\cdot\omega\cdot\begin{pmatrix} v_n\cdot\sin(b)-v_{op}\cdot\cos(b) \\ -v_{ø}\cdot\sin(b) \\ v_{ø}\cdot\cos(b)\end{pmatrix}. \quad (11)$$

For at forstå betydningen af corioliskraften, kan man sætte talværdier ind i formlen og så sammenligne med andre kræfter, f. eks. tyngdekraften, der indvirker på luftmolekylerne.

Lad vinden være en kraftig vind på 25 m/s ved en breddegrad på b = 45º. Vi kan f.eks. se på vinden blæsende enten i retningerne nord-til-syd eller øst-til-vest. Vi beregner accelerationen på luften i de to tilfælde:

$$\vec{a}_{NS}=2\cdot 7{,}292\cdot 10^{-5}s^{-1}\cdot\begin{pmatrix}-25\,m/s\cdot\sin(45)\\0\\0\end{pmatrix}\Rightarrow a=-2{,}6\cdot 10^{-3}m/s^{2.}$$

$$\vec{a}_{ØV}=2\cdot 7{,}292\cdot 10^{-5}s^{-1}\cdot\begin{pmatrix}0\\25\,m/s\cdot\sin(45)\\-25\,m/s\cdot\cos(45)\end{pmatrix}\Rightarrow a=3{,}6\cdot 10^{-3}m/s^{2}.$$

I første tilfælde ser vi, at ved en nord-sydgående vind, vil corioliskraften pege langs den østgående retning, og hvis vinden får lov til at bevæge sig længe nok, så vil denne acceleration afbøje vinden. Bevæger vinden sig mod nord bøjes den af mod øst, og bevæger vinden sig mod syd vil den afbøjes mod vest.

I andet eksempel ser vi, at en øst-vestgående vind vil afbøjes mod nord. (Øst*gående* vind afbøjes mod syd, vest*gående* vind afbøjes mod nord.) Men der er også en opadgående (eller nedadgående) afbøjning i dette tilfælde. Dette bidrag er dog ubetydeligt i forhold til bidraget fra tyngdeaccelerationen, som jo er 9,82 m/s^2, og der er også et opadrettet gastryk, som giver en acceleration af samme størrelse som tyngdekraften. Derfor betyder corioliskraften ikke noget for den lodrette bevægelse.

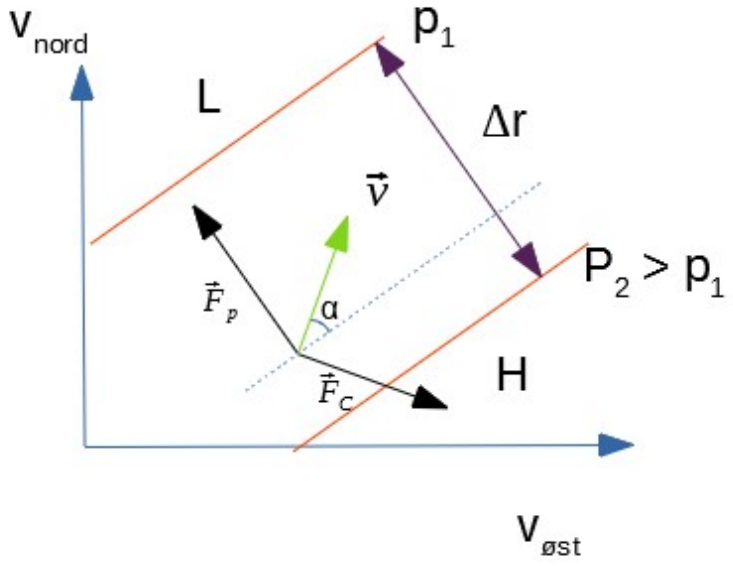


Illustration 23: Vi betragter luftboblen set oppefra. På breddegraden, b, bevæger en luftboble sig med retningen angivet med den grønne pil. Den udsættes for 2 kræfter pga. trykforskellen samt corioliskraften.

Ved at se bort fra op- og nedadgående bevægelse kan corioliskraften simplificeres til følgende udtryk

$$\vec{F}_{coriolis}=2\cdot m\cdot\omega\cdot\begin{pmatrix} v_n\cdot\sin(b) \\ -v_{ø}\cdot\sin(b)\end{pmatrix}\Leftrightarrow\vec{a}_{cor}=2\cdot m\cdot\omega\cdot\sin(b)\cdot\begin{pmatrix} v_n \\ -v_{ø}\end{pmatrix}. \quad (12)$$

8.8. Geostrofisk vind

Betragt illustration 23. En luftboble bevæger sig i den retning, der er markeret med den grønne pil. Corioliskraften, $\vec{F}_C$, trækker luftboblen mod højre, og trykkraften, $\vec{F}_P$, trækker luftboblen mod lavtrykket.

Det viser sig, afhængigt af underlagets art, at der i højder over ca. 250 m på havet og over 400 m over skov [25], hurtigt opstår en kraftligevægt, når luften opnår den *geostrofiske vindhastighed,* v_G, hvor trykkraften og corioliskraften bliver lige store. Dermed bliver den resulterende kraft 0, og luften bevæger sig med konstant hastighed, hvis retning er parallel med isobarerne, dvs. vinklen $\alpha = 0$. *Strengt taget* skal man flere km op, før den geostrofiske hastighed er nået, men ved de anførte højder ovenfor er den faktiske hastighed allerede ca. 90 % af den geostrofiske hastighed. [25.]

Indenfor det volumen, som en luftboble fylder, er trykgradienten $p'(r) \approx \frac{\Delta p}{\Delta r}$, praktisk taget konstant.

Vi erindrer os definitionen på tryk: $p = \frac{F}{A}$. Anvendt på problemstillingen ovenfor er trykkraften forskellen mellem kræfterne på hver side af det volumen, V, som luftboblen fylder:

$$\left|\vec{F}_p\right| = \left|\vec{F}_2 - \vec{F}_1\right| = p_{høj} \cdot A - p_{lav} \cdot A = (p_{høj} - p_{lav}) \cdot A.$$

Da der er kraftligevægt mellem F_p og F_C får vi vha. (12)

$$(p_{høj} - p_{lav}) \cdot A = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \sin(b) \cdot v_G$$

Massen af luftboblen er $m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot \Delta r$, som indsættes, og dermed får vi

$$(p_{høj} - p_{lav}) \cdot A = -\Delta p \cdot A = 2 \cdot \rho \cdot A \cdot \Delta r \cdot \omega \cdot \sin(b) \cdot v_G \Leftrightarrow \frac{\Delta p}{\Delta r} = -2 \cdot \rho \cdot \omega \cdot \sin(b) \cdot v_G \approx \frac{dp}{dr} \Leftrightarrow$$

$$v_G \approx -\left(2 \cdot \rho \cdot \omega \cdot \sin(b)\right)^{-1} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta r} \qquad (13)$$

Friktionens betydning for luftens bevægelse

Hvis der var geostrofiske vindforhold for alle højder, ville luften aldrig trænge ind i et lavtryksområde, og den ville heller ikke slippe væk fra et højtryksområde. Men der er friktion fra underlaget ved højder på især under 250-400 m. Denne friktion bremser luften, og dermed falder luftens fart. Når farten falder, vil corioliskraften også falde, og dermed "vinder" kraften fra trykforskellen over corioliskraften. Derfor vil luften alligevel passere isobarerne, og den velkendte spiralstruktur for lav- og højtryksområder fremkommer.

8.9. Opgaver til afsnit 8

8.9.1 Opgave - Høj- og lavtryksområder

Åbn webstedet earth.nullschool.net.

a) Lokaliser Europa ved at klikke dig frem. Zoom ind.
b) Lokaliser nogle høj- og lavtryk.
c) Tryk på teksten "Earth". Prøv at vælge *Overlay-TCW* eller *RH*. Hvad fortæller disse lag? Hvad er værdierne i midten af L- og H-zonerne?
d) Fortolk tallene.

8.9.2. Opgave - En luftboble i atmosfæren

I denne opgave skal du lege meteorolog og arbejde med atmosfæren som gasart.

a) Beregn molmassen af Jordens atmosfære. (Se tabel 2.)
b) Beregn den relative trykændring, der sker over en højdeforskel på 100 m en dag hvor temperaturen er -10 ºC og en dag, hvor temperaturen er 30 ºC.

Sammensætning af Jordens atmosfære.

Tallene angiver ppm af rumfanget af tør luft - ppm = parts pr. million.

Navn	*Antalstæthed (ppm)*	*Masse (u)*
N_2	780900	28,014
O_2	209500	31,998
Ar	9300	39,948
CO_2	400*	44,009

Dertil kommer små mængder af Ne, He, Kr, H_2, Xe, CH_4, N_2O, O_3.

Tabel 2. Kilde: DATAbogen, 1989. https://ptable.com. (CO_2-værdien er efterjusteret.)

Temperaturen i Jordens atmosfære varierer ganske meget med højden, og derfor er den anvendte metode i spørgsmål b ikke anvendelig for store højdeforskelle. Det tager man højde for i spørgsmål c, men for at løse spørgsmålet, skal du vide hvordan man integrerer en funktion. Har du ikke lært det, må du nøjes med at bruge det færdige udtryk fra spørgsmål c i de videre spørgsmål.

c) Benyt samme formel som ved spørgsmål b, men erstat tilvæksterne Δp og Δh, med differentielle størrelser dp og dh. Luftens temperatur ændres lineært som $T(h) = T_0 + \Gamma_{ELR} \cdot h$. Vis ved integration at $\frac{p(h)}{p_0} = \left(1 + \frac{\Gamma_{ELR} \cdot h}{T_0}\right)^{\frac{-g \cdot M}{\Gamma_{ELR} \cdot R}}$, hvor M er luftens molarmasse, h er højden, g er tyngdeaccelerationen, T_0 og p_0 er er lufttemperaturen og trykket ved starthøjden, og Γ_{ELR} er temperaturgradienten i Troposfæren.
d) En luftboble fylder volumenet V_0 ved jordoverfladen. I boblen er der vanddamp, som har densiteten ρ_0. Opskriv et udtryk for massen af vandet i luftboblen.
e) Når luftboblen stiger til vejrs ved en af de opstigningsmetoder, som er beskrevet i afsnittet *opdriftsmetoder*, sker tingene så hurtigt, at vi kan antage adiabatisk udvidelse. Antag også at vanddampen i luftboblen forbliver som damp. Boblens nye vanddensitet er ρ og dets nye volumen er V. Opskriv et udtryk for vandets densitet som funktion af ρ_0, V_0 og V.
f) Benyt formlen for sammenhængen mellem tryk og volumen for adiabater til at udtrykke densiteten, som funktion af trykkene.
g) Indsæt resultatet fra spørgsmål c i resultatet for spørgsmål f. Derved får du udregnet vandets absolutte densitet, som funktion af højden h. Tegn grafen for densiteten. NB: Bemærk at Γ_{ELR} indgår i denne formel, da trykket i luftsøjlen = trykket i luftboblen med vand.
h) Tetens ligning (4), som er nævnt på side 9, angiver det vandtryk, der findes i luftboblen såfremt luftfugtigheden er 100 %, dvs. hvis skyens absolutte vanddensitet svarer til den

mættede vanddamps densitet. Benyt Tetens ligning samt formlen for densiteten af en gas til at bestemme et udtryk for den mættede vanddensitet, som en luftboble kan indeholde.

Temperaturen i luftboblen udvikler sig anderledes end i den omgivende luft. Det skyldes udvidelsen af gassen, som køler gassen ekstra meget. Derfor varierer temperaturen som $T(h)=T_0+ \Gamma_{tør}\cdot h$, hvor $\Gamma_{tør}$ = -9,9 K/km.

i) Bortsubstituer temperaturen i formlen for mættet vanddamps densitet og tegn grafen for den mættede vanddensitet som funktion af højden.

I spørgsmål g og h ser man, at den faktiske densitet af vanddampen i luftboblen aftager med højden og samtidigt falder også den mættede vanddamps densitet. Forholdet mellem disse er den relative luftfugtighed.

j) Hvad sker der med luftboblen, når den relative luftfugtighed bliver 100 %?
k) Benyt formlerne fra spørgsmål g og i eller regnearket *Dugpunkt for skyer.ods* eller nSpire-programmet *Dugpunkt for skyer2.tns* samt en aktuel måling af temperatur og relativ luftfugtighed til at beregne i hvilken højde, der sker skydannelse.

8.9.3. Opgave - Vejrballondata

I denne opgave skal du arbejde med data fra en vejrballon.

a) Besøg webstedet https://weather.arcc.uwyo.edu/upperair/sounding.shtml og vælg ballondata fra Europa – f. eks. Slesvig, men du må gerne benytte et andet datasæt.
b) Klik på en målestation og marker- og kopier dataene ind i udklipsholderen.
c) Indlæs dataene i Excel og kontroller at tallene er indlæst rigtigt. (Se fremgangsmåde vist nederst i opgaven.)
d) Tegn højden som funktion af temperaturen. (Sørg for at der er diagramoverskrift og aksetitler på grafen.)
e) Lav en fornuftig regression, så du kan bestemme Γ_{ELR}.
f) Tegn trykket som funktion af højden. (Sørg for at der er diagramoverskrift og aksetitler på grafen.)
g) Lav en beregnet kolonne over $p(h)$. Benyt formel (7). (se evt opgave 8.10c.)
h) Tegn $p(h)$ i samme koordinatsystem som i spørgsmål f.
i) Varier T_0 og p_0 og se om du kan få de to grafer til at blive sammenfaldende.

Konverting af punktum-separerede tal til komma-separerede tal

- Kopier alle data ind i udklipsholderen. (CTRL+C eller CMD+C.)
- Sæt dataene ind i et Excel-dokument. (CTRL+V eller CMD+V).
- I Excel vælges *Hjem-Søg og vælg-Erstat.* Erstat alle punktummer med kommaer.
- Kopier alle data.
- Vælg *Data-Tekst til kolonner*
- Vælg *Fast bredde* og Tryk på udfør.

8.9.4. Opgave - Atmosfærens masse og troposfærens andel

I denne opgave skal du regne på atmosfæren og troposfæren.

a) Beregn Jordens overfladeareal, A.
b) Find Jordens standardtyngdeacceleration, middeltemperatur og standardtryk i en tabel.
c) Beregn tyngdekraften på atmosfæren.

d) Beregn massen af atmosfæren.

Troposfærens temperaturgradient Γ_{ELR} sættes til -6,93 K/km og højden, af troposfæren sættes til H = 11,5 km.

e) Opstil udtryk for troposfærens tryk, $p(h)$, som funktion af højden, h, og opstil derefter et udtryk for troposfærens densitet, $\varrho(h)$, som funktion af højden.
f) Tegn en skitse af troposfæren og vis at udtrykket for en skive af troposfærens masse, dm, i en given højde, som funktion af densiteten, ϱ, og jordens areal, A, er givet ved

$$dm = \varrho(h) \cdot A \cdot dh .$$

g) Integrer massen fra 0 og op til troposfærens højde H. (Benyt et CAS-værktøj.)
h) Beregn troposfærens masse i forhold til hele atmosfærens masse.

8.9.5. Opgave - Skyer

a) Betragt en sky, som vi antager[3] til at være en idealgas. Den antages cylinderformet med en diameter på 2,00 km og en højde på 250 m. Beregn dens volumen. Temperaturen ved jordoverfladen er 17 °C.
b) Skyen er i højden 1000 m. I højden 1000 m antages temperaturen af den omkringliggende luft til at være 10 ºC og i 3000 meters højde er temperaturen -4,0 ºC. Hvor stor vil skyens rumfang være, hvis den stiger op til 3000 m, og den undergår adiabatisk afkøling og trykligevægt med omgivelserne? (Brug formlen for p(h) fra spørgsmål c i forrige opgave.)
c) Kan du forklare, hvad der sker på illustration 24?



Illustration 24: Fotografi fra 14/11-2015 ved Ejer Bavnehøj i sydgående retning.

8.9.6. Opgave - Det tøradiabatiske indeks

Det tøradiabatiske indeks kan beregnes teoretisk, og til det kræver man brug af formlerne:

I. Varmeteoriens første hovedsætning $\Delta E_{term} = Q + A$.
II. Idealgasloven $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$.
III. Formlen for en arbejde udført på en gas $A = -p \cdot \Delta V$.

3 En synlig sky indeholder kondenseret vandgas - dvs. bittesmå *dråber*! Derfor er en synlig sky ikke en idealgas, men vi kan antage, at vi betragter et volumen vandgas lige før, det fortætter.

a) Udtryk Varmeteoriens første hovedsætning under forudsætning, at der er tale om en adiabatisk proces.
b) Udtryk gassens termiske energi ved dens masse, specifikke varmekapacitet og temperaturtilvækst. Bemærk at den termiske energi godt kan ændre sig ved en adiabatisk proces; det er kun *varme*udveksling med *omgivelserne*, der er 0.
c) Vis nu udtrykket $m \cdot c_v \cdot \Delta T = -p \cdot \Delta V$. Hvad sker der med gassens temperatur, hvis den udvider sig?

Vi skal nu regne med differentielle størrelser, så Δ erstattes med d i formlerne.

Gassens tryk, temperatur og volumen afhænger af højden, h, over jordoverfladen, så du skal erindre dig, at det er underforstået at p er en funktion $p(h)$ og tilsvarende gælder for V og T.

d) Differentier nu idealgasligningen mht. højden, h. Vis udtrykket $p \cdot V' = n \cdot R T' - p' \cdot V$. (Husk at df/dh = f'(h), hvor f er en eller anden funktion.)
e) Indsæt udtrykket fra spørgsmål d i udtrykket fra spørgsmål c og isoler $p' \cdot V$.
f) Benyt formlen for hydrostatisk ligevægt (5) (side 10) og indsæt i udtrykket fra spørgsmål f. Vis at $T' = \frac{-g}{\frac{R}{M} + c_v}$.
g) Benyt tabelopslag til at beregne T'. Det er denne værdi, vi kalder det tøradiabatiske indeks.

8.9.8. Opgave - Poissons ligninger

Denne opgave benytter resultater fra opgaven ovenfor om det tøradiabatiske indeks. I den opgave fandt du udtrykket $p' \cdot V - m \cdot c \cdot T' = n \cdot R \cdot T'$.

a) Isoler p'·V i udtrykket ovenfor.
b) Benyt idealgasloven til at vise udtrykket $\frac{p'}{p} = \frac{(m \cdot c + n \cdot R) \cdot T'}{n \cdot R \cdot T} = (\frac{M \cdot c}{R} + 1) \cdot \frac{T'}{T}$.
c) Fra matematikken ved vi, at hvis man har en funktion f(t) = ln(x), så er f'(t) = x'(t)/x. Dvs. p'/p må være det samme som ln(p)'. Overvej dette. (Tilsvarende er $T'/T = \ln(T)'$.)
d) Udtryk formlen fra spørgsmål b ved hjælp af ln(p) og ln(T).
e) Benyt udtrykket fra spørgsmål d til at vise formlen: $\ln(p) = (\frac{M \cdot c}{R} + 1) \cdot \ln(T) + konstant$, hvor $konstant = \ln(p(h_0)) - \left(\frac{M \cdot c}{R} + 1\right) \cdot \ln(T_0)$.
f) Vis at $p = p(h_0) \cdot \left(\frac{T}{T(h_0)}\right)^{\frac{M \cdot c}{R} + 1}$.
g) Anvend idealgasloven til at bortsubstituere temperaturen. Indsæt konstanternes værdier i formlen og vis at $p_0 \cdot V_0^{1,4} = p \cdot V^{1,4}$.

8.9.9. Opgave - Skyer over Vestnorge

En dag blæser en vind fra Atlanterhavet ind mod Norges vestkyst. Luftens temperatur ved havoverfladen er 7,0 °C og luftfugtigheden er 100 %. Trykket den pågældende dag ved havoverfladen er målt til 998 hPa.

