Astronomibogen

Hestehovedtågen. Rå billeder fra Archive.lco.global. Farvelægning i Siril.

Astronomibogen

Stx/htx/hf

August 2026

Forord

Denne bog indeholder mit forslag til kernestoffet i astronomi C inkl. nogle få ekstra emner, man kan tage fat i.

Dog er der intet om de enkelte planeters egenskaber. Det er tænkt at eleverne selv kan sætte sig ind i egenskaberne for en sten- og en gasplanet ved at lave en lille gruppeopgave.

Foreslåede afsnit til at opfylde kernestoffet er hele bogen *minus øvelser og opgaver samt minus følgende afsnit*:
Introduktion til astronomi: Historierne fra den græske mytologi, I.3.4, I.3.5.
Solsystemet og livsbetingelser: II.1.2.1, II.1.5.2, II.1.5.3-II.1.5.5, II.2.4.2, II.3.2-II.3.6.
Observationer i astronomi: III.2.2, III.4.3, III.4.5, III.4.6, III.4.7.
Exoplaneter: IV.3.2, IV.3.3, IV.4.1.1, IV.4.2, IV.5.3
Solen og andre stjerner: Intet
Cepheider: VI.3, VI.4, VI.6
Sorte huller: VII.4
Mælkevejen og andre galakser: Intet.
Kosmologi: IX.2.1.2, IX.4.2, IX.4.3, IX.4.4, IX.4.5, IX.4.7

Det svarer til i alt: (24+34+15+12+28+4+7+19+15 = **158 sider.**) Dertil skal tillægges nogle sider om egenskaber for gas- og klippeplaneter, som ikke er beskrevet her.

Selvom der er læst korrektur utallige gange, og teksten er skrevet om mange gange, så er der garanteret stadigvæk trykfejl eller direkte meningsforstyrrede fejl. Her bør læseren erindre sig om bogens pris – 0 kr.

Indholdsfortegnelse

I Introduktion til astronomi.....13
I.1 Stjernebilleder.....14
I.1.1 Berømte stjernebilleder.....15
I.1.1.1 Karlsvognen og Store Bjørn.....15
I.1.1.2 Lille Bjørn.....16
I.1.1.3 Cassiopeja.....16
I.1.1.4 Perseus.....16
I.1.1.5 Svanen.....18
I.1.1.6 Tvillingerne.....18
I.1.1.7 Lyren.....20
I.1.1.8 Store og Lille Hund.....21
I.1.1.9 Orion og Plejaderne.....21
I.1.1.10 Herkules - samt Dragen, Løven, Krebsen og Søslangen.....22
I.2 Stjernernes daglige gang hen over himmelen.....23
I.2.1 Siderisk- og middelsoldøgn samt forskellige årlængder.....24
I.2.2 Sideriske- og synodiske omløbstider for planeterne.....25
I.2.2.1 Ydre planeter.....26
I.3 Sfæriske koordinatsystemer.....27
I.3.1 Termer.....27
I.3.2 Horisontsystemet.....28
I.3.3 Ækvatorealsystemet.....30
I.3.3.1 Vinkelangivelser.....31
I.3.4 Ekliptikasystemet.....32
I.3.5 Matematisk sammenhæng mellem de forskellige koordinatsystemer.....32
I.3.5.1 Fra ækvatoreale- til horisont koordinater: $(\alpha, \delta) \rightarrow (Az, h)$.....32
I.3.5.2 Fra horisont- til ækvatoreale koordinater: $(Az, h) \rightarrow (\alpha, \delta)$.....32
I.3.5.3 Fra ækvatoreale- til ekliptikale koordinater. $(\alpha, \delta) \rightarrow (\lambda, \beta)$.....32
I.3.5.4 Fra ekliptikale- til ækvatoreale koordinater. $(\lambda, \beta) \rightarrow (\alpha, \delta)$.....32
I.3.5.5 Beregning af det sideriske tidspunkt.....33
I.4 Stjernekortet og dets anvendelser.....33
I.4.1 Præcession.....34
I.4.2 Anvendelsen af stjernekortet.....35
I.4.2.1 Øvelse – Solens opgangs- og nedgangstider.....35
I.4.2.2 Øvelse - Algol.....36
I.5 Nære astronomiske fænomener.....36
I.5.1 Stjerneskud.....36
I.5.1.1 Meteoritnedslag.....37
I.5.2 Årstidernes vekslen.....39
I.5.3 Månefaser samt eklipser/formørkelser.....41
I.5.3.1 Synodisk, anomalistisk og siderisk måned.....42
I.5.4 Tidevand.....43
I.5.4.1 Eksempel – Gravitationen fra Månen og Solen.....43
I.6 Opgaver.....46
I.6.1 Solens intensitet ved Jordoverfladen.....46
I.6.2 Nordstjernens højde.....46
I.6.3 Stjernekortet.....46
I.6.4 Siderisk og tropisk døgn.....47
I.6.5 Tidsmålinger - repetition.....47

I.6.6 Dyrekredsen og fødselshoroskop....47
I.6.7 Stjernebilleder og lysforurening....48
I.6.8 Vinkelmål – en simpel måde at måle vinkler på nattehimmelen....48
I.6.9 Koordinatsystemer – repetition....48
I.6.10 Nære fænomener – repetition....48
I.6.11 Nattehimmelen lige nu....49
I.6.12 Jordens kegleskygge....49
I.6.13 Måne- og solformørkelser....49
I.6.14 Tidevand....50
I.7 Referencer....52
II Solsystemet og livsbetingelser....53
II.1 Solsystemet....54
II.1.1 Solsystemets dannelse....54
II.1.1.1 Byggestenenes dannelse....54
II.1.1.2 Sammentrækningen af Nebulaen....55
II.1.1.3 Eksempel....56
II.1.1.4 Dannelsen af Solen....56
II.1.1.5 Dannelsen af planeterne....56
II.1.1.6 Kometerne....58
II.1.2 Solsystemets nuværende struktur....58
II.1.2.1 Titius-Bodes lov....58
II.1.2.2 Asteroidebæltet....59
J. Palisa....60
V. Cerulli....60
H. Olbers....60
De Gasperis....60
N. Pogson....60
H. Olbers....60
II.1.2.3 Jordkrydsende asteroider....60
II.1.3 Kometerne og deres placering....61
II.1.3.1 Kuiperbæltet....61
II.1.3.2 Oort-skyen....62
II.1.3.3 Jupiter-familien....63
II.1.3.4 Kometstruktur og sammensætning....64
II.1.4 Keplers love....66
II.1.4.1 Historien bag lovene....66
II.1.5 Celest mekanik....68
II.1.5.1 Ellipser....69
II.1.5.2 Mekanisk energi samt banehastighed af en planet....69
II.1.5.3 Virialteoremet....70
II.1.5.4 Farten af et legeme der bevæger sig i en ellipsebane....71
II.1.5.5 Newtonsk udledelse af Keplers 2. og 3. lov....71
II.1.6 Opgave. Marsbanen. [27]....71
Fremgangsmåde....72
Konstruktion af banen....72
II.1.6.2 Øvelse. Mars' banekonstanter....73
II.1.6.3 Øvelse. Kometnedslag....73
II.1.6.4 Øvelse. Rumsonden NEAR. [28]....74
II.1.6.5 Øvelse. Giacobini-Zinner. [28]....74
II.1.6.6 Øvelse. Jordens fart....74

II.1.6.7 Øvelse. Størrelsesforhold i Solsystemet....74
II.1.6.8 Øvelse. Afstandsskalaer....75
II.2 Liv i Solsystemet og rummet i øvrigt....76
II.2.1 Indledning....76
II.2.2 Astrobiologi....76
II.2.3 Betingelser for liv....77
II.2.3.1 Flydende vand....77
II.2.3.2 Livszonen....78
II.2.3.3 Atmosfærestabilitet....78
II.2.3.4 Kulstofkredsløbet....79
II.2.4 Bestemmelse af temperatur og tryk på fremmede kloder....80
II.2.4.1 Satellitmålinger....80
II.2.4.2 Spitzer – fakta....82
Apparaturet....82
Podcasts....83
II.2.5 Steder at søge efter livsbetingelser....84
II.2.5.1 Det nære solsystem....84
II.2.5.2 Phoenix-missionen (Mars)....85
Måling på H_2O....86
Jordbundsanalyse....87
Resultater....87
II.2.6 Livets byggesten....88
II.2.6.1 Atomdannelse....88
S-processen....88
R-processen....89
II.2.6.2 Molekyledannelse....90
II.2.6.3 Øvelse. Livsbetingelser i Solsystemet....93
II.2.6.4 Øvelse. Temperaturmåling på exoplanet....93
II.2.6.5 Øvelse. Spitzer-teleskopet....93
II.2.6.6 Øvelse. Titan....93
II.2.6.7 Øvelse. Jupiters og Saturns måner....93
II.2.6.8 Øvelse. Alien Earths....94
II.2.6.9 Øvelse. Kometer som vandbærere....94
II.2.6.10 Øvelse. Livszoner....94
II.3 Naturkatastrofer fra rummet....95
II.3.1.1 Eksperiment. Kraterforsøg....96
II.3.2 Kraterdiametre....96
II.3.3 Kraterdybde....97
II.3.4 Energi af impaktor....97
II.3.4.1 Eksempel. Jernmeteorit....97
II.3.5 Strålingsenergi i atmosfæren....98
II.3.6 Seismiske effekter....100
II.3.6.1 Eksempel. Jordskælv....100
II.3.7 Dinosaurernes uddøen....100
II.4 Opgaver til afsnit II.3....103
II.4.1 Opgave. Kinetisk og potentiel energi....103
II.4.2 Opgave. Ildkugler og bolider i atmosfæren....103
II.4.3 Opgave. Nedslagsenergi og kraterdiameter....103
II.4.4 Opgave. Kollisionssimulator....104
II.4.5 Opgave. Chicxulubkrateret – en detektivopgave....105

II.5 Referencer.... 106
III Observationer i astronomi.... 108
III.1 Øjet som detektor.... 109
III.1.1 Introduktion.... 109
III.1.2 Øjets opbygning.... 109
III.1.2.1 Stave og tappe.... 109
III.1.2.2 Linsen og glaslegemet.... 110
III.1.2.3 At se i mørke.... 110
III.1.2.4 Synet og helbredet.... 111
III.2 Kikkerten.... 112
III.2.1 Forstørrelse, *f*-tal og synsfelt.... 113
III.2.2 Rosborgs udstyr.... 113
III.2.2.1 Øvelse - kikkertforstørrelse.... 114
III.3 Afstandsmåling til stjerner med parallaksemetoden.... 114
III.3.1 Øvelse – Stjernen α Cen.... 115
III.3.2 Øvelse – Afstande og SIMBAD-kataloget.... 116
III.4 Størrelsesklassebegrebet.... 116
III.4.1 Øvelse – Stjernerne Procyon og Sirius.... 117
III.4.2 Absolut størrelsesklasse og afstande.... 118
III.4.2.1 Øvelse – eftervisning af formel 41.... 119
III.4.2.2 Øvelse – afstanden til Procyon.... 119
III.4.3 Overfladestørrelsesklasser.... 119
III.4.3.1 Eksempel – Helixtågen NGC 7293.... 120
III.4.4 UBVRI-størrelsesklasser.... 121
III.4.5 Ekstinktion fra atmosfæren.... 122
III.4.5.1 Øvelse - luftmasse.... 123
III.4.5.2 Øvelse – ekstinktion.... 124
III.4.6 Tilpasning til standardstørrelsesklasser.... 124
III.4.7 Eksponeringstider for observationer.... 124
III.5 Spektre.... 125
III.5.1 Varmestrålingsspektrum/planckkurve – temperaturbestemmelse af stjerner.... 126
III.5.2 Udstråling fra en stjerne.... 127
III.5.3 Dopplereffekten.... 128
III.6 Sammenfatning.... 128
III.7 Referencer.... 129
IV Exoplaneter.... 130
IV.1 Introduktion.... 131
IV.2 Detektion af lys.... 131
IV.2.1 Differentialfotometri.... 131
IV.2.1.1 Eksempel.... 132
IV.2.2 Spektre.... 132
IV.2.2.1 Eksempel. Radialhastighedsbestemmelse.... 133
IV.3 Planetbevægelsesmodeller.... 134
IV.3.1 Radialhastighedsmetoden – cirkulær bane.... 134
IV.3.1.1 Eksempel - Stjernen 51 Pegasi.... 136
IV.3.1.2 Eksempel - HD330075.... 137
IV.3.1.3 Opgave - Prox Cen b.... 137
IV.3.1.4 Opgave - Kepler-20 b.... 137
IV.3.2 Radialhastighedsmetoden for ellipsebane – svært.... 137
IV.3.3 Numerisk analyse af radialhastighedskurver.... 140

IV.3.3.1 Kørsel af programmet Exoplanetfit for PC-brugere....140
IV.4 Transitmetoden....141
IV.4.1 Planetens radius i forhold til stjernens radius....141
IV.4.1.1 Radiusbestemmelse udfra størrelsesklasser....142
IV.4.2 Planetbanens inklination....143
IV.5 Exoplaneters atmosfærer....145
IV.5.1 Temperaturen af en exoplanet....145
IV.5.2 Flydende vand?....147
IV.5.2.1 Opgave - Qatar-1 b's atmosfære....147
IV.5.3 En atmosfæremodel med drivhuseffekt....148
IV.5.3.1 Opgave – Solens middelflux....148
IV.5.3.2 Atmosfæren....150
IV.5.3.3 Jordoverfladen....151
IV.6 Fremtidens missioner....151
IV.7 Opgaver om exoplaneter....153
IV.7.1 Lyskurve for TrES-3b....153
IV.7.2 Radialhastighedskurve for exoplaneten Qatar-1b....154
IV.7.3 Transitkurve for exoplaneten Qatar-1b....154
IV.7.3.1 Hjælp til identifikationen af stjernen....154
IV.7.3.2 Databehandling....155
IV.7.4 Opgave. Exoplanetdata....155
IV.7.5 Opgave. Drivhuseffekten....156
IV.7.6 Jordens atmosfære og CO_2-indhold....157
IV.8 Referencer....158
V Solen og andre stjerner....159
V.1 Introduktion....160
V.2 Solens lys....160
V.3 Solens ydre lag....160
V.3.1 Koronaen....161
V.3.2 Kromosfæren....161
V.3.3 Fotosfæren....162
V.3.3.1 Solpletternes betydning for Jorden....162
V.3.3.2 Protuberanser og flares....164
V.4 Data for Solen....165
V.4.1 Solens overfladetemperatur og radius....166
V.5 Stjerneinddeling....167
V.5.1 Spektraltyper....167
V.5.2 Luminositetsklasser....169
V.5.2.1 Øvelse – Solens spektraltype....170
V.5.3 Bestemmelse af luminositetsklassen for en stjerne....170
V.6 HR-diagrammet....174
V.7 Kerneprocesser i Stjerners indre....177
V.7.1 Temperaturen i Solens indre....177
V.7.1.1 Eksempel protostjernes indre temperatur....177
V.7.2 pp-processerne....178
V.7.3 CNO-cyklussen....179
V.7.4 Neutrinoproblemet....180
V.7.5 3α-proceskæden....180
V.8 Stjerners udvikling væk fra hovedserien....181
V.8.1 'Små' stjerner....182