Vi betragter luftens passage over Sandviksfjeldet-Blåmanen-Ulriken ved Bergen. (Herefter kaldet SBU-området.)

a) Benyt Google Earth til at finde ud af hvor højt luften ca. skal op for at passere SBU-

området.

b) Hvilken slags løft oplever luften?
c) Beregn ved hjælp af Tetens ligning og formlen for en gas' densitet, hvor stor den absolutte densitet af vandgas er den pågældende dag.
d) *ELR* er antaget til at være -6,9 K/km. Hvilken temperatur har luften ved SBU-området?
e) Hvor stor er lufttrykket ved SBU-området?
f) Hvor stor er det vådadiabatiske indeks ved havoverfladen og ved toppen af SBU-området? Benyt gennemsnittet af de to vådadiabatiske indekser i følgende spørgsmål.
g) Beregn den opstigende lufts temperaturfald på vejen op til SBU-området.
h) Er den opstigende lufts temperatur højere eller lavere end omgivelsernes temperatur? Hvad betyder det for opdriften?
i) Benyt adiabatligningen til at finde den relative stigning i skyens volumen.
j) Beregn den nye absolutte densitet af vanddamp ved bjergkammen.
k) Hvad sker der, når luften kommer op over bjergkammen?

8.9.10. Opgave - Klima i den vestlige del af Nordchile

I det nordlige Chile vest for Bolivia og Argentina findes en af de tørreste ørkener i verden. I denne opgave skal du undersøge, hvorfor det er sådan.

Vi betragter luftens passage over bjergene, som ligger ca. 20° S , 70° V.

a) Benyt Google Earth til at finde ud af hvor højt luft fra øst ca. skal op for at passere området angivet ovenfor. (Betragt et snit[4] fra havet og 200 km østpå.)
b) Hvilken slags løft oplever luften?
c) Undersøg billeder af området og forklar, hvad du ser.
d) Besøg webstedet i fodnoten[5] og læs om vejret på det ønskede sted. Forklar vindrosen og inkluder årstidsvariationen i forklaringen. (Det kræver sammenligning med en anden graf på webstedet.)
e) Hvilke måneder er der nedbør i området?
f) I månederne maj-aug kommer vinden fra regnskovene. Der er luften ganske fugtig. Hvorfor er der så tørt i det valgte område?

8.9.11. Opgave - Santa Cruz de la Sierra

Santa Cruz ligger ved foden af Andesbjergene. Vi vil undersøge, hvad der sker med luft, der strømmer østfra og op i bjergene.

a) I hvilken højde ligger Santa Cruz og i hvilken højde ligger området ca. 75 km øst for byen? Hvor høje er bjergene vest for Santa Cruz i afstanden op til 75 km?
b) Skitser et tværsnit af området.

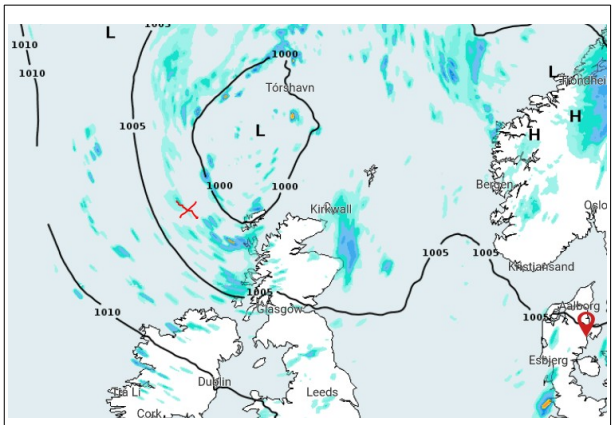


Illustration 25: Den 20/6-2019 var trykforholdene i Atlanten mellem Skotland og Færøerne som angivet på billedet ovenfor. Kilde: DMI.

Vi betragter en luftmasse, der ligger 75 km øst for Santa Cruz. En dag er luftfugtigheden 75 %. Temperaturen er 28 °C. Trykket den pågældende dag er 979 hPa. Vinden strømmer mod vest forbi

4 Vælg *Tilføj sti* og vælg fra havet, forbi positionen og videre østpå. Giv stien et navn. Nu dukker den op i *Steder*-menuen til venstre. Højreklik på denne og vælg *Vis* h*øjdeprofil*.

5 https://www.meteoblue.com/en/weather/forecast/modelclimate/-20.000N-70.000E

byen og mod bjergene.

c) Hvilken slags afkøling (Tør- eller vådadiabatisk afkøling) oplever luften i begyndelsen af stigningen?
d) Benyt regnearket *Dugpunkt for skyer.ods* eller TInSpire-programmet *Dugpunkt for skyer.tns* til at finde ud af, i hvilken højde skydannelsen starter. Er der tåge i Santa Cruz?
e) Hvordan er vejret i bjergene vest for Santa Cruz?

8.9.12. Opgave - Geostrofisk vind

En dag er trykforholdene over Atlanten som vist på illustration 25.

a) Benyt et atlas til at finde breddegraden af positionen markeret med det røde kryds.
b) Benyt også et atlas til at vurdere afstanden mellem de to isobarer omkring det røde kryds.
c) I en vis højde er trykket 700 hPa og temperaturen er -8,4 ºC. Beregn densiteten af luften i den pågældende højde.
d) Beregn den teoretiske værdi af den geostrofiske vindhastighed.
e) Den pågældende dag var der en målt vindstyrke på 26 km/h. Diskuter den beregnede og den målte vindstyrke.

9. Klimaets udvikling i nyere tid

Klimaets udvikling er et de mest omtalte emner i vores tid. Man kan dårligt åbne en avis eller en anden nyhedstjeneste uden, at der er noget indhold om klimaet. Man hører ord som *klimakrise, klimabenægtere, tipping point, point of no return* og mange andre ord.

Herunder vil jeg beskrive, hvad vi rent faktisk har målt i de seneste 140 år, og fra afsnit 10 og fremad vil vi se på atmosfærer, drivhusgasser og naturlige mekanismer, der kan påvirke klimaet. Kilderne til afsnittets indhold er især taget fra *Alimonti et al* samt kilder deri. [39]

Den omtalte artikel [39] er blevet tilbagetrukket fra tidsskriftet – af politiske grunde; ikke naturvidenskabelige, og derfor er afsnittet ikke blevet skrevet om. Det er begrundet i følgende private kommunikation med seniorforsker i klimaet ved DTU-space Jens Olaf Pepke Pedersen.

Kommunikationen den 22/2-2024

Hej Jens Olaf

Jeg blev anbefalet vedlagte artikel, hvis resultater jeg har brugt i en GV-note til gymnasiet. Men den er nu tilbagetrukket af redaktøren. Forfatterne er uenige i tilbagetrækningen. Har du monstro en mening om artiklens konklusioner? Venlig hilsen Michael

Hej Michael.

Der er intet i vejen med artiklens konklusioner eller det faglige grundlag, da den hovedsageligt blot gennemgår konklusionerne fra FN's Klimapanel om tendenser i ekstreme vejrforhold. Den har måske lidt for mange kommentarer, men det gælder mange klimaartikler, som ofte har travlt med at understrege, at det er nødvendigt med politiske tiltag. At artiklen blev trukket tilbage skyldes en voldsom shitstorm på sociale medier, som endda først kom 8 måneder efter, at artiklen var offentliggjort, og som alene skyldes, at avisen The Guardian skrev meget kritisk om artiklen. Tidsskriftet påpeger heller ikke nogen specifikke problemer med artiklen, andet end at de har modtaget "Concerns were raised regarding the selection of the data, the analysis and the resulting conclusions of the article". Hele historien er et eksempel på, at klimaforskning er dybt politiseret og det mest triste ved historien er, at det faktisk lykkedes at presse tidsskriftet til at trække artiklen tilbage. Mvh, Jens Olaf

9.1. Atmosfærens temperaturudvikling

Siden 1880 har vi målt temperaturer overalt på Jorden. Temperaturgrafer, som f. eks. den, der er vist i illustration 42 er såkaldte *proxy-målinger*, (stedfortrædemålinger) dvs. man har ikke målt temperaturen direkte, men i stedet for er der målt parametre, der entydigt afhænger af temperaturen – og dermed kan temperaturen alligevel bestemmes. Proxy-målinger kan f. eks. foregå ved at

analysere bredden af træringe og måle på iskerneboringer. I illustration 26 vises en graf, der er baseret på temperaturmålinger fra Jordens overflade samt fra satellitter. [40]

Temperaturerne er målt på forskellige måder, og der er generel enighed om resultaterne. Satellitmålinger blev dog først introduceret i 1971. Grafen viser derfor med stor sikkerhed, at Jordens gennemsnitstemperatur er steget siden 1880.

De længste jordbaserede temperaturmålinger vi har, stammer fra England, og de startede i 1659. En graf over den tidsserie af målinger er vist i illustration 27. [41] Grafen viser temperaturændringerne målt i det centrale England fra 1659-2021, og ændringerne er målt ud fra et gennemsnit af temperaturerne fra 1961-1990. Man ser, at fra ca. 1910 begynder temperaturerne at stige. I alt er temperaturen steget ca. 1,5 °C, siden målingerne begyndte. Her skal man dog passe på med ikke at generalisere resultatet, for temperaturstigninger er ikke nødvendigvis ens forskellige steder på Jorden. For eksempel havde vi den såkaldte *lille istid* i Europa i 16-1700-tallet, men andre steder på Jorden var istiden forskudt i tid. Mht. den lille istid har man målt de koldeste perioder til at forekomme i 15. århundrede i det centrale og østlige Stillehavsområde, mens det i Nordvesteuropa og Nordamerika forekom i det 17. århundrede, og endelig var der koldest i resten af verden i det 19. århundrede. [42]

Der er er også andre tider, hvor klimaet har varieret. F. eks. oplevede vi en anden kuldeperiode i årene 400-800, og vi har oplevet varmeperioder i de første par hundrede år e. Kr. samt i 800-1200 e. Kr. Disse perioder viser, at klimaet *ikke* er konstant over tid, men at der sker naturlige variationer.

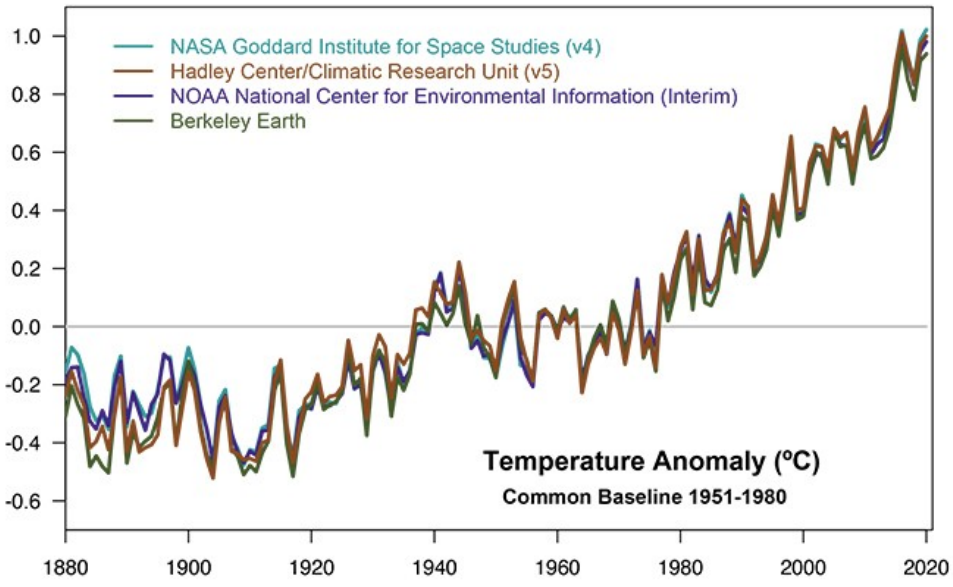


Illustration 26. Jordens temperaturændringer målt fra 1880 og frem til i dag. Bemærk at 2. aksen viser ændringen i forhold til gennemsnitstemperaturen for perioden 1951-1980.[40].

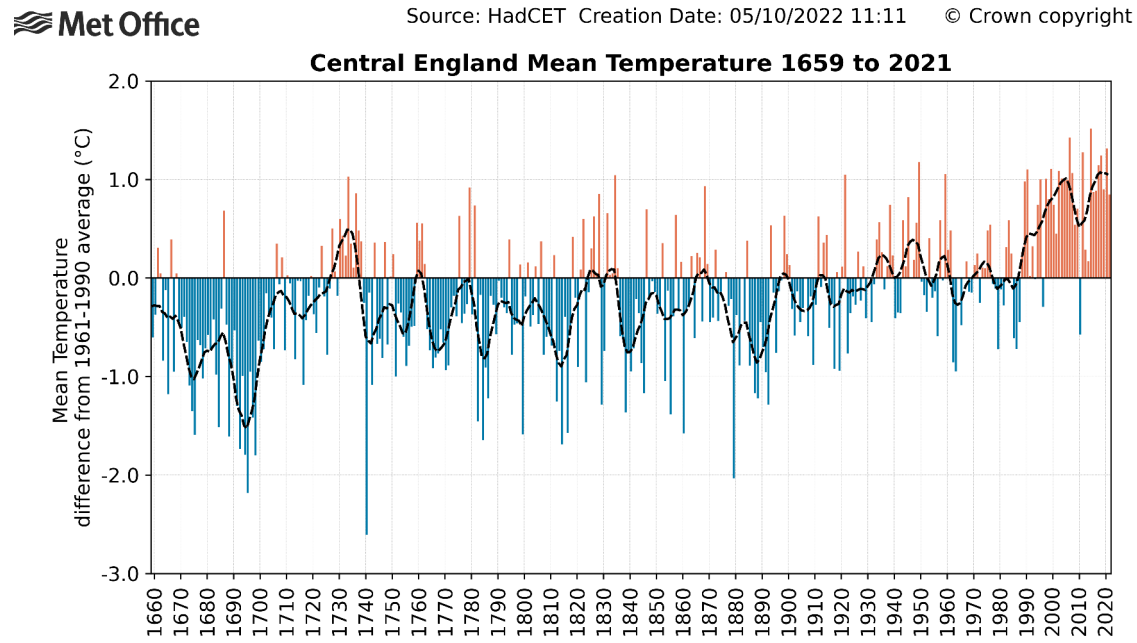


Illustration 27: Engelske temperaturmålinger - dvs. denne graf dækker ikke hele Jorden. Ændringerne er målt i forhold til gennemsnitstemperaturen fra 1961-1990.[41]

For at kunne forstå klimaet ordentligt er tidsserier på nogle få århundreder ikke tilstrækkelige, men iskerneboringer viser sig at være velegnede til at lave (proxy)målinger af temperaturen over lang tid. I praksis udborer man prøver fra islandsisen samt fra Antarktis. I prøverne er isen lagdelt, og man kan på prøverne tælle sig tilbage i tid i år. Når man analyserer isen, indeholder vandmolekyler i varme perioder mere O-18 end i koldere perioder. Det skyldes, at isotopen O-18 er lidt tungere end O-16, og derfor har vand indeholdende O-18 ved køligere temperaturer en anelse sværere ved at fordampe end vand med O-16 isotopen. Is fra indlandsisen kan bruges til at bestemme temperaturerne ved Grønland 130 kyr tilbage i tiden, mens iskerner fra Antarktis kan bruges til at måle 800 kyr tilbage i tiden. [44] Et resultat af en analyse kan ses i illustration 28.

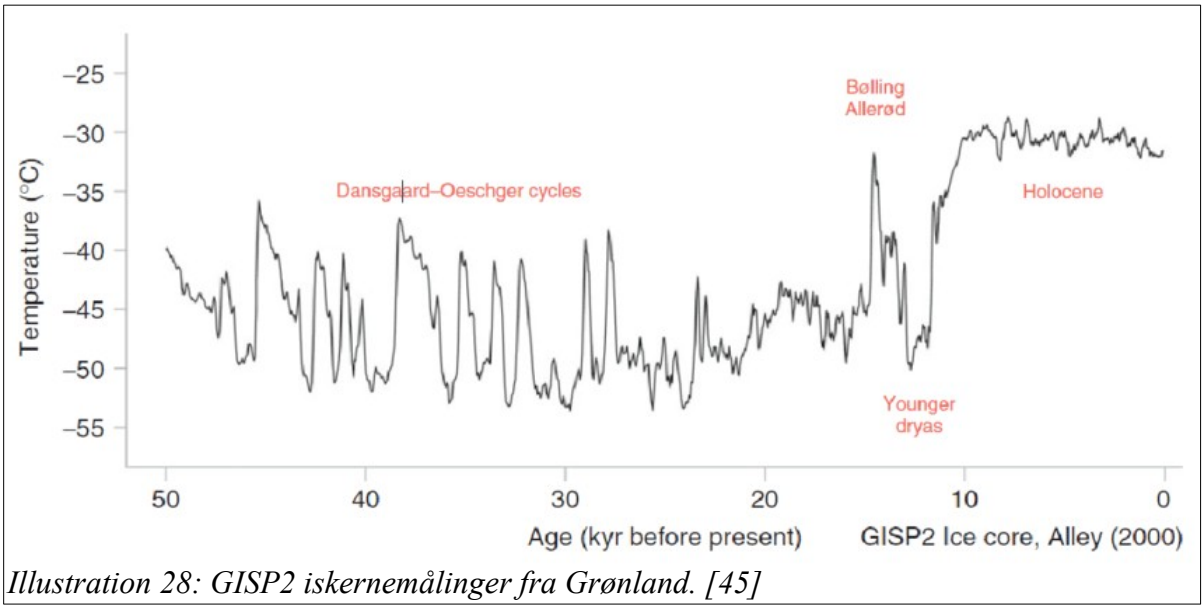


Illustration 28: GISP2 iskernemålinger fra Grønland. [45]

Af grafen ser man, at temperaturen ved Grønland har været ganske svagt faldende de seneste 10 kyr.

Bemærk hvor svært det kan være at drage konklusioner over små tidsrum. Over de seneste 100 år har temperaturen været stigende, mens den over 10 kyr har været svagt faldende.

9.2. Nedbør

Hvis man opgør nedbørsmængden over hele Jorden, er der regionale ændringer siden 1950 og frem til i dag. Nogle områder oplever mindre nedbør, mens andre områder oplever en forøget nedbørsmængde. Illustration 29 viser en opgørelse over nedbørsmængderne forskellige steder på Jorden.Variationerne i nedbørsmængderne de enkelte steder ligger indenfor de naturlige variationer i klimaet, så de kan altså ikke bruges som argument for menneskeskabte ændringer. Summeret op på globalt niveau ses dog en svag stigning i nedbørsmængden. [39 p. 8-9]

Ændringer i nedbøren er naturligvis vigtigt for alt liv her og nu, men det har også betydning for klimaet, idet vanddamp alene står for 51 % af al drivhusgasvirkning på Jorden. Mængden af CO_2 i atmosfæren styrer også noget af indholdet vandindholdet i atmosfæren, så selvom den direkte drivhuseffekt fra CO_2 er mindre væsentlig, har den altså stor betydning pga. dens indflydelse på indholdet af vanddamp. [43]

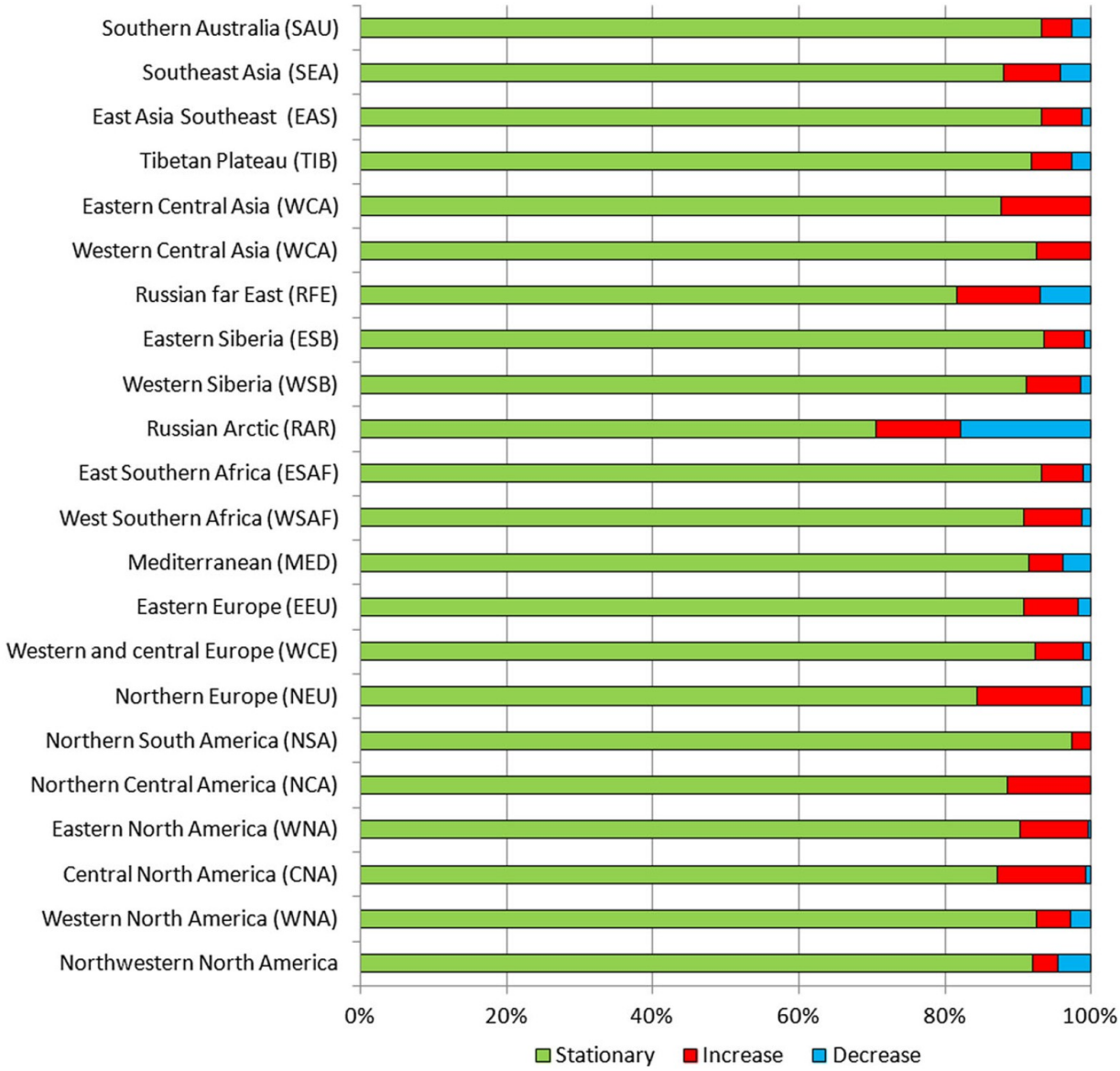


Illustration 29: Ændringen i nedbørsmængder siden 1950 forskellige steder på Jorden. [39]

9.3. Oversvømmelser

Hvert år ser og hører man om oversvømmelser forskellige steder. Pressen slår naturligvis tingene stort op, hvis der sker tab af ejendom eller liv. Men sker der flere oversvømmelser nu end førhen?

Svaret er både ja og nej. Hvis man ser på hyppigheden af store oversvømmelser, er der ikke flere nu end førhen; faktisk viser nogle undersøgelser, at der er færre store oversvømmelser end tidligere. [39 p. 11] Men menneskeheden *oplever* sandsynligvis flere, fordi vi er blevet flere mennesker på planeten. Den stigende befolkningsmasse har gjort det nødvendigt at bygge tættere på floder og i lavtliggende områder samt ved foden af bjerge. Derfor vil oversvømmelser ramme flere mennesker nu end førhen. [46]

9.4. Tørker

Antallet af tørker er heller ikke steget de seneste 60 år op til 2012. [47] Læseren vil muligvis

betragte det som indlysende, eftersom Verdens totale nedbørsmængde er svagt stigende, men de to ting hænger ikke entydigt sammen, for hvis nedbørsperioder "pakker sig sammen" afbrudt af lange tørre perioder, kan tørker godt stige, selvom nedbørsmængden stiger en smule. Man kan læse mere om denne problemstilling i *Schrier et al*. [49]

Hvis floraen vokser – f. eks. at der dyrkes mere landbrug på nordligere breddegrader end førhen, eller hvis skove udbreder sig, vil det ændre i Jordens vandindhold, da afgrøderne kræver vand. Læs mere om det i afsnit 9.7.

9.5. Orkaner

Antallet af orkaner har været ret stabilt over tid – uanset om man måler i antal eller i akkumuleret energi. Illustrationerne herunder viser udviklingen fra 1970 og frem til 2022.

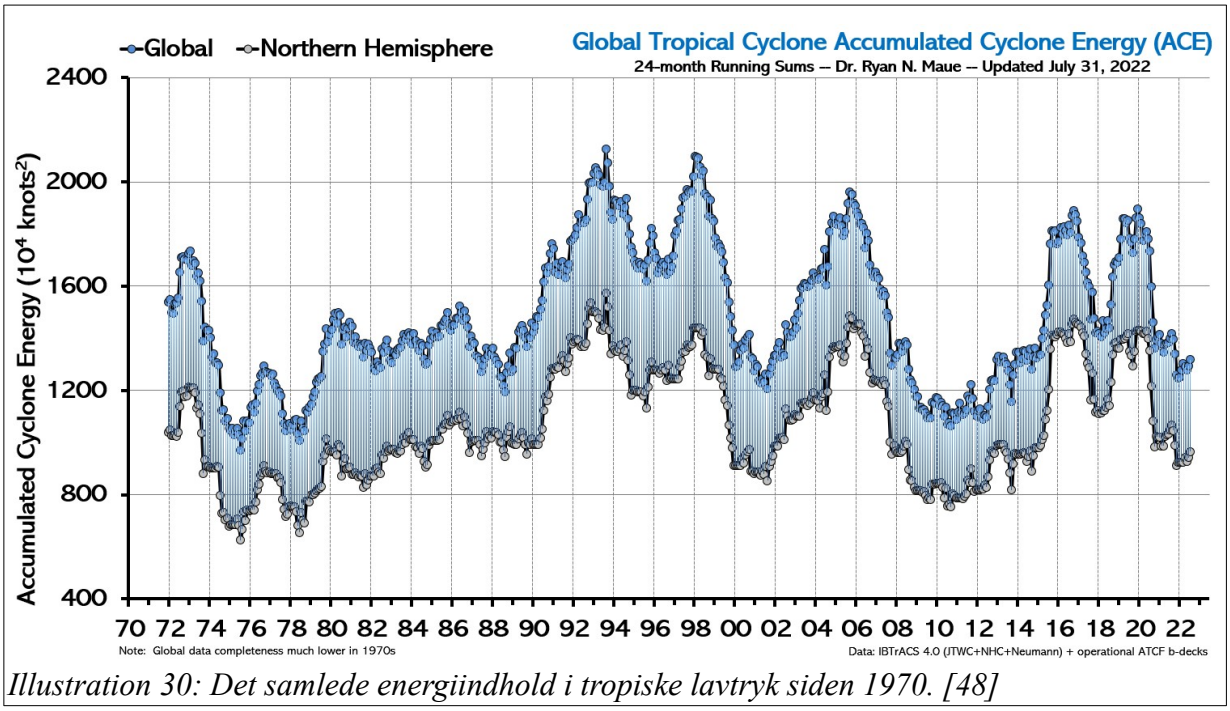


Illustration 30: Det samlede energiindhold i tropiske lavtryk siden 1970. [48]

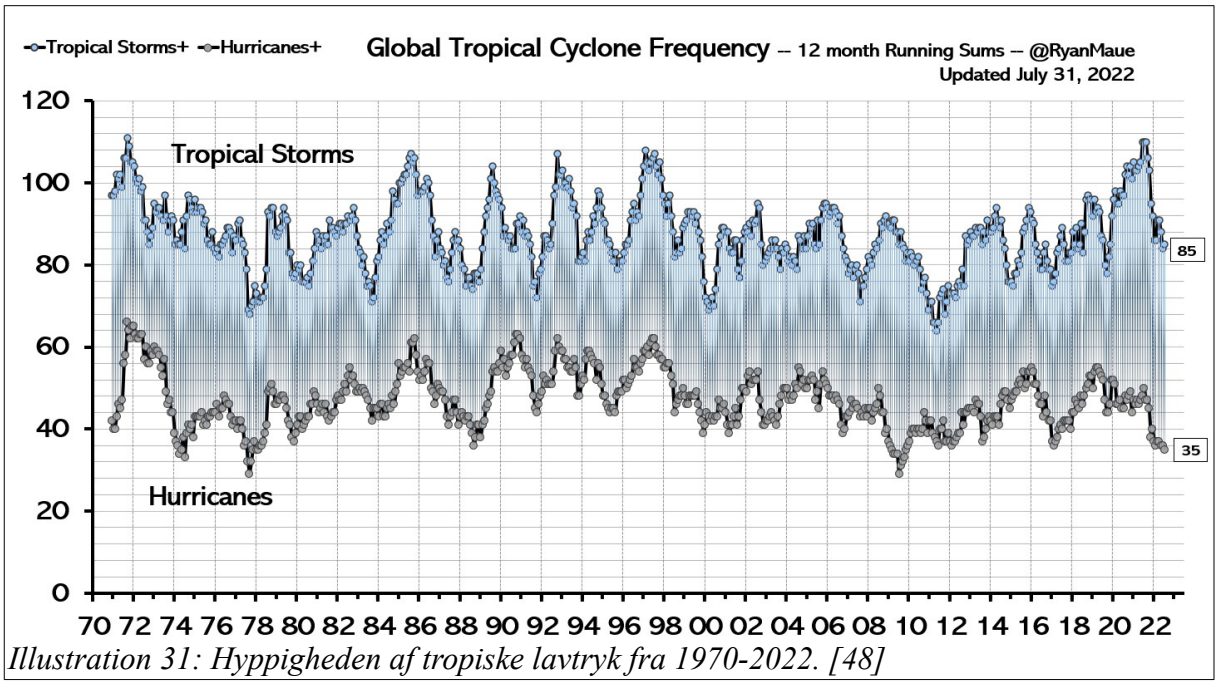


Illustration 31: Hyppigheden af tropiske lavtryk fra 1970-2022. [48]

Nogle kilder anfører, at hyppigheden af orkaner er steget i Nordatlanten siden 1878. I samme periode er skibstrafikken dog øget voldsomt, og derfor er der sandsynligvis også indrapporteret flere og flere orkaner, fordi der har været skibe i farvandet til at registrere de orkaner, der kun forekommer over hav. Tager man højde for denne udvalgseffekt, er der statistisk set ikke flere orkaner i Nordatlanten i dag end førhen. [39 p. 4-5]

9.6. Tornadoer

Der er registreret flere mindre tornadoer i de senere år, og det skyldes, at vi er blevet flere mennesker, så vi ser flere tornadoer. Hvis man tæller de største tornadoer, er der dog ikke sket en stigning i antallet. Dette er vist i illustration 32.

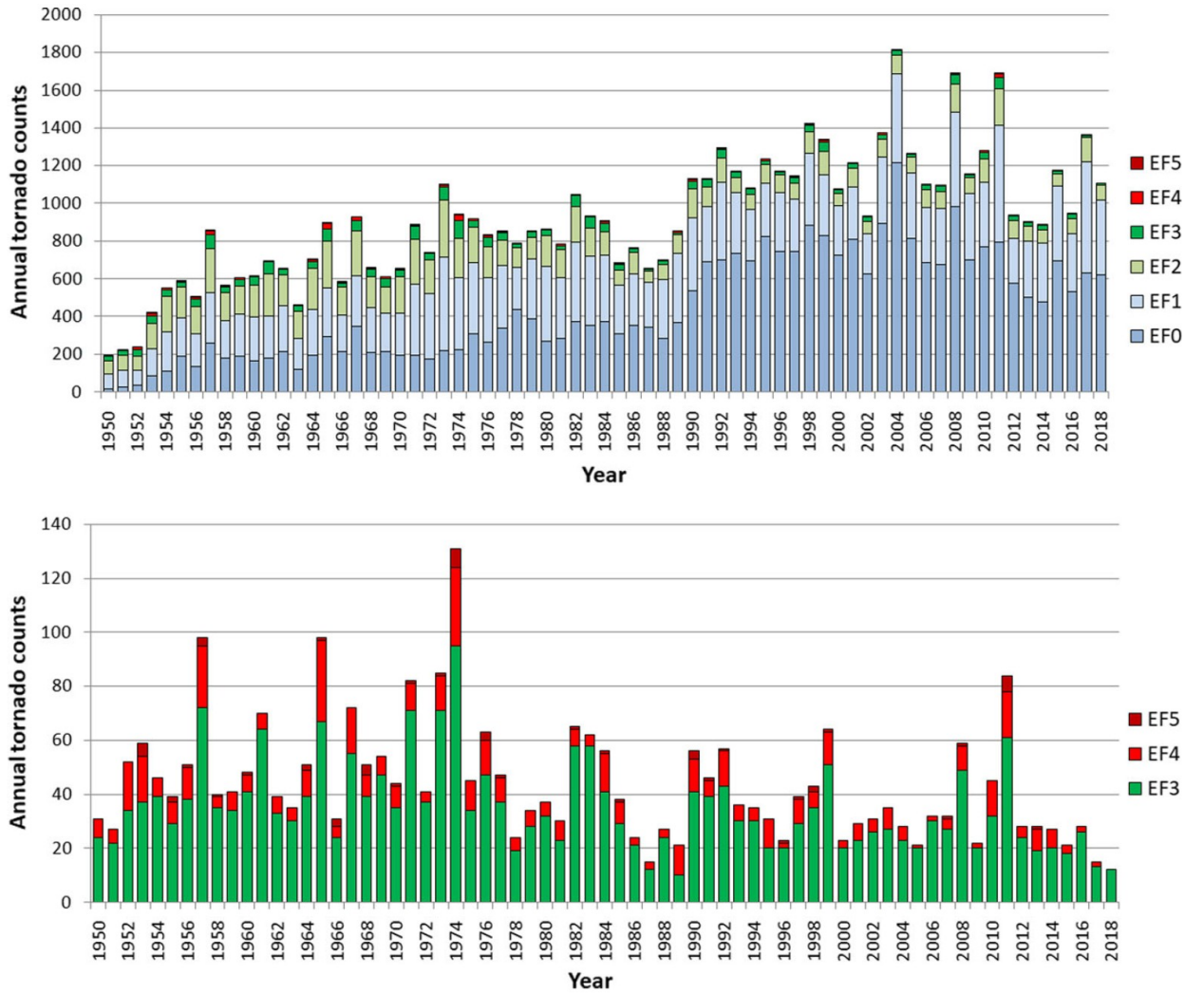


Illustration 32: Tornadohyppighed i USA. Øverste diagram viser det samlede antal registrerede tornadoer, mens det nederste diagram viser de kraftigste. [39 og NOAA]

9.7. Floraen på Jorden inkl. CO_2s indvirkning på væksten

Mængden af grønne vækster på Jorden er steget siden i hvert fald 1981. Det er en opdagelse, der er bekræftet af satellitmålinger. Væksterne er blandt andet sket ved meget nordlige breddegrader, når de stigende temperaturer flytter trægrænsen mod nord. Derudover er der sket stigninger i landbrugsproduktionen i især Kina og Indien. Tætheden af plantevæksten er også steget, og det

skyldes til dels den gødende effekt som CO_2 har. Dvs. naturen kan til en vis grænse selv absorbere lidt af den CO_2, som mennesket udsender. Træer øger også fordampningen af vand, og det kan virke kølende på Jorden. [50]

Nogle hævder, at verdens ørkener krymper [39 p. 13] [55], mens andre hævder det modsatte. F. eks. nævner et studie fra University of Maryland, at Sahara-ørkenen er øget ca. 10 % i areal siden 1920 hvoraf en trediedel skyldes menneskets udledning af drivhusgasser. [53] Et andet studie hævder, at både Sahara- og Sahel-ørknerne står for at blive mere grønne i fremtiden. [54] I kilde [55] konkluderer forfatterne, at Sahara-ørkenen slet ikke har ændret størrelse i perioden 1980-1997.

Typen af plantevækster ændres i høj grad af mennesket via landbruget. Landbruget i hele verden udsender 1,7 Gt CO_2 hvert år, men deres afgrøder absorberer 7,5 Gt CO_2 om året, og hvis man inddrager græsningsarealer er tallet 12 Gt CO_2 om året. [39 p. 13]

Man bør huske på, at selvom afgrøder absorberer store mængder CO_2, så frigives den også hurtigt, fordi afgrøderne spises og dermed indtræder i kredsløbet igen.

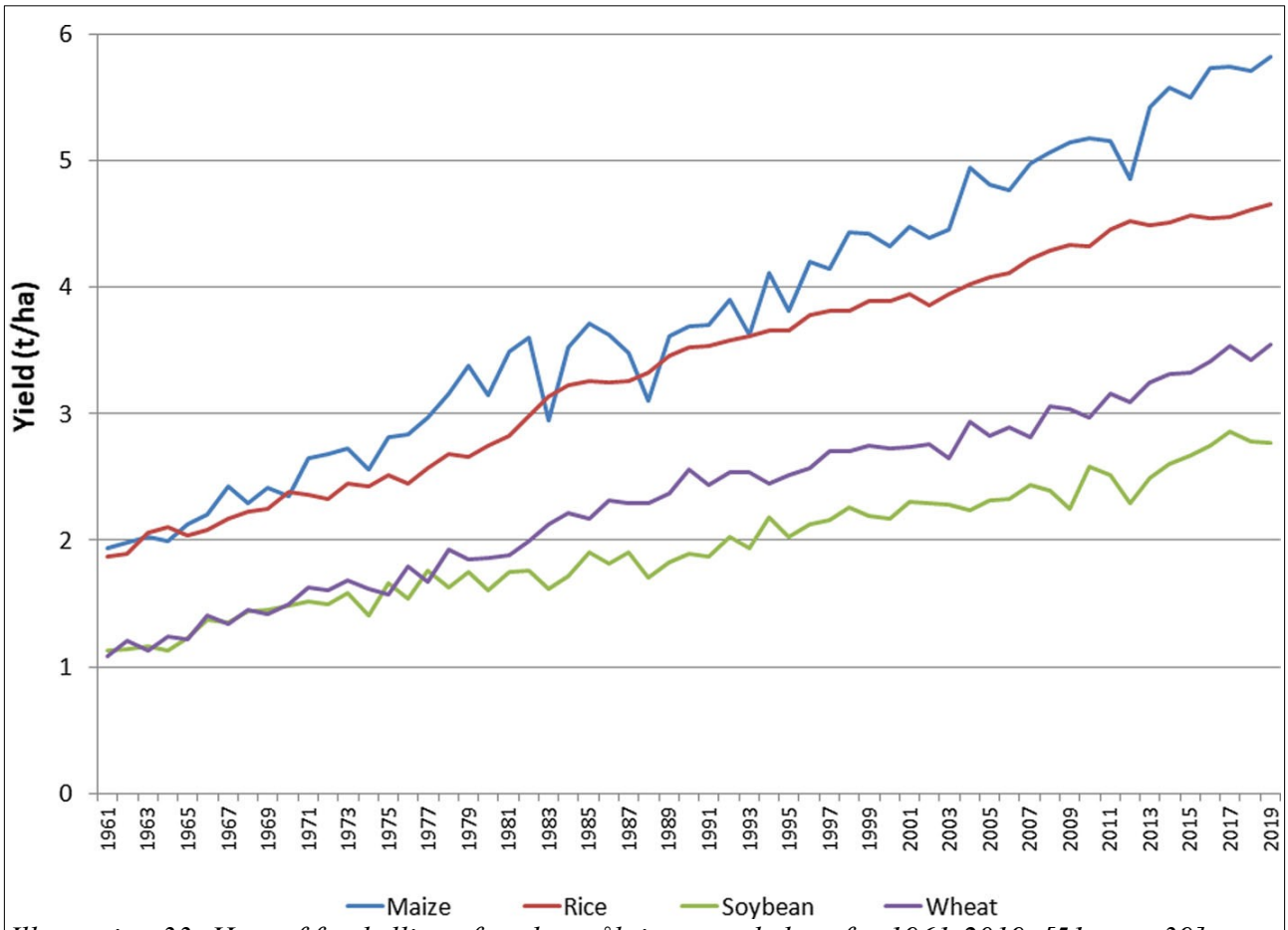


Illustration 33: Høst af forskellige afgrøder målt i tons pr hektar fra 1961-2019. [51 samt 39]

Illustration 33 viser hvordan udbyttet af afgrøder er steget over tid, og denne stigning ville ikke have været mulig uden gødskningen med CO_2. Faktisk vil høstudbytter falde med ca. 18 % hvis CO_2 indholdet i atmosfæren falder til førindustrielle niveauer. [39 p. 14]

Menneskets produktion af afgrøder har dog også stor påvirkning på miljøet, da det går ud over biodiversiteten, det forringer jordkvaliteten, og der udsendes pesticider i miljøet. [52]

9.8. Sammenfatning

I dette afsnit har vi set på forskellige målinger af Jorden. Konklusionen er at Jordens klima pt. *ikke* er i krise. Klimakrisen er et medieskabt ord, som måske får relevans i fremtiden, men lige nu er der kun økologiske udfordringer at slås med – nemlig biodiversitet, forurening med pesticider og almindelig røgforurening.