V.8.1.1 Øvelse – massefylde af hvid dværg....182
V.8.1.2 Heliumflash....183
V.8.2 'Tungere' stjerner....184
V.8.2.1 Øvelse - Massefylde af neutronstjerne....185
V.8.2.2 Øvelse - Tyngdefeltet omkring en neutronstjerne....185
V.8.3 'Meget' tunge stjerner....186
V.9 Oversigt over stjerners udvikling....188
V.10 Opgaver....189
V.10.1 Mulighed for kernereaktioner....189
V.10.2 Spektralanalyse....189
V.10.3 Luminositetsklasser....190
V.10.4 HR-diagrammer....190
V.11 Referencer....191
VI Cepheider....192
VI.1 Introduktion....193
VI.2 Cepheider i HR-diagrammet....195
VI.2.1 κ-mekanismen....196
VI.3 Cepheiders indre karakteristika....196
VI.4 Sammenfatning af formler....197
VI.5 Andre Cepheidetyper....198
VI.6 Eksempel - δ Ceph....198
VI.6.1 Opgave - Strålingsvariationen for δ Cep....200
VI.6.2 Opgave - Periode-lysstyrkerelation for Cepheider af type I....200
VI.7 Referencer....202
VII Sorte huller....203
VII.1 Simpel beskrivelse af et sort hul....204
VII.1.1 Schwarzschildradius....204
VII.1.2 Øvelse – beregning af schwarzschildradius....205
VII.1.3 Øvelse – eftervisning af formel....205
VII.2 Fotoners vej omkring et sort hul....205
VII.2.1 Spil....206
VII.3 Dannelse og fordampning af sorte huller....207
VII.3.1 Dannelse af sorte huller....207
VII.3.2 Øvelse - Massen af det sorte hul i M87....208
VII.3.3 Fordampning af sorte huller....208
VII.3.3.1 Eksempel – Sort hul med en masse på 10 solmasser....210
VII.3.3.2 Eksempel – partikelbeskydning på CERN....210
VII.3.3.3 Eksempel – fordampning og baggrundsstrålingen....210
VII.3.3.4 Øvelse - Et lille sort hul....211
VII.4 Fotoners bevægelse om sorte huller....211
VII.4.1 Polære koordiater....211
VII.4.2 Geodæter og metrikker....212
VII.4.3 Schwarzschildmetrikken....213
VII.4.4 Einsteins feltligninger....214
VII.4.5 Fotoners bevægelse om det sorte hul....214
VII.4.5.1 Løsning af ligningerne....215
VII.4.6 Programmeringsopgaven....216
VII.4.6.1 Begyndelsesbetingelser....216
VII.4.6.2 Programmeringen....217
VII.4.7 Fotonradius....218

VII.5 Sammenfatning....218
VII.6 Referencer....219
VIII Mælkevejen og andre galakser....220
VIII.1 Mælkevejen....221
VIII.1.1 Mælkevejens opbygning....221
VIII.1.1.1 Skivepopulationerne....222
VIII.1.1.2 Kernen....224
VIII.1.1.3 Øvelse – massen af et sort hul....226
VIII.1.1.4 Den ydre halo....226
VIII.1.1.5 Mørkt stof-haloen....227
VIII.1.1.6 Opsamling på Mælkevejens struktur....230
VIII.1.2 Solens plads i Mælkevejen....232
VIII.1.3 Fremmede planetsystemer....232
VIII.1.4 Mælkevejens dannelse og udvikling....232
VIII.1.4.1 Begyndelsen....232
VIII.1.4.2 Eksempel - masse af kollapsende gassky....232
VIII.2 Andre galakser....233
VIII.2.1 Spiral-, ellipse- og irregulære galakser....233
VIII.3 Dannelse af de forskellige typer galakser....236
VIII.3.1 S-galakser....236
VIII.3.2 E-galakser....236
VIII.3.3 Irregulære galakser....237
VIII.4 Galaksers udvikling og deres placering i hobe....237
VIII.4.1 Galaksehobe....238
VIII.4.2 Sammenfatning....239
VIII.5 Opgaver....240
VIII.5.1 Målinger på M51....240
VIII.5.2 Afstanden til SMC....241
VIII.5.3 Klassificer galakser....241
VIII.5.4 Mælkevejens rotationskurve....241
VIII.5.5 Andromedagalaksens inklination og rotationskurve....242
VIII.5.6 Spiralgalaksen NGC 7083s masse....242
VIII.5.7 Densitetsprofil af galakse....242
VIII.6 Bilag....243
VIII.6.1 Bilag 1....243
VIII.6.2 Bilag 2....244
VIII.6.3 Bilag 3....245
VIII.7 Referencer....246
IX Kosmologi....247
IX.1 Observationsmæssig baggrund....248
IX.1.1 Grundstofhyppighed i Universet....248
IX.1.2 Universets ekspansion....248
IX.1.3 Den kosmologiske baggrundsstråling....250
IX.1.4 Teoretisk fundament for forståelsen af Universet....251
IX.2 Skalafaktoren....252
IX.2.1 Hubble-Lemaître-loven....252
IX.2.1.1 Øvelse - Hubble-Lemaître-loven og NED....253
IX.2.1.2 Friedmann-ligningerne....255
IX.2.2 Tæthedsparametrene....257
IX.2.2.1 De enkelte bidrag til tæthedsparametrene....257

IX.2.2.2 Tæthedsparameterens samt K_0's fortolkning....258
IX.2.2.3 Øvelse – Hubblekonstantens enheder....259
IX.3 Fortolkninger ved brug af skalafaktoren *R(t)*....259
IX.3.1 Universets alder....259
IX.3.2 Den nuværende Hubblekonstant....260
IX.3.3 Universets fremtid....260
IX.3.4 Kosmologisk rødforskydning....261
IX.3.5 Universets temperatur og rekombinationen....261
IX.3.5.1 Øvelse - Universets alder....262
IX.3.6 Dannelsen af de letteste grundstoffer....262
IX.3.6.1 Øvelse - Tidslinje....263
IX.4 Kosmologiske afstande....263
IX.4.1.1 Øvelse – baggrunden for rødforskydningsfænomenet....264
IX.4.2 Rødforskydning som en dopplerforskydning....264
IX.4.2.1 Øvelse – dopplerforskydning og afstand....265
IX.4.3 Rødforskydning som kosmologisk udvidelse....265
IX.4.3.1 Øvelse – Enhedsomregning for lysets hastighed....265
IX.4.4 Afstandsberegning....266
IX.4.4.1 Eksempel - Kvasaren 3C 273....266
IX.4.4.2 Øvelse - Post starburst galakser....266
IX.4.4.3 Øvelse - Gamma Ray Burst GRB 090429B....266
IX.4.5 Afstandsberegning uden brug af tiden....267
IX.4.5.1 Eksempel - Kvasaren 3C 273 igen....267
IX.4.6 Opgave (Meget svær) - Partikelhorisonten....268
IX.4.7 Analytisk udtryk for udsendelsestidspunktet....269
IX.5 Vinkelstyrkespektret....269
IX.5.1 Inflation....270
IX.6 Konklusion....271
IX.7 Referencer....272
IX.8 Appendiks 1....273
X Formelsamling....274