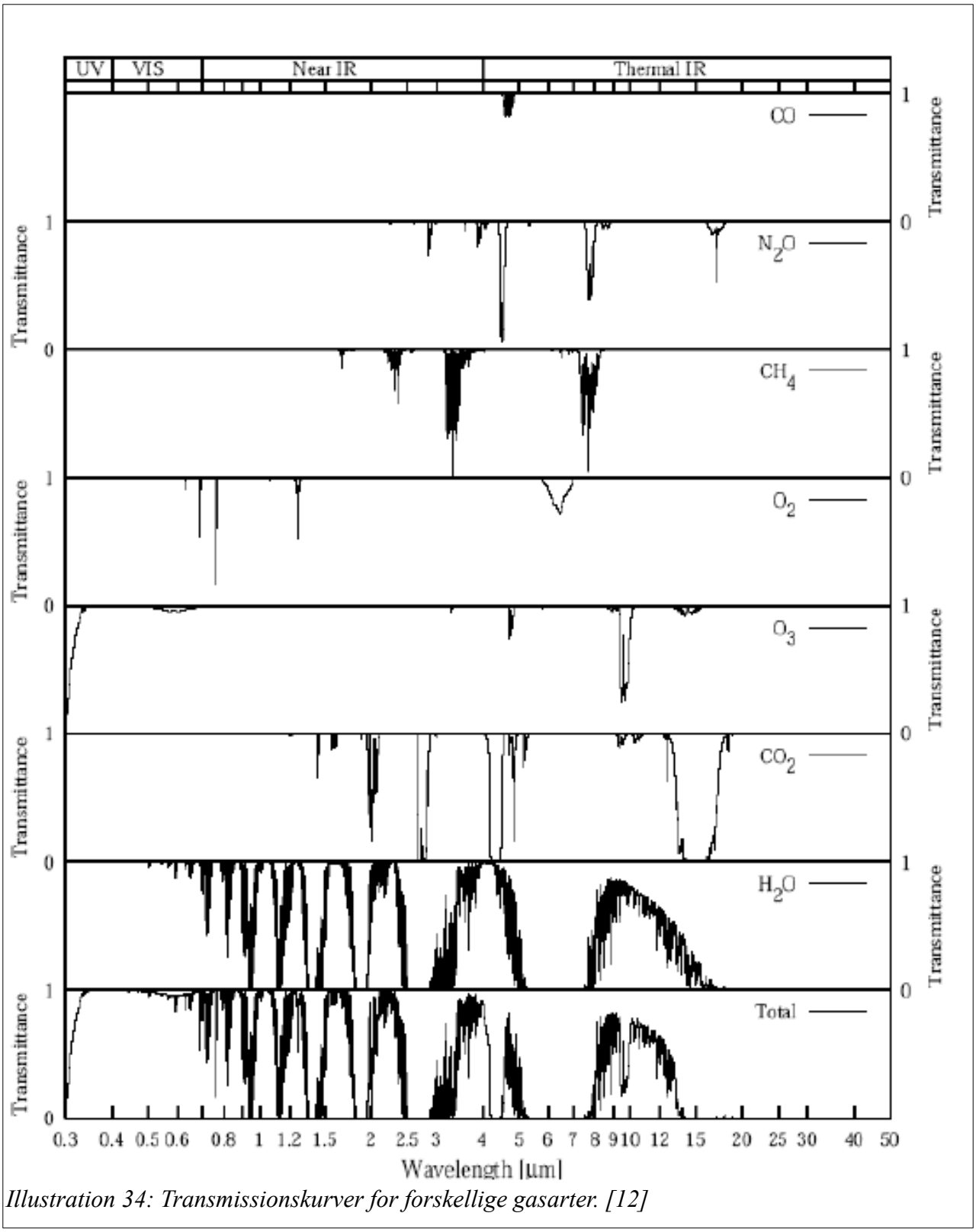


Illustration 34: Transmissionskurver for forskellige gasarter. [12]

I de næste 2 afsnit vil vi undersøge atmosfærer og drivhuseffekten lidt nærmere.

10. Planeters atmosfærer

Hvorfor har Jordens atmosfære den temperatur, den har? Og hvordan ser det ud på andre planeter? Det er nødvendige spørgsmål at kunne forklare, hvis man vil forstå klimaet på en generel måde, og også hvis man vil vide noget om klimaets udvikling her på Jorden. Her vil vi udlede en parametriseret model over Jordens atmosfære.

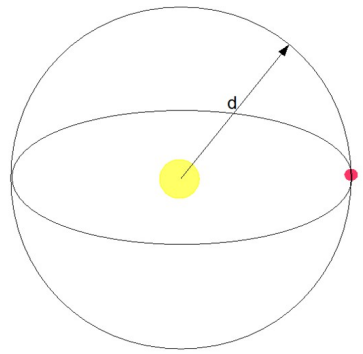


Illustration 35: En planet modtager fluxen, F fra sin stjerne.

10.1. Temperaturen af en planet

Stefan-Boltzmanns lov lyder som følger: "*Fluxen fra et absolut sort legeme med temperaturen T er proportional med temperaturen i 4. potens*." I formelsprog

$$F=\sigma\cdot T^4,\ \sigma=5{,}67\cdot10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}^4}. \qquad (14)$$

Fluxen er den udsendte effekt pr. areal.

For eksempel kan vi regne Solens effekt - også kaldet luminositet, L, ud, hvis vi kender dens samlede overfladeareal A. Den samlede effekt må være $L=A\cdot F$. Overfladearealet af Solen er $A=4\cdot\pi\cdot R^2$. Dvs. Solens samlede udstrålede effekt[6] er

$$L=4\cdot\pi\cdot(6{,}96\cdot10^8\,\mathrm{m})^2\cdot\sigma\cdot(5800\,\mathrm{K})^4=3{,}846\cdot10^{26}\,\mathrm{W}.$$

Hvis vi kan regne ud, hvor stor en effekt en planet modtager fra Solen, så har vi også mulighed for at bestemme planetens temperatur, såfremt vi ved hvor meget lys planeten reflekterer, og om planeten har en atmosfære eller ej. Betragt illustration 35. En planets øvre atmosfære modtager effekten

$$P=F\cdot a_{planet}\wedge F=\frac{L}{4\cdot\pi\cdot d^2}\Leftrightarrow P=\frac{\pi\cdot R_{planet}^2\cdot L}{4\cdot\pi\cdot d^2}.$$

Ovenfor angiver a planetens tværsnitsareal. En vis brøkdel, A, af den indstrålede effekt fra Solen reflekteres – A kaldes for *albedoen* – og derfor absorberes brøkdelen (1-A). Alt i alt modtager planeten altså effekten

$$P=\frac{(1-A)\cdot\pi\cdot R_{planet}^2\cdot L}{4\cdot\pi\cdot d^2}. \qquad (15)$$

Når planeten modtager energi fra stjernen opvarmes den, og dermed udstråler den også varmestråling til omgivelserne. Ved en bestemt temperatur opnås ligevægt, så den indkommende effekt og den udstrålede effekt bliver ens. Dette er naturligvis et ideelt eksempel, for vi ved jo fra Jorden, at temperaturen et givet sted varierer ganske meget på et døgn samt i løbet af årstiderne. Men midlet ud over et år har Jorden en bestemt middeludstråling og middeltemperatur. Hvis en planets atmosfære er betragteligt tykkere end Jordens atmosfære, vil variationerne i temperaturen være mindre – tilsvarende vil en planet uden atmosfære gennemgå voldsomme temperatur-ændringer.

---

6 For at formlen passer skal Solen udstråle som et absolut sort legeme. Det gælder tilnærmelsesvist, og den temperatur, der er valgt i eksemplet kaldes Solens effektive temperatur, T_{eff}. Det er den temperatur, der giver den målte samlede effekt fra Solen. Man skal nogle hundrede km ned i Solen for at finde den temperatur.

Lad os antage, at den observerede planet *har* en atmosfære, som fordeler varmen ud over hele overfladen. Dermed vil den udsende varmestråling fra *hele* sin overflade, dvs. $a = 4 \cdot \pi \cdot R_{planet}^2$. Planeten vil, ifølge Stefan-Boltzmanns lov, udsende effekten $P = a \cdot \sigma \cdot T_{planet}^4 = 4 \cdot \pi \cdot R_{planet}^2 \cdot \sigma \cdot T_{planet}^{4.}$ Sættes de to udtryk for effekten sammen fås

$$4 \cdot \pi \cdot R_{planet}^2 \cdot \sigma \cdot T_{planet}^4 = \frac{(1-A) \cdot \pi \cdot R_{planet}^2 \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \Leftrightarrow$$

$$T_{Planet} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(1-A) \cdot L}{\sigma \cdot \pi \cdot d^2} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (16)$$

Vi har altså nu et udtryk for planetens middeltemperatur, såfremt vi kender albedoen, afstanden til planeten, *d*, og såfremt atmosfæren er så tyk, at varmen fordeles over hele planeten. Solens luminositet, *L*, kender vi, da vi har målt den.

Øvelse - Jordens middeltemperatur

Jordens albedo $A = 0{,}313$, Solens luminositet (effekt) er $L = 3{,}846 \cdot 10^{26}$ W, Jordens middelafstand til Solen er $d = 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m. Beregn Jordens middeltemperatur og overvej resultatet.

- o -

Man kan måle albedoen på planeterne i solsystemet - selv på mange exoplaneter kan man ved sindrige metoder måle planeternes albedoer.

Øvelse - Exoplaneten Qatar-1b

For exoplaneten Qatar-1b er der detekteret en atmosfære. Opdagerne har antaget, at $A = 0$. Stjernens temperatur $T = 4900$ K og dens radius $R = 5{,}73 \cdot 10^8$ m. Afstanden til planeten er 0,02342 AU. Det giver at stjernens absolutte luminositet er $L = 1{,}35 \cdot 10^{26}$ W. (Se kilde [7] eller Alsubai et al [5].)

- Vis på den baggrund at Qatar-1bs temperatur er 1400 K.
- Antag at albedoen svarer til Jupiters, dvs. $A = 0{,}52$. Beregn T_{planet}.
- Kan denne planet indeholde flydende vand? (Begrund dit svar.)

- o -

10.2. Flydende vand og ilt?

Et fundamentalt spørgsmål for liv, som vi kender det, er spørgsmålet om planeter har ilt i deres atmosfærer, og om der er flydende vand på overfladen af planeten.

Øvelsen ovenfor gav et resultat, der siger at Jordens gennemsnitstemperatur er koldere end en dybfryser, hvilket ikke stemmer overens med den målte middeltemperatur eller det faktum, at der ér flydende vand over det meste af Jorden.

Svaret er, at Jordens atmosfære virker som en dyne, og det løfter middeltemperaturen op på +15 ºC. Dvs formlen ovenfor er for grov til at bestemme den faktiske temperatur. Vi er altså nødsaget til at gå mere detaljeret til værks.

10.3. En kompliceret atmosfæremodel

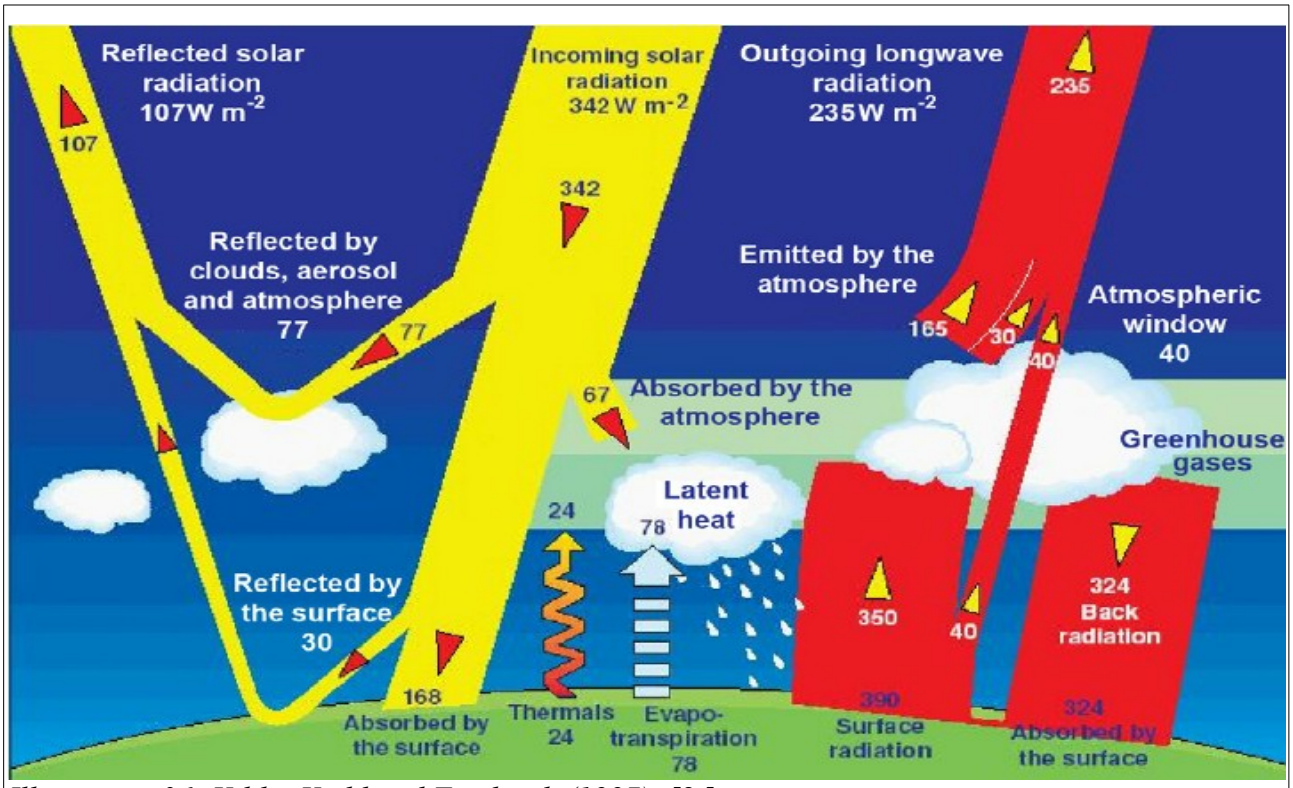


Illustration 36: Kilde: Kiehl and Trenberth (1997). [8.]

I det følgende vil vi gennemgå en atmosfæremodel, som er udviklet af Kiehl & Trenberth (1997.) Modellen forudsiger Jordens overfladetemperatur ret godt, og selvom modellen, overordnet set, er simpel, er matematikken vist rigelig trælsom for de fleste gymnasieelever.

Modellen er tilpasset drivhuseffekten på Jorden, og vi vil i en opgave forsøge at generalisere til andre atmosfærer. Betragt illustration 36.

Øverst i midten i figuren kan man se, at 342 W/m^2 indstråles fra Solen. Dette tal kaldes for *insolationen*. Dette kan man forstå ved, at udenfor Jordens atmosfære findes en flux fra Solen på $F_0 = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} = 1368 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$. Jorden dækker en skive med arealet $A_{skive} = \pi \cdot R^2$. Da Jorden har en atmosfære, fordeles varmen over hele planetens overflade, og dette areal er $A_{overflade} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. Altså modtager hver kvadratmeter på Jorden $\frac{F_0 \cdot A_{skive}}{A_{overflade}} = \frac{F_0}{4} = 342 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$.

Øvelse - Jordens middelindstråling

Kontroller tallet ovenfor.

- o -

Man ser også til venstre i figuren, at noget stråling reflekteres af Jorden eller Jordens atmosfære. Den brøkdel, der reflekteres kaldes for *Bond-Albedoen* – eller bare *albedoen*. Man ser at 107 W/m^2 reflekteres ud af 342 W/m^2. Dermed må albedoen være A = 107/342 = 0,313.

I midten af figuren kan man se, at 67 W/m^2 absorberes af atmosfæren og 168 W/m^2 absorberes af overfladen, dvs. 235 W/m^2 ud af de indkomne 342 W/m^2 absorberes af planeten/atmosfæren. I midten og til højre kan man se, at Jordoverfladen både udstråler energi i form af varmestråling samt

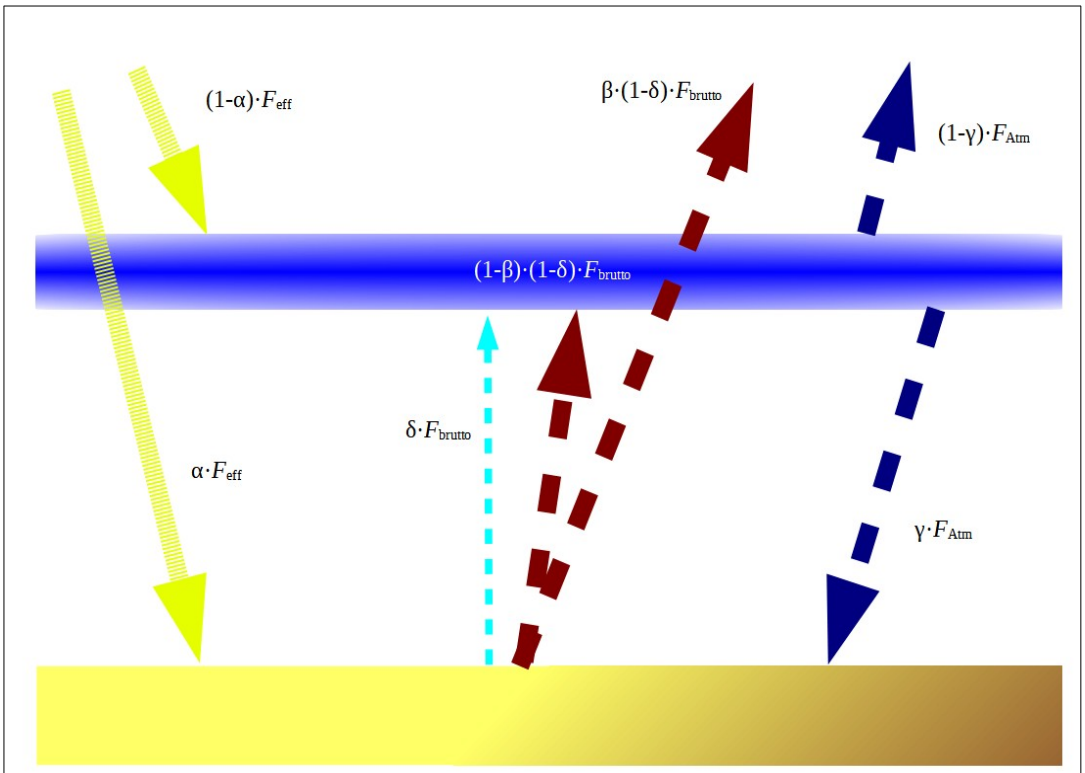


Illustration 37: Atmosfæremodellen med variable størrelser indsat. F_{eff} = 235 W/m^2 for Jorden.

afleverer energi i form af fordampet vand og via konvektion. Dvs. Jordoverfladen *udstråler* 350 W/m^2 til atmosfæren samt 40 W/m^2 direkte til verdensrummet. De resterende 102 W/m^2 afleveres altså ikke via stråling.

Til højre ser man, at Jorden modtager 324 W/m^2 fra atmosfæren, mens atmosfæren udstråler 195 W/m^2 til verdensrummet.

Netto indstråles altså 235 W/m^2, og der udstråles lige så meget ved ligevægt. Atmosfæren sørger for, at Jordens strålingsligevægt findes ved en højere temperatur end den, som blev beregnet i øvelsen på side 41. I modellen ser man, at det er illustreret ved, at atmosfæren tilbagestråler 324 W/m^2. Derfor stiger Jordens udstråling også, og hvis man fratrækker bidragene fra konvektion og fordampning er Jordens samlede *varmestråling* $F = 390\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = \sigma \cdot T^4 \Leftrightarrow T = 288\,\mathrm{K} = 15^o\mathrm{C}$. Hvis vi ikke havde taget højde for atmosfærens betydning udover, at varmen transporteres rundt på hele kloden, ville temperaturen have endt på ca. -19 ºC.

I illustration 36 er der indsat talværdier, der passer til Jorden – men de passer næppe til andre planeters atmosfærer. Derfor vil vi generalisere figuren, så tallene erstattes af nogle parametre, som vi selv kan justere. Betragt illustration 37.

Stefan-Boltzmanns lov siger, at et absolut sort legeme i ligevægt udsender stråling ifølge formlen

$F=\sigma\cdot T^4$. Jorden er som tidligere nævnt ikke et absolut sort legeme – albedoen er jo forskellig fra 0, men for enkelthedens skyld regner vi med, at den er det.

Fortolkning af parametrene
α: Brøkdelen af den absorberede indkommende intensitet, som absorberes af Jordoverfladen.
β: Brøkdelen af overfladens *udstrålede* intensitet direkte til verdensrummet.
γ: Brøkdelen af atmosfærens udstråling, der rammer og absorberes af jordoverfladen.
δ: Brøkdelen af den totale afleverede intensitet fra Jordoverfladen, som afleveres i form af konvektion og fordampningsvarme.
F_{eff}: Den del af Solens indstrålede intensitet, som *absorberes* af planeten inkl. atmosfæren.
F_{brutto}: Al den intensitet, som Jordoverfladen afleverer i form af varmestråling, konvektion og fordampning.
F_{atm}: Al den intensitet, som atmosfæren afleverer. (Men det reflekterede sollys er ikke med.)

Vi kan nu opstille nogle formler for temperaturerne af atmosfæren og jordoverfladen.

10.3.1. Atmosfæren

Atmosfæren modtager i alt intensiteten $F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot F_{brutto}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot F_{brutto}$. Desuden kan vi for ligevægt indse, at $F_{brutto}=\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm}$. Dermed kan vi bortsubstituere F_{brutto}. Vi får følgende

$$F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot(\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm})+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot(\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm})\Leftrightarrow$$
$$F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot\alpha\cdot F_{eff}+\delta\cdot\gamma\cdot F_{atm}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma\cdot F_{atm}\Leftrightarrow$$
$$F_{atm}-\delta\cdot\gamma\cdot F_{atm}-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma\cdot F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}\Leftrightarrow$$
$$[1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma]\cdot F_{atm}=[(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha]\cdot F_{eff}\Leftrightarrow$$
$$F_{atm}=\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}.\Rightarrow$$
$$\sigma\cdot T_{atm,nedre}^4=\gamma\cdot F_{atm}\Rightarrow T_{atm,nedre}=\sigma^{\frac{-1}{4}}\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}\cdot\gamma\right)^{1/4}.$$
$$\sigma\cdot T_{atm,øvre}^4=(1-\gamma)\cdot F_{atm}\Rightarrow T_{atm,øvre}=\sigma^{\frac{-1}{4}}\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}\cdot(1-\gamma)\right)^{1/4}.$$

10.3.2. Jordoverfladen

$$F_{overflade}=F_{brutto}-\delta\cdot F_{brutto}=(1-\delta)\cdot F_{brutto}\wedge F_{brutto}=\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm}\Leftrightarrow$$
$$F_{overflade}=(1-\delta)\cdot(\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm})=(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\delta)\cdot\gamma\cdot F_{atm}\Leftrightarrow$$
$$F_{overflade}=(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\delta)\cdot\gamma\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}\right)\Leftrightarrow$$
$$F_{overflade}=\left(\alpha+\gamma\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\right)\right)\cdot(1-\delta)\cdot F_{eff}=\sigma\cdot T_{overflade}^4\Rightarrow$$
$$T_{overflade}=\sigma^{\frac{-1}{4}}\cdot\left(\alpha+\gamma\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\right)\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\left((1-\delta)\cdot F_{eff}\right)^{\frac{1}{4}}.$$

Øvelse - formeltjek

Kontroller beregningerne ovenfor.

- o -

Modellen i illustration 37 er principielt ikke voldsomt indviklet, og det er da også muligt at opstille udtryk for de 3 temperaturer, men læseren vil nok medgive, at kompleksiteten af *beregningerne* er så stor, at det sandsynligvis bliver ganske indviklet, matematisk set, at lave en mere avanceret model. Derfor nøjes vi med denne model. Modellen bruges i opgaven *Atmosfæremodel*, som er bagest i noten.

10.4. Drivhusgasser

I forrige afsnit har vi regnet på en model, der antog, at atmosfæren tilbagestråler en vis del af strålingen fra overfladen og dermed gav anledning til en drivhuseffekt. Men hvorfor tillader en atmosfære nogle gange transmission af synligt lys og ikke varmestråling?

1	**Atmosfæremodel**				
2					
3	A=	0,313		Albedo	
4	α=	0,715		Se model	
5	β=	0,103		do	
6	γ=	0,624		do	
7	δ=	0,207	2,205317929	do	
8	L=	3,85E+026	W/m²	Stjernes luminositet	
9	d=	1,50E+011	m	Afstand mellem planet og stjerne	
10	σ=	5,67E-008	W/(m²K⁴)		
11	F_{eff}=	234,8729349	W/m²		
12	T_{nedre}=	274,7745013	K	1,624501343	°C
13	$T_{øvre}$=	242,0902184	K	-31,0597816	°C
14	T_{Jord}=	287,8892385	K	14,73923851	°C
15					

Illustration 38: Resultat fra den parametriserede atmosfæremodel.

Det viser sig, at visse molekyletyper absorberer lys i bestemte bølgelængdeintervaller i bølgelængdeområder, der er lange i forhold til synligt lys. Drivhusgasserne er vist i tabellen nedenfor, og bølgelængdeområderne, hvor de absorberer lys er også anført.

Gasart	Formel	Absorptionsinterval
Vanddamp	H_2O	10 µm og opefter
Kuldioxid	CO_2	12,5-18,5 µm
Metan	CH_4	6,1-10,5 µm
Lattergas	N_2O	7,4-8,3 µm 15,2-19,2 µm 4,4-4,7 µm
CFC-gasser	CFC-gasser er en familie af gasarter.	7,7-14,3 µm
Ozon	O_3	8,3-10,5 µm 12,5-16,7 µm

Tabel 3. [12].

Grunden til at ovenstående gasser absorberer fotoner i mikrobølgeområdet, som jo er området for varmestråling, skyldes især, at de er tri-atomige – på nær methan, som er 4-atomig. Det kan man lære mere om i molekylefysik. [14]

De vigtigste drivhusgasser er vanddamp, vanddråber (skyer) og kuldioxid, men methan-indholdet i atmosfæren er stigende, så dens bidrag vokser for tiden. Absorptionen er ikke lige kraftig i alle bølgelængdeområderne, der er anført i tabellen ovenfor, og der findes forskellige koncentrationer af drivhusgasser. Derfor er det ikke så nemt at rangordne de enkelte gassers betydning. Kilde [13 p. 17].

På illustration 34 kan man se hvor stor en del af strålingen, der transmitteres som funktion af bølgelængden.

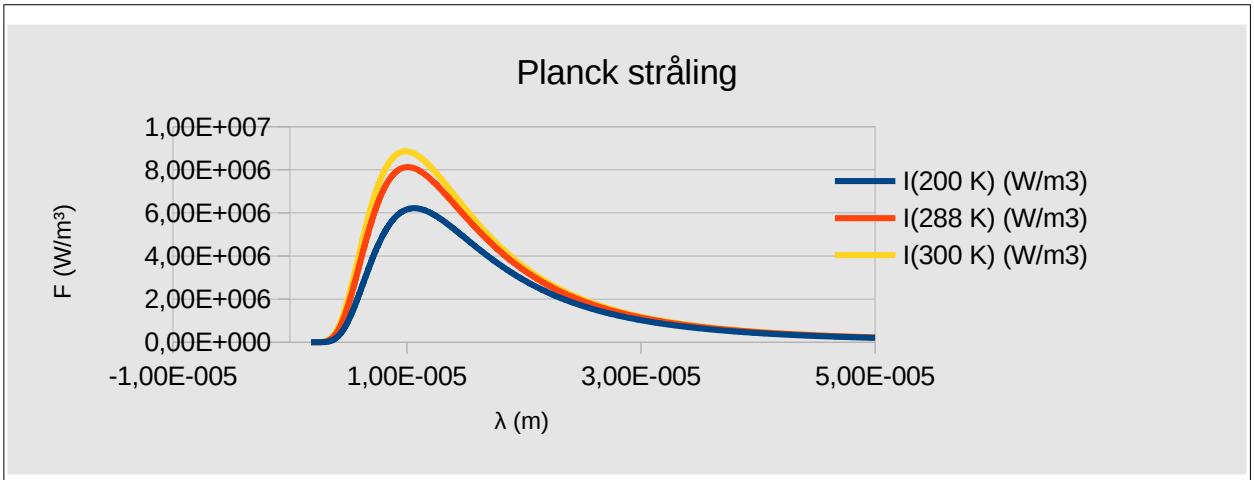


Illustration 39: Planck-kurver. (Varmestrålingskurver.) Kurverne gælder for absolutte sorte legemer. Jorden er kun tilnærmelsesvist et sort legeme.

Som illustration 39 viser, udsendes varmestråling forskelligt i forskellige bølgelængdeintervaller. Toppunktet i strålingen afhænger af legemets temperatur. Det viser sig, at temperatur og bølgelængde for maksimal udstråling er omvendt proportionale og reglen hedder *Wiens forskydningslov.*

$$\lambda_{maks} \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K} \cdot \mathrm{m}. \tag{17}$$

Jordens gennemsnitstemperatur er 288 K og ifølge Wiens forskydningslov, er maksimalintensiteten for varmestrålingen dermed $\lambda_{maks} = \frac{0{,}0029\,\mathrm{Km}}{288\,\mathrm{K}} = 10\,\mu\mathrm{m}$. Strålingen minder meget om Planck-stråling, som man kan se tre eksempler på i illustration 39. En beregning viser, at 27 % af Jordens varmestråling ligger i det interval, som CO_2 kan absorbere. I forvejen absorberer vand dog også i samme bølgelængdeinterval, og IR-strålingen kan jo ikke absorberes to gange, så effekten er ikke kolossal. Hvis man betragter nederste 2 grafer på illustration 34, som viser *transmissionskurver*[7] ved forskellige bølgelængder for forskelige gasser, ser man, at kuldioxids bidrag primært ligger i intervallet fra 14-18,5 µm, og her findes 19 % af Jordens IR-stråling. Det er altså primært *vanddamp*, der bidrager til drivhuseffekten, men hvis mængden af kuldioxid i atmosfæren stiger, så bliver transmissionskurverne anderledes, og dermed kan drivhuseffekten stige. Det er i øvrigt ganske kompliceret at beregne transmissionskurver ved ændret gastryk, temperatur og sammensætning. [12, s. 2].

10.5. Ændringer i tilbagestrålingen pga. drivhuseffekten

Myhre et al. [56] fandt en relation mellem den ekstra flux, ΔF, der tilbagekastes og koncentrationen, C, af CO_2 til at være

$$\Delta F = 5{,}35 \cdot \ln\left(\frac{C}{C_0}\right)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}, C_0 = 288{,}5\ \mathrm{ppm} \tag{18}$$

7 En transmissionskurve viser, hvor stor en procentdel af strålingen fra en given bølgelængde, der trænger gennem gassen.

I dag er $C = 414{,}7$ ppm, dvs. $\Delta F = 1{,}94$ W/m^2. [57]

Stefan-Boltzmanns lov (14) kan bruges til at bestemme tilbagekastningen, såfremt vi kender den gennensnitlige temperatur af jordoverfladen.

Jordens middeltemperatur var før den industrielle revolution 12,9 ºC = 286 K, dvs. jordoverfladen udstrålede fluxen $F = 379{,}4$ W/m^2. [58], [59]

Forøgningen i kuldioxid siden den industrielle revolution giver altså anledning til en temperaturstigning på

$$\Delta T = \left(\frac{381{,}3\,\mathrm{W/m^2}}{\sigma}\right)^{0{,}25} - 286\ \mathrm{K} = 0{,}37\ \mathrm{K}$$

Dette er dog ikke den samlede temperaturstigning, da opvarmningen fra kuldioxid også giver mere vanddamp i atmosfæren, og vanddamp virker *også* som en kraftig drivhusgas. Faktisk mener man, at kuldioxid kun udgør ca. 26 % af fluxændringen. [8] Dermed bliver den samlede opvarmning noget større end estimatet ovenfor. Hvis vi tager højde for de andre drivhusgasser bliver beregningen dermed

$$\Delta F = 1{,}94\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}} \cdot \frac{100\,\%}{26\,\%} = 7{,}47\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2}}$$

Dvs. temperaturstigningen bliver

$$\Delta T = \left(\frac{386{,}9\,\mathrm{W/m^2}}{\sigma}\right)^{0{,}25} - 286\ \mathrm{K} = 1{,}4\ \mathrm{K}$$

Siden 1850 har vi målt en temperaturstigning på 1,1 K. [60]

Der er en forsinkelse på i hvert fald nogle dekader (ti-år), fra man tilfører kuldioxid til ligevægtstemperaturen er opnået, så den målte stigning på 1,1 K bliver muligvis lidt større, selvom vi helt stopper tilførslen af kuldioxid til atmosfæren. (Den største temperaturstigning sker hurtigt, og så flader stigningen ud.) [61]

Ovenfor har vi set på, hvad der sker, når mængden af kuldioxid ændres i atmosfæren. Men Solen ændrer faktisk også sin flux over tid, og dermed vil solarkonstanten også ændres. Det er gennemgået i afsnit 11.3.

Klimamodellen, som er omtalt i afsnit 10.3, findes også i en TInSpire-version, hvor man kan justere i atmosfærens indhold af CO_2. Den kan downloades på https://astro-gym.dk/geovidenskab/.

Det er naturligvis en ganske grov og forsimplet model, men i det mindste kan man få en fornemmelse af, hvad der sker, når mængden af drivhusgasser ændres, og den flittige gymnasieelev, har også en chance for at forstå, hvad der foregår.

10.5.1. Klimamodellen fra 10.3, men med ændret CO_2-indhold

Formel (18) gav os en model for den ændrede strålingsflux ved en ændring i koncentrationen af drivhusgassen CO_2. Vi viste i eksemplet ovenfor, hvordan vi kan tage hensyn til vanddampes rolle, når temperaturen stiger, og inspireret af det, kan vi justere (18) så den bliver

$$\Delta F = 20{,}58 \cdot \ln\left(\frac{C}{C_0}\right)\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}, C_0 = 288{,}5 \text{ ppm} \tag{19}$$

Temperaturen var T = 286 K, da C_0 = 288,5 ppm. Hvis formlen inkluderes i Kiehl & Trenberts parametriserede model, se afsnit 10.3, og hvis man erindrer sig, at der ved ligevægt skal være en nettoindstråling på 0 ved både *jordoverfladen, atmosfæren*, og det samlede system *jord+atmosfæren*, viser det sig, at parameteren β ændres, når der sker ændringer i CO_2-koncentrationen. Dvs. modellen afhænger af følgende parametre:

A: Albedoen
α: Den procentdel af den absorberede stråling, som jordoverfladen modtager.
β: Den procendel af varmestrålingen, som Jorden udstråler direkte til verdensrummet.
γ: Den procentdel af atmosfærens varmestråling, der sendes ned mod jordoverfladen. Dvs. modellen er ikke isoterm.
δ: Den procentdel af Jordens samlede modtagne stråling, der afleveres til atmosfæren ved termik og fordampningsvarme.

Naturligvis afhænger modellen også af afstanden mellem Jorden og Solen, samt af Solens faktiske absolutte luminositet, som vi stadigvæk ikke har helt styr på. [63] Se også afsnit 11.3.

Illustration 40 viser et skærmbillede af et Python-program, som inkluderer ovenstående størrelser.

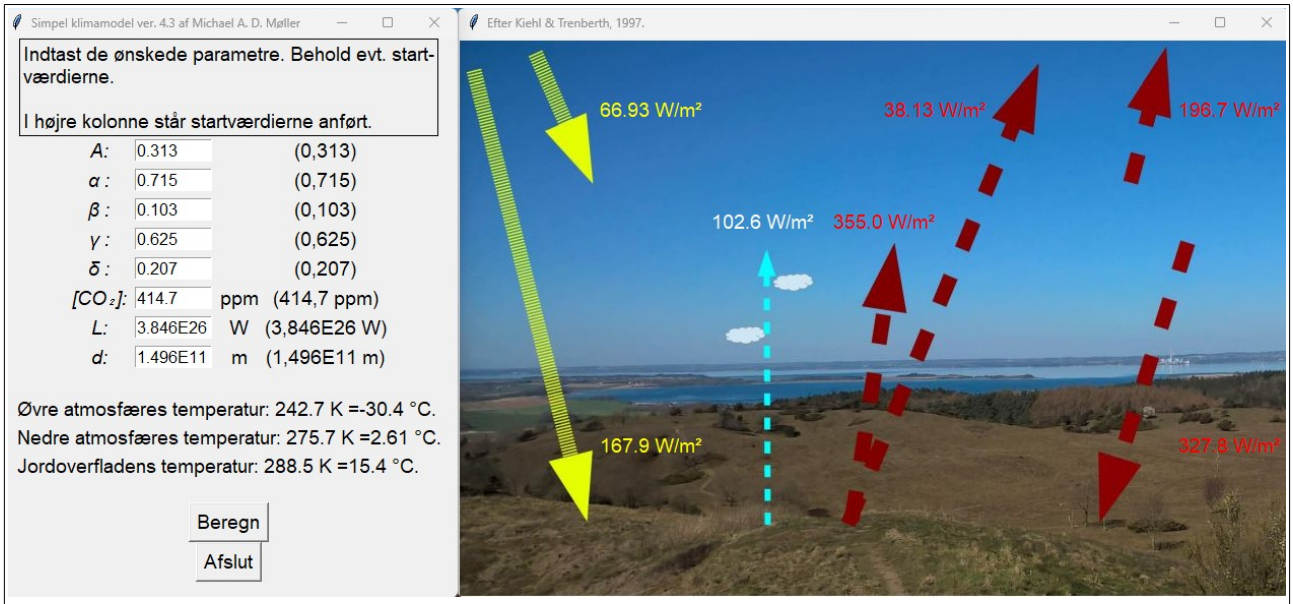


Illustration 40: En model af Jordens atmosfære med inddragelse af ændret koncentration af CO_2. [8], [64]

Brugeren kan justere i parametrene, og så beregner programmet strålingsfluxer samt effektoverførsel via termik/fordampningsvarme. Programmet kan kun bruges til at undersøge Jordens atmosfære, da det er tilpasset Jordens forhold. Hvis man hellere vil undersøge en exoplanet kan regnearket *Atmosfæremodel.xlsx* evt. bruges, men så stiger kompleksiteten, da det bliver vanskeligt at finde fysisk velfunderede parametre.