I Introduktion til astronomi

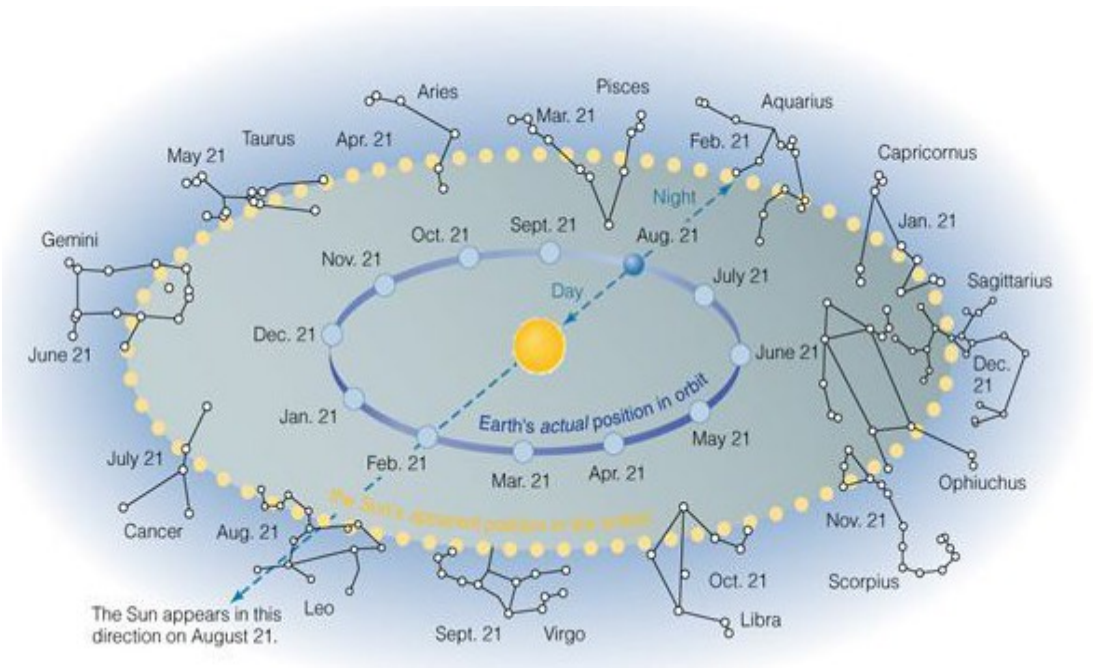
Orion. ***Kilde: NASA.***

I.1 Stjernebilleder

Hvad kan vi se på himmelen i Danmark, og hvorfor ændrer stjernehimmelen sig i løbet af døgnet og året? Hvorfor kommer der nogle gange formørkelser af Solen og Månen? Hvorfor er der tidevand og årstider? Disse og andre spørgsmål bliver besvaret i dette kapitel.

Stjernebilledernes navne og form, som vi kender dem, stammer fortrinsvist fra det gamle Grækenland, Armenien, Egypten og Babylon. Andre kulturer, som for eksempel kineserne, mayaerne, indianerne, eskimoerne, kelterne og selv nordboerne har også navngivet stjernekonstellationer og tilknyttet myter og historier til nogle af dem, men det er fortrinsvist navnene fra det græske verdensbillede, der anvendes i vores kultur.

I dag er der ikke nogen større astronomisk interesse i stjernebillederne bortset fra, at de bruges til at navngive stjerner samt, at de for (især) amatørastronomer bruges til at orientere sig på nattehimmelen. Derimod bruger astrologer og deres tilhængere stadigvæk stjernetegnene til at dyrke deres religion - astrologien.



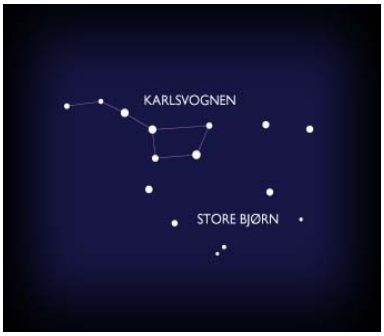
Figur 1: Dyrekredsen også kaldet zodiakken. Jord-Sol-planet kaldes Ekliptika. Fordi vi bevæger os med Jorden, ser det ud til, at Solen i løbet af året bevæger sig rundt i dyrekredsen. En persons 'stjernetegn' er det stjernetegn, som står til venstre for Solen ved fødslen. (Eks: I begyndelsen af marts står Solen i Vandmandens tegn; en person, der fødes til dette tidspunkt, vil så være en 'fisk.') [1]

Astrologer undersøger hvordan Solen, Månen og planeterne står i *dyrekredsen*, som er de 12 stjernebilleder, der ligger i Jordens baneplan *ekliptika.* (Dyrekredsen kaldes også for *zodiakken.*) Ud fra disse observationer eller beregninger laver de forudsigelser om fremtiden for mennesker, lande, sportsturneringer og meget andet. Det er værd at bemærke, at astronomien og astrologien fødtes som én disciplin. For eksempel anvendte kongerne i det gamle Babylon astronomer til at bestemme himmellegemernes positioner, og disse astronomer konstruerede også horoskoper.

Helt op i middelalderen arbejdede astronomer med astrologiske forudsigelser. Vores egen berømte astronom, Thyge Brahe (Tycho Brahe på latin) og hans tyske kollega, Johannes Kepler, finansierede deres forskning blandt andet ved at udarbejde astrologiske forudsigelser for kongehusene i København og Prag.

Astrologien var de gamle babyloneres/mesopotameres statsreligion, men også romerne, grækerne og egypterne tyede til stjernerne, når de skulle dyrke deres tro. Planeterne blev ganske enkelt opfattet som guder – deraf planetnavnene. Blandt andet derfor er der tilknyttet ganske spændende historier til stjernebillederne, og nogle af disse myter[1] er anført nedenfor.

Læg mærke til at astrologien er en religion, mens astronomien er naturvidenskab, og at de er helt adskilte i dag.



Figur 2: Store Bjørn som Karlsvognen er en del af. [2]

I.1.1 Berømte stjernebilleder

Det vil være at gå for vidt at gennemgå samtlige 88 stjernebilleder i denne tekst, så derfor vil der kun blive gennemgået nogle letgenkendelige billeder, som samtidig er gode 'vejvisere' på himmelen.

I.1.1.1 Karlsvognen og Store Bjørn

Karlsvognen er en del af stjernebilledet *Store Bjørn.* Stjernebilledet fylder godt på himmelen og er karakteristisk ved sine 7 lysstærke stjerner. Navnet stammer fra den nordiske mytologi og betyder *mandens vogn*. (Lille Bjørn er kvindens vogn.) Andre navne er for eksempel Ploven (England), Store øse (USA) og fra oldegyptisk kommer navnen Skinken.

Man kan bruge Karlsvognen til at finde retningen til Polaris/Nordstjernen. Metoden er enkel. Tegn en linje på ca. 4 gange længden af bagvæggen af Karlsvognen. Linjens retning er bort fra bunden af Karlsvognen, og den ender ved Nordstjernen. Hvis du kan finde Karlsvognen, kan du dermed altid finde nord.

Figur 3: Lille Bjørn med Nordstjernen. [2]

<u>Den græske bjørnetragedie om Den Store Bjørn</u>
Artemis var gudinde for naturen og de vilde dyr. Hun var den evigt kyske, som ikke ville vide af mænd. Artemis havde en flok nymfer som følge, og de måtte alle sværge at forblive jomfruer ligesom gudinden.

Kallisto var en ung, smuk pige, der nu opnåede den store ære at blive optaget i nymfeflokken. Hun sværgede ligeså og opførte sig ganske eksemplarisk, og efter et års tid var hun blevet en af Artemis' yndlinge. Imidlertid forelskede Zeus sig i hende og forførte hende. En dag badede nymferne og stor var forfærdelsen, da det nu viste sig, at Kallisto var højgravid.

Artemis' vrede var frygtelig. Da Kallisto fødte sønnen Arkas, blev han straks givet bort i pleje, og Artemis jagede Kallisto ud i den store vilde skov, hvor hun forvandlede Kallisto til en bjørn. Kallisto kunne nu flakke rundt i skovene som et vilddyr men med sin menneskeforstand i behold.