11. Manipulation med klimaet

Målinger viser at Jordens middeltemperatur er stigende i hvert fald over de seneste 150 år. Målinger viser også, at atmosfærens indhold af drivhusgasserne vandgas, kuldioxid og methangas alle er stigende. Betyder det så, at menneskeheden er fordømt?

Hvis vi lukker øjnene og fortsætter den nuværende livsstil, så vil klimaændringerne muligvis føre til hungersnød, tørke, krig om vand, flygtningestrømme og fortsat uddøen af mange dyrearter. Men vi kan også gøre noget for at ændre på Jordens energibalance.

11.1. Albedoændring

Nogle gasser reflekterer synligt lys på en effektiv måde. Slippes sådanne gasarter fri i atmosfæren, vil Jordens albedo stige, og dermed vil Jordens temperatur på sigt falde. Et eksempel på sådan en gas er svovldioxid, SO_2. Gassen findes naturligt i kul og olie, men i dag renses denne gasart fra, da den er skyld i syreregn, skovdød og luftvejs-sygdomme. Men den kan altså bidrage positivt med at køle atmosfæren.

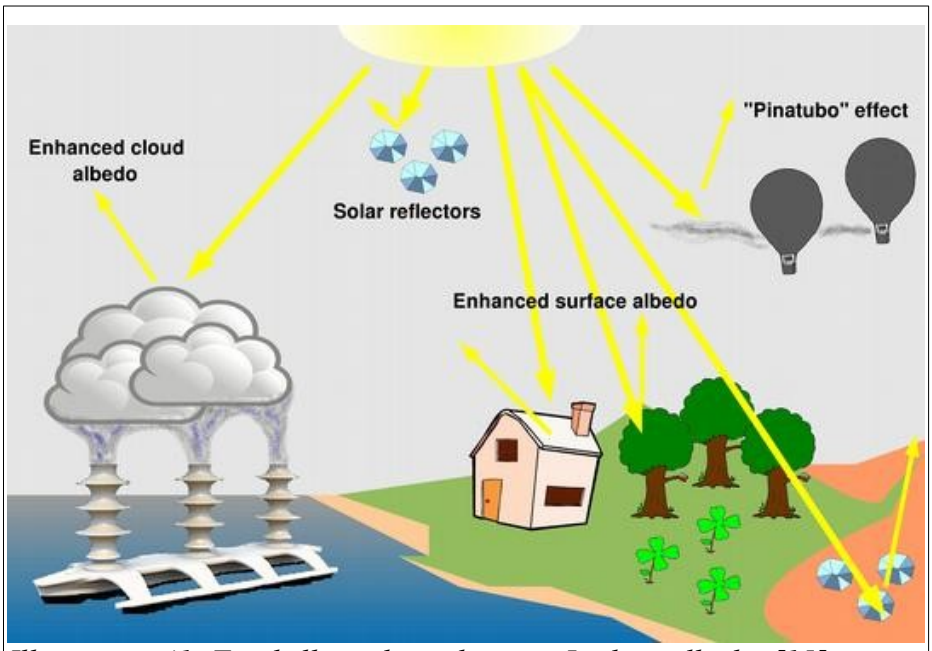


Illustration 41: Forskellige ideer til at øge Jordens albedo. [15]

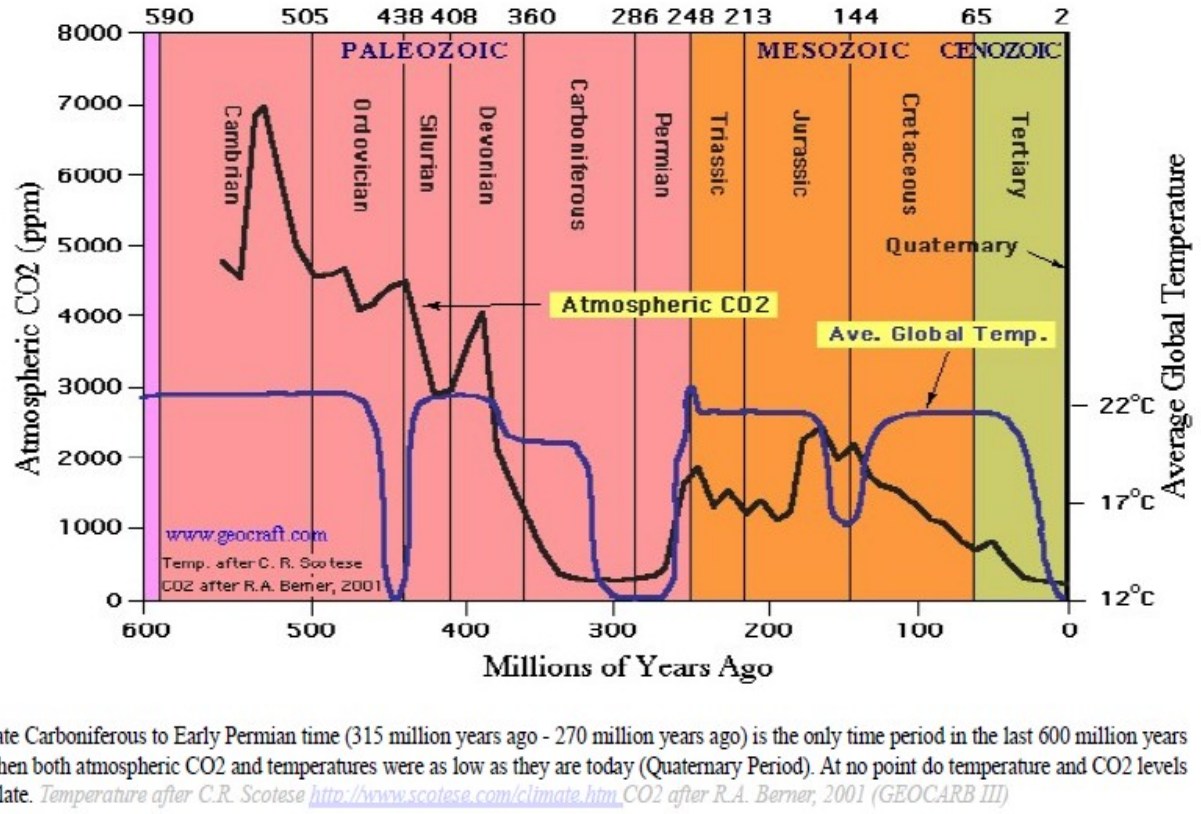
Vandgas er en drivhusgas, men vand i form af lavtliggende skyer, kan reflektere lys og dermed også øge albedoen. Man kan tænke sig en maskine, som forstøver havvand op i luften og dermed på kunstig vis øger skydannelsen i den nedre del af atmosfæren. Det øger albedoen, og dermed køles atmosfæren igen.

Foruden at manipulere direkte med albedoen, kan man også foretage tiltag til at nedsætte drivhuseffekten. F. eks. kan man overgå til CO_2-neutral energiforsyningsteknologi, man kan nedsætte kødforbruget og dermed nedsætte både kuldioxid- og methanproduktionen, og man kan gå bort fra traditionelt landbrug til højteknologiske produktionsmetoder. Læseren opfordres til selv at søge information om disse muligheder.

12. Naturlige klimaændringer

Naturen har lavet ændringer i Jordens klima mange gange. På illustration 42, vises Jordens temperatur samt dens CO_2-indhold over de seneste 600 Myr. Den viser, at der på store tidsskalaer ikke er sammenhæng mellem indholdet af atmosfærisk kuldioxid og temperaturen af Jorden. Altså må der være andre bidragydere.

12.1. Solens indstråling



Late Carboniferous to Early Permian time (315 million years ago - 270 million years ago) is the only time period in the last 600 million years when both atmospheric CO2 and temperatures were as low as they are today (Quaternary Period). At no point do temperature and CO2 levels relate. *Temperature after C.R. Scotese http://www.scotese.com/climate.htm CO2 after R.A. Berner, 2001 (GEOCARB III)*

Illustration 42: Sammenhæng mellem Jordatmosfærens kuldioxidindhold og dens temperatur. [16]. Forskerne bag er hhv. palæontolog (Scotese) og geokemiker. (Berner).

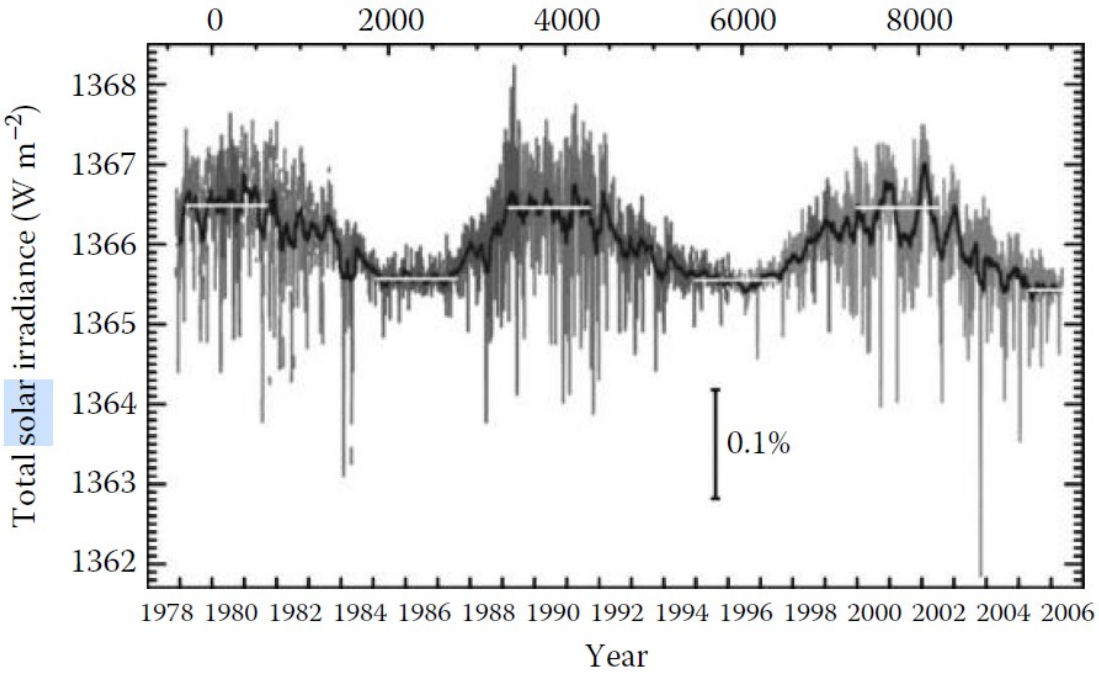


Illustration 43. Variation i Solens udstråling. Den varierer ca med 2 W/m^2 *fra mindste til største værdi. [62]*

Betragt illustration 43. Her ser man, at solarkonstanten varierer med ca. 2 W/m^2 med en periode på ca. 11 år.

Derudover er der også variationer på en længere tidsskala. Her er der dog ikke enighed om, hvilken variation, der er tale om. Nogle forslag går fra ganske små afvigelser til ganske store, som illustration 45 viser. [63] Nogle af variationerne i solarkonstanten er helt oppe på 7 W/m^2, som er det samme som bidraget fra den øgede kuldioxidudledning. Perioden er ca. 110 yr og variationerne ser ud som om, der er en oscillerende variation koblet med en lineær stigning.

For en god ordens skyld skal det nævnes, at der er sået tvivl om konklusionerne i den artikel, hvor illustration 45 er taget fra. [67] Kritikken går på brugen af nogle statistiske metoder, og en af forfatterne, *Willie Soon*, er også tidligere anklaget for at være købt af olieindustrien. [68] Illustration 45 er muligvis god nok, og hvis man betragter perioden fra ca. 1950 og fremefter, er alle modellerne enige i, at Solens flux ikke ændrer sig ret meget. Derfor vil Solens udstråling lige nu ikke påvirke klimaændringer særlig meget.

Det sidste, vi kort vil omtale her, er at der arbejdes med at forstå andre bidrag til naturlige klimaændringer. F. eks. er der en teori om, at ændringer i Solens magnetfelt kan ændre indstrålingen af kosmiske partikler på Jorden, og det kan have betydning for skydannelsen i den nederste del af troposfæren.

12.2. Havets betydning for klimavariationer

Der findes også havstrømme, der kan ændre klodens middeltemperatur. Læseren kender sikkert til El Niño- og La Niña-fænomenerne, hvor El Nino øger temperaturen i troperne samt på den sydlige halvkugle, mens La Nina sænker temperaturen. Det sker over perioder på nogle få år. Der findes også en variation i havtemperaturen i Stillehavet, som har perioder på ca. 50 år, og der er der også mulighed for, at den giver anledning til ændringer i klodens middeltemperatur ved at havtemperaturændringer ændrer i skydækket, som dermed ændrer Jordens albedo.

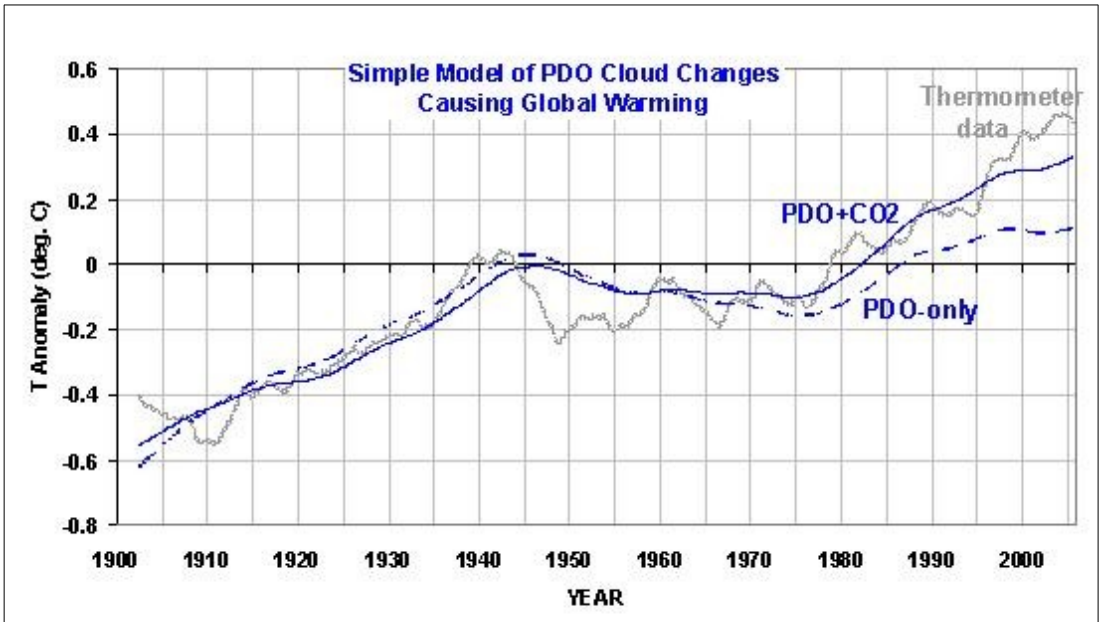


Illustration 44: PDO betyder Pacific Decadal Oscillation. [69]

Som illustration 44 viser, kan man forstå temperaturændringer over de første ca. 80 år i 1900-tallet

alene ved hjælp af Stillehavsoscillationen, mens CO_2-udledninger fra ca. 1980 og fremefter er nødvendige at inddrage for at modellere temperaturen ordentligt. Dvs. denne teori forudsiger, at menneskeskabte bidrag *har* betydning for temperaturstigningerne, men at det ikke *alene* er mennesket, der påvirker klimaet.

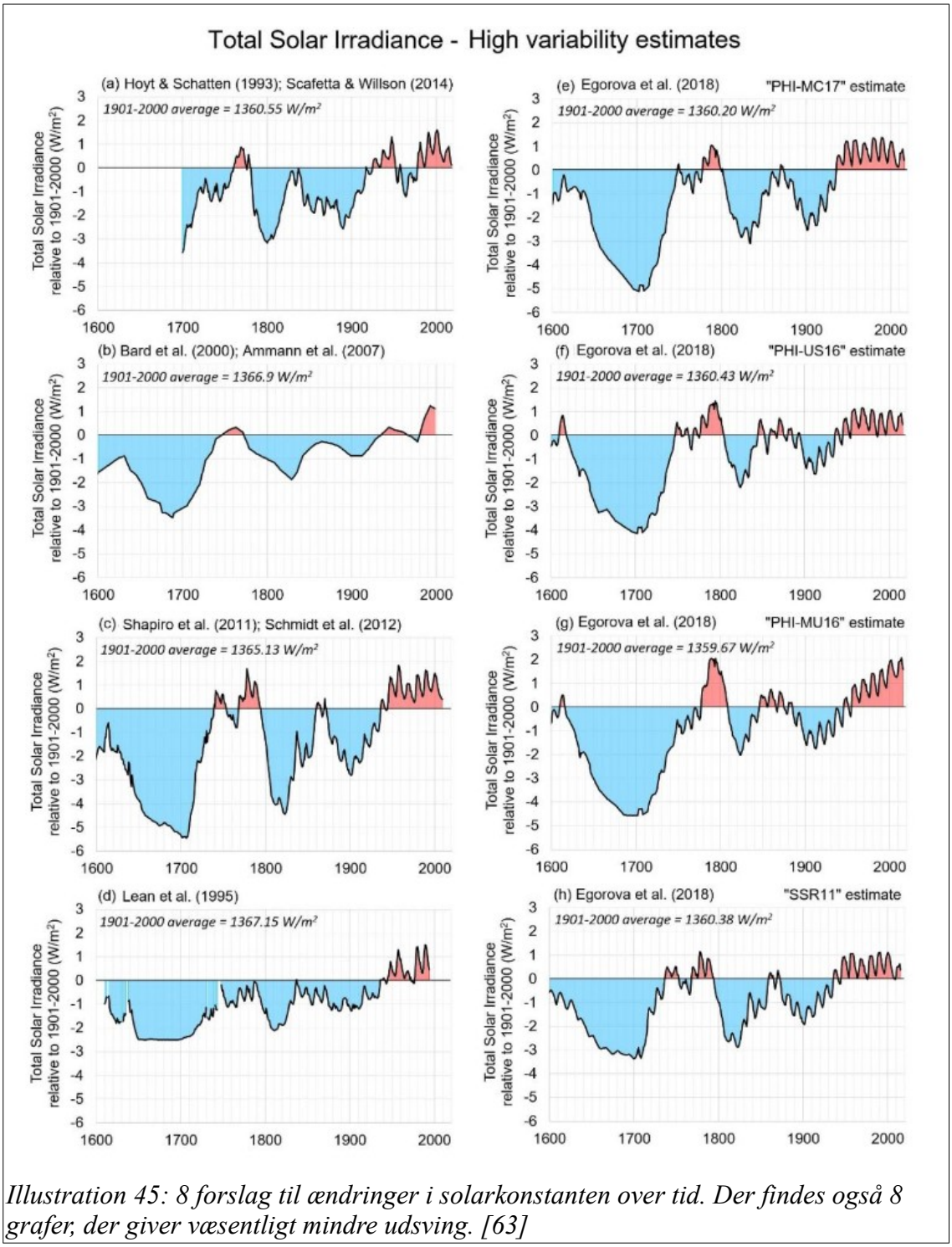


Illustration 45: 8 forslag til ændringer i solarkonstanten over tid. Der findes også 8 grafer, der giver væsentligt mindre udsving. [63]

12.3. Milankovitch-cyklussen

Vi kan på et overordnet niveau godt forstå nogle af de effekter, der ændrer på Jordens klima over tid. De blev udviklet af serberen Milutin Milankovitch samt skotten James Croll.