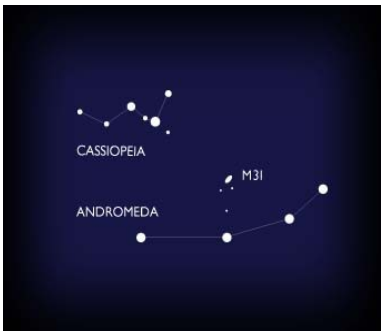
Efter mange år så hun tilfældigt en ung mand stå i en lysning i skoven, og hun genkendte ham straks som sin søn. Glad løb hun ham i møde med udbredte arme, men den unge mand, der så en kæmpe bjørn komme hen mod sig i fuld fart, blev rædselsslagen, hævede sin jagtdolk og stødte den i brystet på bjørnen, der styrtede om ved hans fødder. Kallisto var

1 Der findes forskellige versioner af historierne, så læseren opdager måske, at nogle af historierne her er i en anden version, end man kan læse andre steder.

død - dræbt af sin egen søn. Zeus brød ind og rykkede dem begge op i Himmelen, så de kunne nyde evigheden sammen. Her kan man således stadig se Store Bjørn og Lille Bjørn, som altså hedder Kallisto og Arkas. [3]

I.1.1.2 Lille Bjørn

Lille Bjørn (*Kvindens vogn* på oldnordisk) ligner en miniversion af Store Bjørn, og stjernerne lyser også svagere end stjernerne i Store Bjørn. Derfor er den lidt svær at finde, hvis man bor inde i byen. En af stjernerne, Nordstjernen, er dog ret nem at finde. (Se beskrivelsen af Karlsvognen.)



Figur 4: Cassiopeia. Bemærk den ligner et W eller et M afhængig af den retning, man kigger. Egentlig bør man se den fra siden, for så er det lettest at se, hvad den virkelig forestiller – en tronstol til en dronning. [2]

Nordstjernen ligger næsten i den ene af de retninger, som Jordens rotationsakse udstikker, og derfor står den næsten stille hele tiden, mens de andre stjerner cirkler en omgang rundt om den for hvert sideriske[2] døgn.

I opgave I.6.2 bagest i kapitlet ser man, at højden af Nordstjernen over horisonten altid svarer til observationsstedets breddegrad. Man kan altså navigere ved hjælp af Nordstjernen, hvis der er mørkt nok om natten.

I.1.1.3 Cassiopeja

Store Bjørn, Lille Bjørn og Cassiopeja kan man finde langs en lillecirkel henover himmelen. Cassiopeja er i Danmark altid oppe uanset årstid, og derfor er den også velegnet som vejviser på himmelen.
Nedenfor kan du læse, hvordan grækerne opfattede stjernebilledet og hvilken historie, de har tilknyttet stjernebilledet.

<u>Historien om Cassiopeja</u>
Historien knyttet til stjernebilledet handler om den fortryllende smukke dronning Cassiopeja, som var gift med kong Cefeus, der også har sit eget stjernebillede ved siden af Cassiopeja. De fik sammen datteren Andromeda, som om muligt var endnu smukkere end sin mor.

Dronningen forsømte ingen lejlighed til at understrege overfor alt og alle, at ingen kunne gøre de to rangen stridig som verdens smukkeste - ikke engang havets nymfer, nereiderne, der ellers var berømte for deres skønhed, kunne hamle op med Andromeda og Cassiopeja. Da dette blasfemi kom havets gud Poseidon for øre, blev han rasende og sendte et stort havuhyre mod dronning Cassiopejas land, Ethiopien. Havuhyret hærgede vidt og bredt langs kysten, skyllede flodbølger op over markerne og gik til angreb på indbyggerne - mange af dem blev sønderrevet og fortæret af det frygtelige uhyre. Indbyggerne ofrede til Poseidon, men det standsede ikke havuhyrets hærgen. Til sidst truede folket med oprør og krævede, at prinsesse Andromeda blev ofret til havuhyret, så Poseidon kunne blive formildet.

Dronningen var fortvivlet, men ville hun beholde sin trone, måtte hun give efter for folkets krav og ofre sin datter! Derfor lod Cassiopeja nu Andromeda lænke til en klippe ved havets bred og afvente højvandet, så havuhyret kunne nå ind og fortære hende.

Og kan man nu ikke udholde spændingen, mens uhyret nærmer sig den stakkels Andromeda for at æde hende, kan man få afsluttet historien via historien om et andet stjernebillede - nemlig Perseus. [3]

Figur 5: Perseus. [2]

I.1.1.4 Perseus

Perseus er igen en af aktørerne i den græske mytologi. Stjernebilledet indeholder stjernen, Algol, som er interessant

2 Se afsnittet om tider i afsnit I.2.1.

fordi, den er en dobbeltstjerne, som varierer i lysstyrke afhængig af, hvordan de to kredsende stjerner står i forhold til hinanden.

Stjernebilledet fylder godt på himmelen – 25 gange 30 kvadratgrader.

Historien om Perseus
Den første del af den lange historie om Perseus kan man finde under Cassiopeja-historien, og her får man afslutningen på historien om Andromedas skæbne.

Vi starter med endnu et af Zeus' sidespring: Zeus efterstræbte den smukke pige Danae. Danaes far, Akrisios, ville beskytte datterens dyd og byggede et underjordisk kammer og spærrede datteren inde dér. Imidlertid var overguden Zeus også vejrgud, og han lod sig som guldregn falde gennem fugerne i murværket. Konsekvensen af mødet blev 'naturligvis', at Danae blev gravid, og hun fødte sønnen Perseus. Den oprørte fader spærrede som hævn endnu engang sin datter inde - denne gang i en trækasse, sammen med hendes nyfødte søn og satte dem så ud på det vilde hav! Zeus så imidlertid hvad der skete og sørgede for, at kassen drev i land på den lille ø Serifos i det fjerne ørige Argos. De blev her fundet af en fisker, og Perseus voksede op alene sammen med sin mor i det fjerne ørige. Kong Polydektes af Argos gjorde kur til moderen, der som tidligere nævnt var meget smuk, hvad kvinderne altid er i disse myter - med mindre det da drejer sig om uhyrer som gorgonerne, der ser hæslige ud. Kongen sled ihærdigt for at få moderen som elskerinde, men Perseus var en kraftfuld ung mand, der beskyttede sin mors dyd mod kongens tilnærmelser.

En dag indbød kongen til et stort gilde, og ud på de små timer var der høj stemning og almindeligt praleri blandt de mandlige gæster. Perseus var for ung og uerfaren til rigtigt at deltage i snakken - han havde hverken kvindeerobringer, rigdom eller magt at prale af. Snakken faldt imidlertid også på de gruelige beretninger om gorgonerne - tre søstre, der levede langt borte ved verdens ende mod vest. De hed Stheno, Euryale og Medusa. Deres hår skulle bestå af lutter farlige slanger, og de var så fæle at se på, at man blev forstenet af at kigge på dem.

Nu tog Perseus ordet og erklærede med ungdommeligt overmod, at han ikke var bange for noget som helst - for eksempel skulle det ikke genere ham at befri Medusa for hendes slangebefængte hoved. Kongen var ikke sen til at tage Perseus på ordet, og Perseus måtte bevise sit mod ved at bringe Medusas afhuggede hoved til hoffet; ellers havde han afsløret sig som en løgner og slapsvans.

Nu var Perseus slemt i knibe, men guderne så med velvilje på den unge mand. Guden Hefajstos udstyrede ham med et skarpt krumsværd, guden Hermes gav ham et par vingede sko, og gudinden Pallas Athene gav ham et flot spejlblankt skjold og en solid vadsæk. Således vel udstyret tog Perseus afsted på sin dristige færd vestpå.

Efter en lang og farefuld rejse nærmede han sig gorgonernes land. Men da fandt han vejen spærret af "De tre Grå". De var tre meget gamle søstre - tre besynderlige hekse, der boede i en hule, hvor der aldrig kom lys ind, og de levede af ungt kød. Ydermere var de søstre til gorgonerne, så de var af god familie! (Men man blev ikke forstenet af at se på dem.) Det mest sælsomme ved dem var, at de alle tre kun havde ét øje og én tand tilsammen, som de skiftevis måtte låne til hinanden. Perseus sneg sig forsigtigt ganske nær til De Grå og i det øjeblik, den ene rakte øjet til den anden, sprang han frem og snuppede det ud af hænderne på dem. Nu var det en smal sag for ham at slippe forbi og komme frem til gorgonerne, der boede midt i en skov.

Som han nu kom nærmere, lagde han mærke til, at skoven bestod af lutter stenfigurer - forsteninger af alle dem, der var kommet gorgon-søstrene for nær. Perseus var klog nok til ikke at bilde sig ind, at han ene af alle skulle kunne udholde at se gorgonerne, og derfor brugte han nu de gaver, guderne havde forsynet ham med. Han holdt det blanke skjold skråt ud foran sig og sneg sig nærmere med bøjet hoved, kun vejledt af spejlbilledet. Det lykkedes ham at komme helt hen og gribe Medusa i slangehåret, og han huggede derefter hendes hoved af med krumsablen. De to søstre blev selvfølgelig rasende, men det lykkedes ham at flygte med det afhuggede hoved i hånden ved hjælp af de vingede sko. Han lagde mærke til, at hvor han kom frem, faldt fuglene til jorden som sten – Medusas hoved havde altså stadig sin frygtelige virkning. Med bortvendt hoved lagde han Medusahovedet ned i vadsækken og fortsatte sin rejse hjemad.

Idet Perseus huggede hovedet af Medusa, skete noget andet interessant og ejendommeligt: Op af hendes nu hovedløse krop fløj en bevinget hest, som svingede sig op til Olympen, gudernes bolig. Hesten har af samme grund fået sin egen plads på himmelen ved siden af Andromeda. Hesten hedder Pegasus, der siden da er blevet et symbol på digternes inspiration, og Pegasus bliver brugt som ridehest af Zeus, når han har travlt. Pegasus' far var guden Poseidon, som havde voldtaget Medusa i et tempel dedikeret til Athene, og det var Athene, der derefter straffede Medusa(!) ved at give hende slangehår. Men lad os følge Perseus videre på hans færd hjemad.

Her kom han tilfældigt forbi en klippe ved havets bred, hvor en ung smuk pige lå lænket – Andromeda. Da han standsede og ville løse hendes lænker, forklarede hun, at hun måtte ofres, for at landet kunne blive befriet for havuhyret. Perseus, der hurtigt var blevet dybt forelsket i den unge pige, skyndte sig derfor hen til Andromedas' far og mor - kong Cefeus og dronning Cassiopeja. Dronningen havde låst sig inde i fortvivlelse og var ikke til at få i tale, men kongen lovede Perseus, at han måtte få prinsesse Andromeda til ægte, hvis han kunne klare, hvad ingen anden havde kunnet - at dræbe havuhyret og dermed befri landet for dets forbandelse.

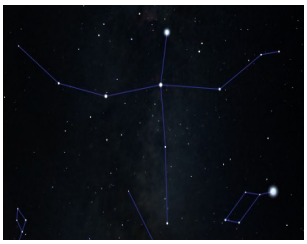
Perseus red tilbage til stranden, hvor havuhyret netop var vraltet op på bredden og nærmede sig Andromeda. Perseus greb sin krumsabel, men sværdhuggene viste sig virkningsløse mod uhyrets skællede krop, og Perseus blev slået omkuld med et slag af uhyrets hale. Da kom Perseus i tanke om, hvad det var, han havde i sin vadsæk. Han råbte til Andromeda, at hun skulle lukke øjnene, og med bortvendt ansigt trak han op af sækken Medusas afhuggede hoved med slangerne, der stadig vred sig. Med et rædselsbrøl stivnede uhyret og blev til en klippeblok på stranden. Perseus kunne nu befri Andromeda, og kong Cefeus og dronning Cassiopeja kunne gøre klar til bryllupsfest.

Perseus tog nu hjem til Serifos med sin brud. Her opdagede han hurtigt, at kong Polydektes havde benyttet Perseus' fravær til at "besove hans forsvarsløse mor". Perseus blev rasende og hævngerrig. Han lagde nu sækken med Medusahovedet for kongens fødder og forklarede, hvad der var i. Kongen, der ikke var vant til ærlig tale, slog en latter op og beordrede den unge løgnhals' sæk åbnet, så hans fupnummer kunne blive afsløret. Som sagt så gjort - og kongen og hans folk stivnede øjeblikkeligt til sten.

Perseus og Andromeda overtog ø-rigets trone. De opholdt sig dog ikke ofte i festsalen med stenstøtterne af den tidligere konge og hans mænd. [3]

I.1.1.5 Svanen

Svanen kan du se på billedet her til højre. Svanen findes i selve Mælkevejsstriben, og lyset fra stjernerne i Svanen er derfor en anelse druknet mellem lyset fra alle de andre stjerner. I billedet findes stjernen Deneb, som ligger i Svanens hale.



Figur 6: Svanen og Lyren, som ligger i Mælkevejsstriben. [4]

Historien om Svanen

Kong Tyndareos i Sparta havde en vidunderlig smuk dronning ved navn Leda. Hendes skikkelse var så skøn, at enhver mand, der så hende, blev optændt af elskov. Men kongen vogtede sin smukke dronning godt. Hun hyllede altid sin krop i tætte gevandter, og når hun tog bad i søen, var hele omegnen afspærret for alle andre end hendes tjenestepiger.

En dag da Zeus sad oppe i sin himmel og betragtede menneskenes færden, fik han øje på Dronning Leda, da hun badede. Fra da af tænkte han ikke på andet end, hvordan han skulle bære sig ad med at nyde den smukke kvindes gunst. Som gud havde Zeus imidlertid en stor fordel i forhold til andre elskovssyge bejlere. Han kunne transformere sig om til en anden person eller endda et dyr og oftest var det i en sådan form, at han aflagde menneskene besøg.

Mens dronningen og tjenestepigerne badede, morede de sig altid med at fodre de mange svømmefugle i søen. En dag lagde Leda mærke til en flot svane, der virkede ganske tam. Den spiste af hendes hænder, og hun kunne kæle for den, uden at den flygtede. Hun svømmede rundt og legede med den smukke fugl, der strøg sig tæt op ad hende og det endte selvfølgelig med, at svanen og dronningen forenede sig i vandet.

Ni måneder efter denne affære fødte dronning Leda to drengebørn, som blev kaldt Pollux og Kastor. Kong Tyndareos var stolt af sine sønner, men han kendte jo heller ikke hele den mærkelige sandhed: Han var faktisk far til Kastor men ikke til Pollux, som var en gudesøn.

I historien om stjernebilledet Tvillingerne kan man læse, hvad der videre hændte Ledas tvillingesønner.

I.1.1.6 Tvillingerne

De 12 astrologiske stjernetegn (*zodiakaltegnene* med et fint ord) vil ikke blive gennemgået her – det overlades til læseren at lede efter for eksempel ’sit eget’ stjernebillede. Men for at gøre historien om Ledas tvillingesønner færdig, vil tvillingerne alligevel blive omtalt her. Figur 7 viser et billede af stjernebilledet, og herunder følger historien.

Historien om tvillingerne.