Bidragene til milankovitch-cyklussen kommer fra variationer i jordbanens eccentricitet, jord*aksens* præcession[8] samt at jord*aksens* inklinations-vinkel varierer. Derudover præcesserer jord*banen* også.

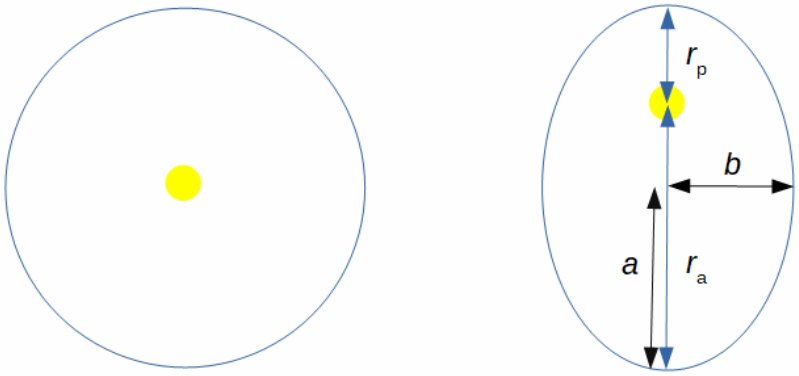


Illustration 46: To baner - den ene er cirkulær, dvs. dens eccentricitet e = 0. Den anden er ellipseformet, hvor de halve stor- og lilleakser er hhv. 6,1 og 4,2. Dvs. e = 0,73.

12.3.1. Jordbanens form

Betragt illustration 46. Her er vist to planetbaner, den ene er cirkulær, og den anden er ellipseformet. Man ser, at ved den elliptiske bane vil solindstrålingen variere i løbet af Jordens bevægelse om solen.

Sammenhængen mellem perihelion, r_p, og aphelion, r_a, samt den halve storakse, a, er givet ved formlerne

$$e=\sqrt{1-\left(\frac{a}{b}\right)^2}\wedge r_a=a\cdot(1+e)\wedge r_p=a\cdot(1-e) \tag{20}$$

hvor jordbanens eccentricitet betegnes med e.

Jordbanens eccentricitet varierer i intervallet [0; 0,0679]. I dag er e = 0,017. Derfor vil middelindstrålingen på Jorden variere lidt, og indstrålingen ligger i intervallet

$$F\in 342\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\cdot[(1+e)^{-2};\,(1-e)^{-2}]=[331;354]\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}.$$

Det er en variation fra middelværdien på ca. 3,2 %. (Den halve storakse ændres ikke.) Effekten betyder, at når den nordlige halvkugle har vinter, hvor Jorden er nærmest Solen i sin bane, så vil vinteren, overfladisk set, være en anelse lunere end på den sydlige halvkugle. Effekten forstærkes/formindskes naturligvis, hvis e ændres.

Variationen af eccentriciteten er en kombination af gravitationspåvirkningen fra Jupiter og Saturn, og der er flere perioder i variationen. Den mest betydningsfulde periode er 413 kyr, og så er der mindre variationer på 95 kyr og 125 kyr. Pt. er eccentriciteten faldende, dvs. jordbanen bliver mere cirkulær i fremtiden. [35].

12.3.2. Jordaksens hældning i forhold til ekliptika

En effekt, der har større betydning for klimaet end jordbanens form, er, at Jordens rotationsakse (spin-akse) hælder med inklinationsvinklen i = 23,44° i forhold til jordbanens akse. Betragt illustration 47.

8 Præcession betyder at rotere.

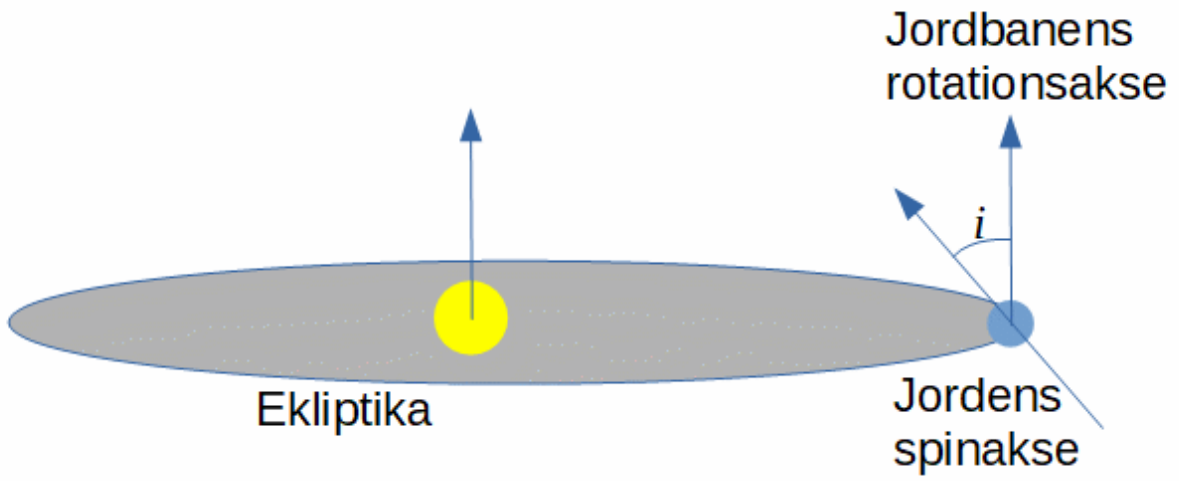


Illustration 47: Jordens spinakse hælder i forhold til jordbanens rotationsakse. Derfor hælder den nordlige halvkugle ind mod Solen om sommeren, og den hælder bort fra Solen om vinteren.

Inklinationen er dog ikke konstant. Den varierer imellem 22,1° og 24,5°. Perioden for en total cyklus er 41 kyr. Sidst inklinationen nåede sit maksimum var 8700 f. Kr., og næste gang den når sit minimum er i år 11800. [35]. Dvs. inklinationen er aftagende lige nu.

Når inklinationen aftager, vil polarområderne få mindre indstråling om sommeren og mere om vinteren. Variationen i årstiderne mindskes altså. Så længe temperaturen om vinteren forbliver kold nok, vil den øgede solindstråling om vinteren ikke smelte mere sne og is end førhen. (F. eks. hvis middeltemperaturen går fra -20 °C til -15 °C om vinteren, sker der ikke nogen ekstra afsmeltning.) Men i forår-sommer-efterårssæsonerne vil mindre sne og is nå at smelte, fordi middeltemperaturen i længere perioder vil være under 0 °C. Overordnet set vil ismængden på polerne altså vokse. Hvis isen breder sig tilstrækkeligt meget, er der mulighed for at Jordens albedo stiger så meget, at den absorberede stråling falder så meget, at en ny istid måske kan opstå.

12.3.3. Jordaksens præcession

Jordaksen står ikke stille. Den kredser med en periode på 25,8 kyr. Man kan direkte observere fænomenet ved at betragte stjernehimmelen over længere tidsrum. Lige nu står Polaris næsten stille på nattehimmelen i løbet af natten, fordi jordaksen peger mod denne stjerne, men i middelalderen lå Polaris 4,6° fra nord.

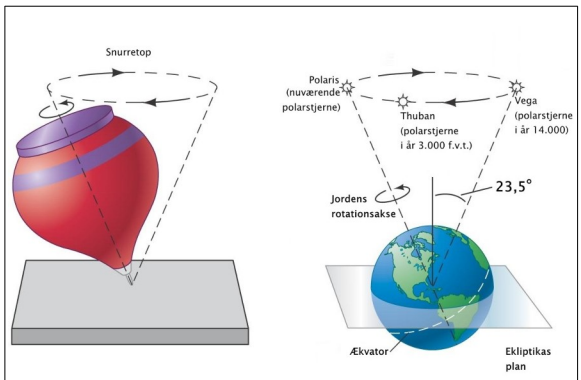


Illustration 48: Ligesom en snurretop, der mister spin, begynder at vakle, sådan bevæger Jorden sig også. Derfor ændres spinaksens retning over tid. [36].

Betragt illustration 48. Her ser man en illustration af præcessionsfænomenet. Det opstår, fordi Solen og Månen rykker i Jorden. Bevægelsen har også en oscillation omkring cirkelbanen, *nutationen*, som skyldes at Månens påvirkning af Jordaksen peger modsat Solens. Betragt illustration 49. Jordaksens retning bevæger sig stort set som en cirkel på nattehimmelen.

Når retningen af spin-aksen ændres over tid, vil den nordlige halvkugle engang overtage den sydlige halvkugles placering om sommeren, dvs. den nordlige halvkugle vil være nærmest Solen om sommeren i modsætning til nu. Dermed vil somrene bliver lidt varmere på den nordlige halvkugle end nu, og vintrene vil blive lidt koldere.

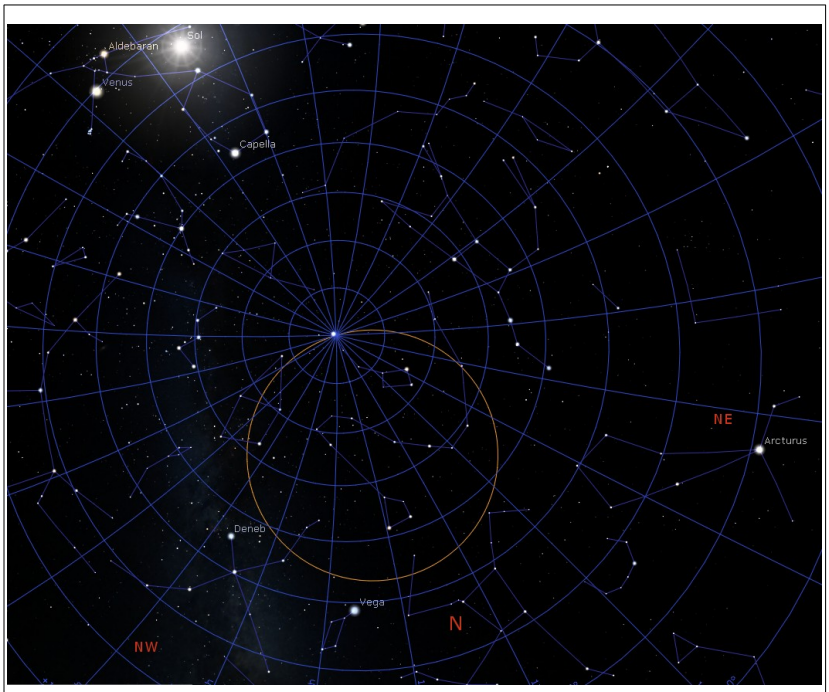


Illustration 49: Her vises, hvordan retningen af jordaksen ændrer sig over tid. [37].

12.3.4. Apsidepræcession

Klimavariationerne omtalt ovenfor vil dog ikke virke på en periode på 25,8 kyr, da der er endnu en effekt, der påvirker jordoverfladens retning mod Solen. Jupiter og Saturn rykker nemlig også i selve jordbanen, og det bevirker, at den roterer med en periode på 112 kyr. Se illustration 50. Effekten virker modsat af selve præcessionen, og derfor vil denne periode ændres til i gennemsnit ca. 23 kyr. (Varierende fra 20,8 kyr til 29 kyr.)

Når man lægger alle effekternes bidrag sammen, får man en kurve, der ser ud som på illustration 51. Resultatet for 65° N er indtegnet, da det viser sig, at effekten her siger mest om muligheden for at istider kommer eller går. (Fordi afsmeltningen/frysningen af polerne har betydning for istider.)

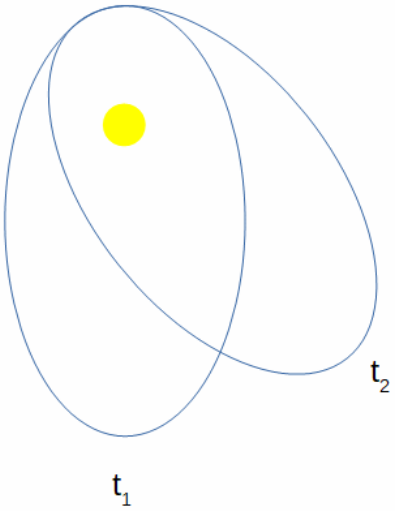


Illustration 50: Jordbanen bevæger sig med tiden. Se animation i [38].

12.3.5. Andre faktorer

Hvis man sammenligner den sorte kurve med iskerneboringer, ser man måske en vis korrelation, men det er også tydeligt, at milankovitch-cyklussen ikke kan forklare alle udsvingene på iskerneboringerne. Der er altså andre effekter i spil.

I flæng kan nævnes, at solaktiviteten varierer, og dermed ændres styrken af Solens magnetfelt, *heliosfæren,* også.

Heliosfæren er med til at skærme Jorden fra kosmiske partikler, så når heliosfæren ændres, vil tætheden af kosmiske partikler også ændres.

De kosmiske partikler, der påvirker mængden af ioner i den nederste del af atmosfæren, påvirker derfor skydækket i nederste del af atmosfæren. (Ioner kan virke som kondensationskerner for vandmolekyler.) Det har betydning for klimaet, da lavtliggende skyer virker afkølende på Jorden.

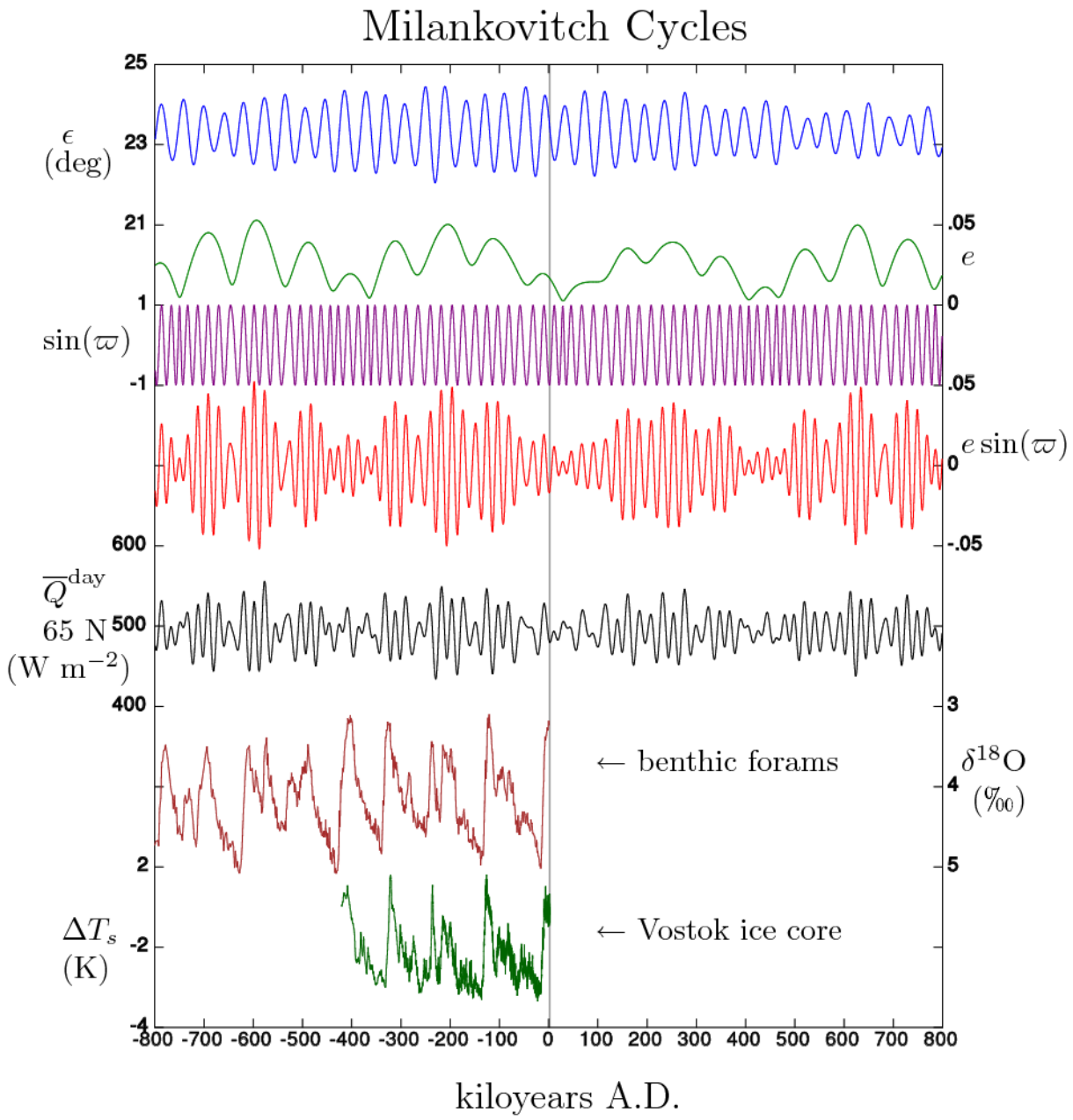


Illustration 51: Effekten på klimaet pga. Jordbane og rotationsakses variationer. [38]. Farverne betyder følgende: BLÅ: Aksehældningens betydning. GRØN: Eccentricitetens betydning. LILLA: Apside-præcession. RØD: Præcession. SORT: Gennemsnitsindstråling ved sommersolhverv ved 65°N. (Resultatet af milankovitch-cyklussen.) De to nederste kurver er resultater fra organismetællinger fra 57 lokationer samt iskerneboringer fra Antarktis. [38].

Havstrømmene forekommer på kort sigt at være ret stabile, men ved store afsmeltninger, vil saliniteten af havene lokalt blive ændret, og det vil kunne ændre på styrken af f. eks. Grønlandspumpen. Når havstrømmene bliver ændrede, påvirker de også klimaet.

Hvis frekvensen af store vulkanudbrud varierer, vil de også kunne ændre det globale klima. Det skyldes, at røgen fra vulkaner kan virke kølende på kort sigt, og den påvirker også dannelsen af skyer via de aerosoler, der udspyes.

Over rigtig store tidsperioder, skal man også inddrage, at Solen bevæger sig op og ned i Mælkevejens plan, og dens rotationshastighed omkring Mælkevejen er forskellig fra spiralarmene. Derfor ændres stjernetætheden i Solens omegn med en overordnet periode på nogle hundrede millioner år. Der sker især ændringer i indstrålingen af kosmiske partikler, når Solen krydser en spiralarm. Når stjernetætheden ændres, ændres den kosmiske stråling også, og det kan også have betydning for skydækket i atmosfæren.