Tvillingerne lignende ikke hinanden fra fødslen. (Og vi ved jo godt hvorfor.) Kastor var mørk og spinkel som sin far, mens Pollux var kraftig og usædvanlig lys i løden. De to brødre voksede op og blev et par prægtige unge mænd. De sås altid sammen, og de støttede og hjalp hinanden. Hvad den ene ikke kunne, kunne den anden, og sammen havde de mange spændende oplevelser og eventyr.

Figur 7: Tvillingerne med Mars og Merkur mellem sig. [4]

Da de var blevet voksne, blev tvillingerne gode venner med et andet søskendepar, Idas og Lynkeus, som var et par kampglade unge mænd. De fire unge tog sammen rundt i landet på noget, der nærmest må kaldes røvertogter. En gang havde de, efter et vellykket togt, en stor flok kvæg med hjem, køer og tyre af ædleste avl. De fire unge blev enige om at dele flokken i to, og de morede sig så med at lave en ædekonkurrence om, hvem der skulle have hvilken del af flokken. De tilberedte en ko, delte den i fire dele og åd løs. Den, der blev først færdig, skulle vælge som nummer 1, den næste som nummer 2. Idas, der var kæmpestor og en rigtig grovæder, blev færdig længe før de andre, og han hjalp nu Lynkeus, der var langt bagefter, med at spise hans del, og på den måde blev Lynkeus nummer 2. Dermed kunne Idas og Lynkeus drage af sted med hele kvægflokken for næserne af Kastor og Pollux. Siden færdedes de to søskendepar hver for sig.

Et par år senere holdt tvillingerne bryllup. De giftede sig (naturligvis) med to søstre - døtre af en af Grækenlands rigeste mænd. Til brylluppet var Idas og Lynkeus også indbudt, og under festen kom de med nogle spydige hentydninger til det ikke videre imponerende beløb, Kastor og Pollux havde været i stand til at yde som det traditionelle brudekøb til svigerfaderen. De nybagte ægtemænd bed fornærmelserne i sig. Men efter bryllupsfesten drog de ud på togt, og de kom hjem med en flot gave til svigerfaderen som en forsinket medgift. Gaven var en stor kvægflok med tyre, køer og kalve - røvet fra Idas og Lynkeus, og flokken var dermed blevet røvet for anden gang.

Fra nu af var Idas og Lynkeus bestandig ude efter hævn! Tvillingerne undveg mødet med de stærke og vrede brødre. Men en dag var det alligevel lykkedes Idas og Lynkeus at komme ind på livet af dem. Pollux og Kastor måtte skjule sig i en hul egestamme, hvor de mente sig i sikkerhed. Men Idas fik øje på Kastors kappe gennem et knasthul i træet, og han stødte sit spyd ind gennem hullet for fuld kraft og sårede Kastor dødeligt.

Vild af sorg og hævntørst sprang Pollux frem til angreb, og Idas og Lynkeus måtte vige for hans rasende sværdhug. Det varede ikke længe, før Pollux havde dræbt dem begge. Pollux tog nu sin døende tvillingebror i armene og anråbte guderne om at redde hans liv, og Zeus svarede ham: "Nej, Pollux, Kastor er avlet af kong Tyndareos' sæd, og han må som menneske dele menneskenes lod og drage til Hades, til dødsriget. Men du Pollux er min søn. Dig vil jeg beskytte og hjælpe til alt, hvad du ønsker dig."

Pollux var ikke i tvivl om sit ønske til Zeus - han og hans bror blev fundet døde i hinandens arme. Sammen drog de således ud på deres sidste togt.

Er dette næsten ikke til at bære, findes der en anden udgave af slutningen: Her slutter denne frygtelige historie med, at Pollux blot beslutter sig for at blive dødelig som sin bror, og de får af Zeus lov til sammen at opholde sig halvdelen af deres resterende levetid på Jorden og halvdelen på Olympen - i himlen hos guderne. Og de dør sammen efter et langt og lykkeligt liv.

I.1.1.7 Lyren

Lyren indeholder den klare stjerne Vega, som på den *nordlige stjernesfære* er den næstklareste stjerne efter Arkturus. Arkturus er dog ikke den klareste stjerne, vi kan se. Sirius, som ligger i Store Hund, er klarere end både Arkturus og Vega, og den kan i vinterhalvåret ses fra Danmark, selvom den ligger på den sydlige stjernesfære.

Historien om Lyren

Den himmelske harpe, Lyren, var et instrument som digteren og musikeren Orfeus spillede på. Han var søn af guden Apollon og musen Calliope. Når han spillede på sin lyre, blev alle tilhørere dybt bevægede, selv træer og buske svajede for tonerne - ja, undertiden kunne han endog få døde ting, såsom stokke og sten, til at danse til dets toner.

Figur 8: Lyren med den klare stjerne Vega. Man ser også Hercules og Dragen, hvor Dragen er klemt inde mellem Store- og Lille Bjørn. [4]

Orfeus giftede sig med en ung, smuk pige, nymfen Eurydike. Hun blev desværre umiddelbart efter brylluppet bidt af en slange og døde. Orfeus var knust af sorg. Derfor besluttede han at drage ned i underverdenen og betvinge Hades med sine toner, så at han kunne få sin elskede Eurydike med op igen. Så han drog afsted og nåede ned i underverdenen til den flerhovede hund og charmerede sig ind forbi vagthunden ved hjælp af musikken fra sin lyre. Det samme lykkedes med Charon, færgemanden ved floden Styx, hvor alle døde sejler over. Også den hårede slange Furies og endelig underverdenens ledere Hades og Persephone blev betvunget, og de accepterede, at Orfeus kunne tage Eurydike med op igen - på én betingelse: Han måtte ikke kigge tilbage!

På vej op fra underverdenen blev Orfeus imidlertid grebet af en grusom, uforklarlig tvivl. Og om det gode og onde omkring underverdenen skal man aldrig tvivle! Orfeus kiggede sig i sin dybe tvivl et kort sekund tilbage over skulderen og Eurydike bogstaveligt talt smeltede foran øjnene på Orfeus, og i samme øjeblik lukkedes dørene til underverdenen. Således var Eurydike for bestandigt placeret i Hades.

Ensom og ulykkelig drog Orfeus nu rundt i syv måneder. Orfeus stiftede en religion, orfismen.

Han vandrede rundt og spillede på sin lyre og sang og tiltrak såvel mennesker som dyr. En gruppe kvinder fra Thrakien anført af vinguden Dionysos (læs: Fordrukne kvinder) blev også tiltrukket af den himmelske musik, men Orfeus kunne ikke forelske sig i nogen og slet ikke ligge med nogen af dem. Over dette blev kvinderne så arrige, at de gik løs på den stakkels Orfeus med sten, stegespid, mortérstødere, hammere samt krumknive og de sønderrev lyrespilleren og splittede hans lemmer viden om. Orfeus hoved blev sammen med lyren kastet i vandet og drev med strømmen over til øen Lesbos, hvor man tog lyren og hængte den op i Apollons tempel. Endnu dér skal den have tonet og klinget uden at være rørt af menneskehånd og have fortryllet dyr, planter og sten. Man begravede Orfeus' hoved og nattergalene sang over hans grav så skønt som ingensteds ellers i verden. Endog Apollons spådomskunst skal hovedet have udøvet og givet mennesker orakelsvar, indtil Apollon udstrakte sin hånd og bød det tie. Og da tav det.