Du kan læse mere om skydannelser i hæftet *Jordens klima - fortid og fremtid.* [17]

13. Afrunding

Klimaet er en ufatteligt indviklet størrelse at forstå, da der er mange faktorer, der påvirker klimaets udvikling. Vi har, ganske overfladisk, berørt faktorer som naturlige- og menneskeskabte drivhusgasser, geo-engineering, milankovitch-effekten og Solens betydning for indstråling af kosmiske partikler.

Hvis læseren ønsker en grundigere forståelse af klimaet, så opfordres denne til at læse geofysik eller klimatologi på et universitet.

14. Opgaver

14.1. Drivhusgasser

a) Beregn ændringen i tilbagestrålingen pga CO_2, hvis verdens CO_2-indhold stiger med yderligere 100 ppm fra den nuværende værdi.
b) Beregn tilbagestrålingen fra alle drivhusgasser, idet du kan antage, at tilbagestrålingen fra CO_2 udgør 26 % af det samlede bidrag til drivhuseffekten.
c) Beregn temperaturstigningen i forhold til nu.
d) Beregn Jordens nye gennemsnitstemperatur.

14.2. Jordens atmosfære og CO_2

Har du adgang til en Windowspc kan du bruge *Klima*-programmet, som kan downloades på samme sted som denne tekst. [64] Har du et andet styresystem, kan du installere Python og så køre python-versionen af programmet. Python kan hentes fra kilde [65]. (Python-programmet kræver også, at man installerer Tkinter, PIL og numpy.)

a) Kør programmet med defaultværdierne og tryk på *Beregn*.
b) Benyt outputvinduets tal til at måle hvor meget stråling jordoverfladen modtager og afleverer (inkl. bidrag fra termik/fordampningsvarme.) Er der ligevægt?
c) Gentag for atmosfæren.
d) Gentag for hele for hele Jorden, dvs. sammenlign hvad der absorberes af Jorden, og hvad der udstråles igen til verdensrummet.
e) Noter Jordens overfladetemperatur ved forskellige selvvalgte CO_2-koncentrationer og tegn en graf over temperaturudviklingen som funktion af koncentrationen.

Emissiviteten af Jorden er defineret som $\varepsilon = \frac{F_{ud}}{F_{Jord}}$, hvor F_{Jord} er Jordoverfladens samlede *udstråling* og F_{ud} er planetens nettoudstråling til verdensrummet.

e) Beregn emissiviteten ved standardbetingelserne.

14.3. Transmission af stråling gennem atmosfæren

På webstedet [64] findes en atmosfæremodel i form af tal i et regneark. Tallene viser absorptionskoefficienter samt beregnede transmissionskoefficienter, som funktion af bølgelængden. Derudover er udstråling (intensitet ganget med π) beregnet. Datasættet er taget fra kilde [26].

a) Hent atmosfæremodellen, som er nævnt ovenfor.
b) Indtast Jordens middeltemperatur i den gule boks, så udstrålingen (planckstrålingen) automatisk beregnes.
c) Beregn de samlede transmissionskoefficienter. (Man ganger de enkelte transmissions-koefficienter sammen for at få den samlede transmission. Se i øvrigt genvejshjælpen nedenfor.)
d) Tegn transmissionskoefficienterne som funktion af bølgelængden.
e) Tegn udstrålingen som funktion af bølgelængden. (Planckkurven.)
f) Beregn udstrålingen for den stråling, der passerer direkte ud af atmosfæren ved at gange transmissionskoefficienterne med udstrålingsværdierne.
g) Tegn udstrålingen som funktion af bølgelængden.
h) Betragt transmissionsgraferne for de enkelte gasser i illustration 34. Kan du se, hvilke gasser, der er skyld i dalene i din graf?
i) Illustration 52 viser en målt udstrålingskurve. Sammenlign den beregnede kurve med den målte og diskuter forskelle/ligheder.

Datasættet er ret stort, og det kan godt tage noget tid at "kopiere ned". En hurtig måde at "kopiere ned" på en hel kolonne er som følger:

1) I første celle skrives den første beregning. I dette regneark er det i celle Q8, du skal lave beregningen.
2) Efter du har skrevet beregningen klikker du på den.
3) Dobbeltklik på den lille "trække ned"-firkant i cellens nederste højre hjørne.

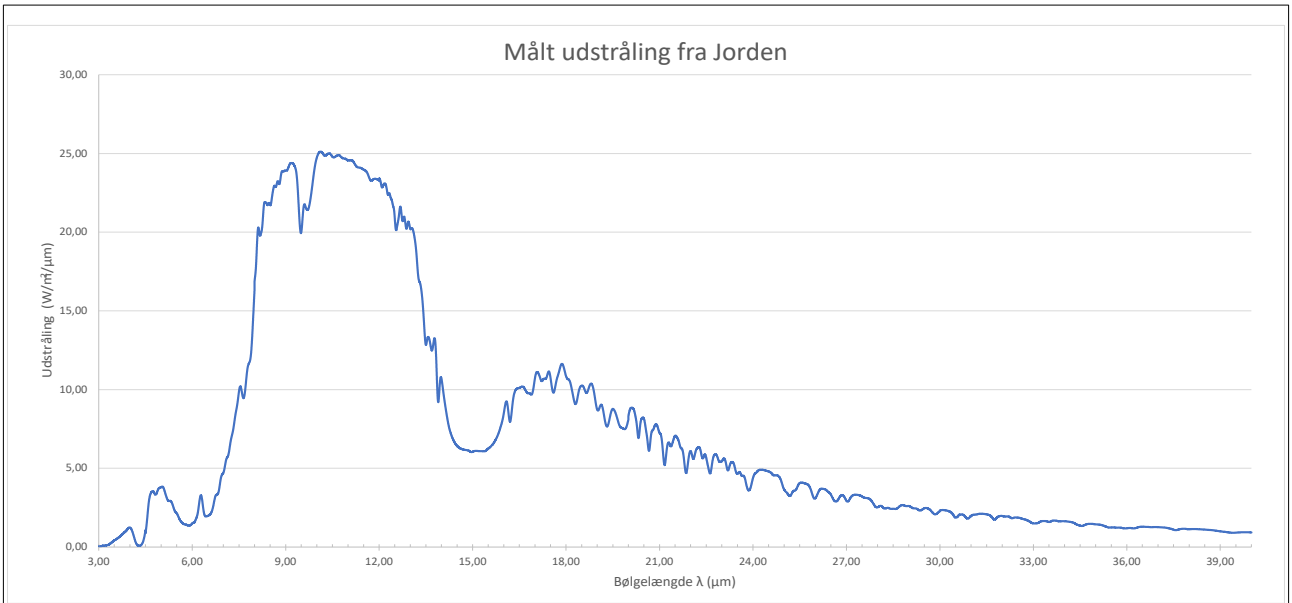


Illustration 52: Udstrålingskurvens data er målt i højden 12 km. Data er fra [26].

14.4. Planck stråling og absorption fra CO_2

Plancks strålingslov er

$$I_\lambda(T)=\frac{2\cdot h\cdot c^2}{\lambda^5}\cdot\frac{1}{e^{\frac{h\cdot c}{\lambda\cdot k\cdot T}}-1}$$

hvor c er lysets hastighed i vakuum, λ er lysets bølgelængde, h = 6,626·10^{-34}J·s, er Plancks konstant og k =1,381·10^{-23} J/K kaldes for Boltzmanns konstant.

I denne opgave skal vi se på CO_2's påvirkning af strålingsintensiteten.

a) Tegn en (λ, I_λ(288 K))-graf. (288 K svarer til Jordens middeltemperatur.)
b) Indtast Plancks strålingslov i et CAS-værktøj og find den integrerede intensitet for T = 288 K, som svarer til Jordens middeltemperatur.
c) Sammenlign med værdien fra Kiehl og Trenberths model. (Illustration 36.)

Ovenfor fandt du sikkert, at modelværdien er π gange så stor som den integrerede værdi. Det skyldes, at strålingen fra et givet sted på jordoverfladen går i alle retninger, og det skal man tage højde for.

Hvis man integrerer funktionen analytisk får man følgende udtryk:

$$\overline{I}=\frac{\sigma}{\pi}\cdot T^4,\ \sigma=\frac{2\cdot\pi^5\cdot k^4}{15\cdot h^3\cdot c^2}=5{,}6764\cdot10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{K}^4}.$$

På universitetet kan du lære, hvordan faktoren π kommer ind i ligningen ovenfor og hvorfor π -faktoren også findes i spørgsmål c.

d) Kuldioxid absorberer nærmest 100 % af IR-stråling i bølgelængdeområdet [14; 18,5] μm. Beregn hvor stor en effekt, der afsættes i gassen, såfremt strålingen fra jordoverfladen antages, at være Planckstråling.
e) Hvor mange procent af Jordens stråling absorberes af kuldioxid?

14.5. Klimatilpasning

Illustration 36 viser, at Jorden reflekterer 107 W/m^2. Figuren viser også, at drivhuseffekten bevirker, at jordoverfladens udstråling stiger fra 235 W/m^2 til 390 W/m^2. (Det er markeret ved de røde pile på illustrationen.)

a) Benyt Stefan-Boltzmanns lov til at beregne Jordens overfladetemperatur ved Jordens nuværende udstråling.
b) Beregn hvor stor en fluxnedsættelse, der skal til, hvis temperaturen ønskes at falde med 2,0 K.
c) Hvis fluxnedsættelsen sker ved nedsat drivhuseffekt, hvor mange procent skal tilbagekastningen fra atmosfæren til jordoverfladen (kaldet back radiation i illustration 36) af varmestråling så være?

Hvis man bruger modellen på pp. 44 viser det sig, at temperaturen ved jordoverfladen kan ændres på flere måder. Hvis albedoen A øges fra 0,313 til 0,33 vil temperaturen falde 2 K. Men hvis tilbagekastningen ændres fra 0,624 til 0,613 kan man få samme temperaturfald.

14.6. Jordens klima

I denne opgave forudsættes, at læseren har lært om Keplers love/ellipsebaner. Benyt blandt andet regnearket *Atmosfæremodel.xlsx* eller programmet *Klima v. 4.3* til at svare på følgende spørgsmål. [64]

a) Største og mindste afstand i en planetbane kan beregnes ved formlen $r = a \cdot (1 \pm e)$, hvor e er eccentricititeten, a er planetens halve storakse og r er hhv aphel- og perihelafstandene. Bestem fluxen, hvis afstanden til Solen er hhv. aphelafstanden eller perihelafstanden. (e = 0,0167).
b) Hvis jordbanen er meget eccentrisk ift i dag, hvad kan man så sige om den totale årlige indstråling til Jorden? (Tænk på Keplers love når du svarer på spørgsmålet.)
c) Hvad sker der med Jordens albedo, hvis ismængden på Jorden er stigende.
d) Find ud af hvad der sker med Jordens middeltemperatur, hvis albedoen stiger med 2 %.
e) Lav en skitse over Jorden med rotationsakse samt jordbanen (ekliptika), og forklar ud fra tegningen, hvad der sker med vejret, hvis jordaksens hældning varierer mellem 0 og 90º. (I virkeligheden varierer inklinationen mellem 22,1º og 24,5º.)

Ovenfor har du set på to af de effekter, som kaldes for milankovitch-cyklussen. (Altså jordaksens hældning og banens eccentricitet.) Den tredie effekt kommer fra, at Jordens rotationsakse drejer sig og dermed ændrer på længden af sommer og vinter. (Det kaldes præcession.) Derfor ændres isdannelse/smeltning på polerne.

15. Appendix 1. Funktionen Vådadiabat.tns

Formlerne er taget fra [66].

```
Define vaadad(p,t)=
Func
Local g,h,gamma,rsd,rsw,eps,e,r,c
g:=9.82
h:=2.501*10^(6)
rsd:=287
rsw:=461.5
eps:=((rsd)/(rsw))
e:=610.78*e^(((17.27*t-4717.3)/(t-35.85)))
r:=((eps*e)/(p-e))
c:=1003.5
gamma:=((g*(rsd*t^(2)+h*r*t))/(c*rsd*t^(2)+h^2*r*eps))*1000
Return gamma
EndFunc
```

16. Programmer, litteratur og data

1. Aladin: http://aladin.u-strasbg.fr/
2. SalsaJ: http://www.euhou.net/
3. Spitzerdata: http://www.euhou.net
4. Carole A. Haswell, "Transiting Exoplanets," Cambridge University Press, 2010.
5. Preprint: Monthly Notices of The Royal Astronomical Society **000** 1-8: "Qatar-1b: a hot Jupiter orbiting a metal-rich K dwarf star" af K. Alsubai et al.
6. Astronomy and Astrophysics, **v. 415**, p.391-402 (2004) . "The CORALIE survey for southern extra-solar planets. XII. Orbital solutions for 16 extra-solar planets discovered with CORALIE." Af M. Mayor et al.

7. http://star-www.st-and.ac.uk/~kdh1/qatar1.html
8. J .T. Kiehl & K. E. Trenberth, "Earth's Annual Mean Global Energy Budget", National Center of Atmospheric Research, Boulder, 1997. http://www.cgd.ucar.edu/cas/Trenberth/trenberth.papers/KiehlTrenbBAMS97.pdf
9. Sreekumar Thaithara Balan & Ofer Lahav. http://zuserver2.star.ucl.ac.uk/~lahav/exofit.html
10. Cygwin-projektet: http://www.cygwin.com/
11. R-programmet: http://www.r-project.org/
12. *irina.eas.gatech.edu/EAS8803_Fall2009/Lec6.pdf*
13. Aktuel Videnskab nr 4, september 2007.
14. http://www.klimadebat.dk/drivhuseffekt-og-drivhusgasser-r434.php
15. http://www.iac.ethz.ch/group/atmospheric-physics/research/cirrus-clouds.html.
16. *http://scotese.com/climate.htm (Der henvises også til http://www.ajsonline.org/content/301/2/182.)*
17. Naturvidenskab for alle. *Jordens klima fortid og fremtid.* 2. årg nr 2. 2008. LMFK.
18. Orbit 1, 2. udgave. Systime.
19. Fysikkens verden 3, GAD, 1998.
20. https://en.wikipedia.org/wiki/Tetens_equation
21. John M. Wallace & Peter Hobbs, "Atmospheric Science, an introductory survey." 2nd edition. Elsevier 2006.
22. http://slideplayer.com/slide/8776340/
23. https://www.pinterest.dk/pin/684828687056979992/?autologin=true
24. David A. Randall, *Quickstudies for Graduate Students in Atmospheric Science*, 2013.
25. Michael Brorson (1997), "Forelæsningsnoter om vind og vindbelastning." Aalborg: Institut for Vand, Jord og Miljøteknik, Aalborg Universitet.
26. https://cleanet.org/clean/community/activities/c4.html
27. https://en.wikipedia.org/wiki/Molar_volume
28. Denstoredanske.dk
29. https://www.metoffice.gov.uk
30. PiccoloNamek / CC BY-SA (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)
31. PiccoloNamek at the English language Wikipedia / CC BY-SA (http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)
32. https://edugeneral.org/blog/geography/different-types-of-clouds/
33. https://www.youtube.com/watch?v=m-rK2r0nmu
34. https://www.youtube.com/watch?v=KDP_cLB8TCg
35. https://en.wikipedia.org/wiki/Milankovitch_cycles
36. http://detspringendepunkt.blogspot.com/2015/08/
37. Stellarium. (https://stellarium.org)
38. Wikipedia.
39. G. Alimonti, L. Mariani, F. Prodi og R. A. Ricci: *A critical assessment of extreme events trends in times of global warming.* The European Physical Journal Plus, 2022, 137:112. https://link.springer.com/article/10.1140/epjp/s13360-021-02243-9
40. https://climate.nasa.gov/faq/21/why-does-the-temperature-record-shown-on-your-vital-signs-page-begin-at-1880/
41. https://www.metoffice.gov.uk/hadobs/hadcet/
42. https://www.nature.com/articles/s41586-019-1401-2
43. A.A. Lacis, G.A. Schmidt, R. Ruedy: *Atmospheric CO_2: Principal Control Knob Governing Earth's Temperature.* Science, **330**, issue 6002, *Oktober* 2010. https://doi.org/10.1126/science.1190653
44. https://www.geoviden.dk/ekspertniveau/
45. P. Good, J. Lowe, J. Ridley & J. K. Bamber: *An updated view of tipping points and the*

relevance for long-term climate goals. 2014. http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.14566.42567
46. Annual Disaster Statistical Review: Numbers and Trends 2007. https://www.cred.be/node/316
47. J. Sheffield, E. F. Wood & M. L. Roderick: *Little change in global drought over the past 60 years*, Nature, **491**, 435-438. 2012. https://www.nature.com/articles/nature11575
48. https://climatlas.com/tropical/
49. G. van der Schrier, J. Barichivich, K. R. Briffa & P. D. Jones: *A scPDSI-based global data set of dry and wet spells for 1901-2009*. Journal of Geophysical Research: Atmospheres, **118**, Issue 10. pp. 4025-4048. https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/jgrd.50355
50. S. Piao, X. Wang et al: *Characteristics, drivers and feedbacks of global greening.* Nature Reviews, Earth & Environment. **1**, 14-27. 2020. https://www.nature.com/articles/s43017-019-0001-x
51. FAO. https://www.fao.org/faostat/en/
52. F. Krausman, K-H. Erb, S. Gingrich & T. D. Searchinger: *Global human appropriation of net primary production doubled in the 20th century PNAS,* **110**, (25), 10324-10329. https://www.pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.1211349110
53. NSF. https://www.nsf.gov/news/news_summ.jsp?cntn_id=244804
54. F. S. R. Pausata, M. Gaetani et al: *The Greening if the Sahara: Past Changes and Future Implications*,One Earth Review. **2**, March 2020. Elsevier Inc. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2590332220301007
55. C. J. Tucker and S. E. Nicholson: *Variations in the Size of the Sahara Desert from 1980 to 1997*. Ambio, **28**, pp. 587-591, Nov 1999. https://www.jstor.org/stable/4314962
56. G. Myhre, E. J. Highwood, K. P. Shine & F. Stordal, *New Estimates of radiative forcing due to well mixed Greenhouse Gasses*, Geophysical Research Letter, **25**, (14), pp. 2715-2718, 1998.
57. https://www.climate.gov/news-features/understanding-climate/climate-change-atmospheric-carbon-dioxide
58. https://www.climate.gov/news-features/understanding-climate/climate-change-global-temperature (Temp. i 2021 er 1,04 grader varmere end før den industrielle revolution.)
59. https://www.space.com/17816-earth-temperature.html (I 2021 var middeltemperaturen 14,9 ºC.)
60. https://www.eea.europa.eu/ims/global-and-european-temperatures
61. K. Zickfeld & T. Herrington: *The time lag between a carbon dioxide emission and maximum warming increases with the size of the emission.* 2015 *Environ. Res. Lett.* **10** 031001.https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-9326/10/3/031001
62. Agustín Sánchez-Lavega. *An Introduction to Planetary Atmospheres*. CRC Press, 2011. ISBN: 978-1-4200-6735-4.
63. Ronan Connolly *et al , How much has the Sun influenced Northern Hemisphere temperature trends?* An ongoing debate .2021 *Res. Astron. Astrophys.* **21** 131
64. https://astro-gym.dk/Geovidenskab.
65. https://www.python.org/downloads/
66. https://glossary.ametsoc.org/wiki/Adiabatic_lapse_rate
67. M.T. Richardson, and R.E. Benestad, "Erroneous use of Statistics behind Claims of a Major Solar Role in Recent Warming", *Research in Astronomy and Astrophysics*, vol. 22, pp. 125008, 2022. http://dx.doi.org/10.1088/1674-4527/ac981c
68. https://en.wikipedia.org/wiki/Willie_Soon
69. https://www.drroyspencer.com/research-articles/global-warming-as-a-natural-response/