Figur 9: Store Hund, Lille Hund og Orion. [2]

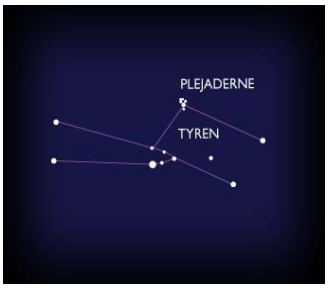
I.1.1.8 Store og Lille Hund

Store- og Lille Hund er stjernebilleder, som har stor historisk betydning; begge stjernebillederne er ’vedhæng’ til stjernebilledet Orion. Som navnene antyder forestiller de jagthunde, og de er med Orion på jagt. I Store Hund findes nattehimmelens klareste stjerne set fra Jorden, Sirius, og den kaldes også for Hundestjernen. Se figur 9.
Sirius blev brugt af Egypterne som en datobestemmer. Når Sirius fik sin *heliakiske** opstigning i sensommeren, vidste agerdyrkerne, at Nilen snart ville gå over sine bredder, oversvømme markerne og deponere næringsrigt slam på markerne. Derfor blev Sirius betragtet som en særlig stjerne.

I.1.1.9 Orion og Plejaderne

Plejaderne hører som hundetegnene til i nærheden af Orion. Man kalder også stjernehoben for Syvstjernen, fordi man i klart vejr i mørke omgivelser kan skelne ca. 7 stjerner med det blotte øje. Der er dog mange flere stjerner i hoben, som man tydeligt kan se ved brug af en almindelig håndkikkert. Plejaderne er objekt for den jagende Orion, og man kan finde dem ved at kigge lidt til højre for Orion.

Orion er velsagtens vinterhimmelens flotteste stjernebillede. Det er et stort billede, som er nemt at finde lavt over horisonten. I Orion findes den røde stjerne Betelgeuse, som betyder ’heltens armhule’ eller ’albue’ på arabisk. Det er en stjerne, som befinder sig ca. 130 pc fra Jorden, og den er ca. 400 gange større end Solen i radius. Overfladetemperaturen er dog ’kun’ ca. 3000 K i modsætning til Solens 5800 K.



Figur 10: Stjernehoben Plejaderne også kaldet Syvstjernen. [2]

Stjernebilledet var særlig specielt for oldegypterne. Således er pyramiderne i Giza anbragt så deres formation ligner Orion, og (ganske vist lidt kontroversielle) teorier antyder, at fra gravkammeret i Cheops-pyramiden er der en ’luftkanal’, som på et bestemt tidspunkt peger direkte mod Sirius. Den døde farao kunne så stige til vejrs via kanalen.

Grækerne havde også en god historie om Orion, og den er refereret herunder.

<u>Historien om Orion</u>
Der var en gang en vældig jæger ved navn Orion, som var søn af havets gud Poseidon. Han færdedes dagen lang i de store skove, hvor han med sværd og bue jagede de vilde dyr. Selv de stærkeste bjørne og de største ørne måtte lade livet for hans skarpe sværd og sikre pile. Intet, som han havde udset sig som sit bytte, kunne tilsyneladende undslippe.

Engang kom han til et kongerige i Bøotiens skove. Kongen havde intet mindre end syv smukke, unge døtre: Alcyone, Merope, Celaeno, Taygeta, Sterope, Maia og Elektra. Orion forelskede sig på stedet i alle syv, men kongen ville ikke have en omflakkende jæger som svigersøn og afviste Orions bejleri. Orion, der ikke var vant til, at noget bytte gik hans næse forbi, bortførte så en mørk nat den ene af døtrene. Men kongen satte efter ham med sine mænd, og om morgenen fandt han Orion i skoven, sovende i den unge piges arme.

Faderen tog en grusom hævn: Han lod øjnene stikke ud på Orion og efterlod ham hjælpeløs i skoven. Dette var vel den værste skæbne, der overhovedet kunne overgå en jæger.

Figur 11: Orion. [2]

* Heliakisk opstigning betyder at stjernen står op lige før solopgang. For Sirius’ vedkommende sker dette omkring den 27/7. (For Kairo i 2008.)

Den blinde Orion famlede sig i månedsvis af sted gennem skove og bjerge. Omsider nåede han frem til guden Hefajstos, der havde en smedje i bjergene. Hefajstos blev rørt af den forfærdelige skæbne, der var overgået Orion, og han besluttede sig for at hjælpe ham. Han gav derfor Orion en af sine lærlinge, Kedalion hed han, som vejviser på den lange vej til Solen, som kunne tænde hans øjnes lys. Kedalion viste Orion vej gennem de vilde bjerge og ud til den yderste kyst, hvor Solen står op af havet.
Da de efter lang tids hård vandring nåede ud til kysten, satte de sig på stranden og Kedalion hjalp Orion til rette, så han, vendt mod den opadgående sol, kunne tænde sine øjnes lys ved hjælp af dens stråler.

Efter at have fået synet igen vendte Orion tilbage til skovene for at finde kongens døtre, men han kunne ikke genkende landskabet. På stedet, hvor kongen skulle bo, så han nu kun syv smukke hvide duer flyve omkring. Han sendte sine pile efter dem, men de undgik pilene og flygtede. Orion anede, hvem duerne var og forfulgte dem nu gennem de vidtstrakte skove. Sommetider syntes det ham, at pigen, han var sammen med i skoven, var med i flokken, somme tider var hun der ikke.

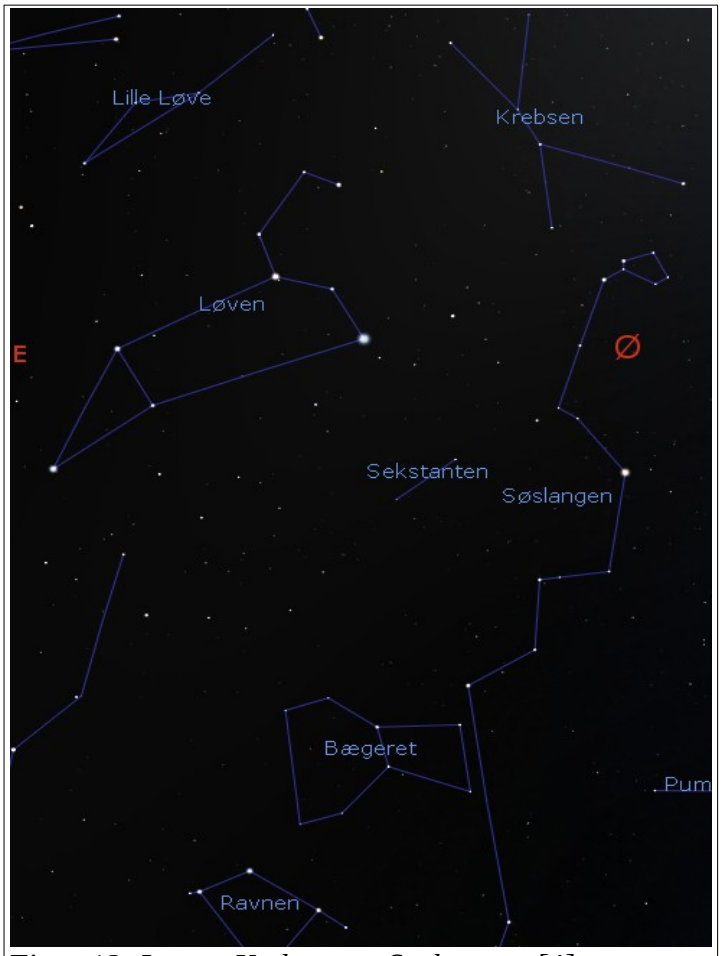
Helt slut er historien om Orion dog ikke (hvis man overhovedet magter flere tragedier): Orions evindelige praleri om sine jagtevner havde tidligt i Orions liv gjort ham meget populær hos jagtens gudinde Artemis og derfor meget upopulær hos hendes tvillingebror Apollon. Apollon havde på dette tidspunkt i mange år tænkt over, at Orion havde sagt, at han kunne fange og dræbe et hvilket som helst dyr - og derfor pudsede Apollon nu Skorpionen på ham.

Det dyr kunne han ikke overvinde. Artemis græd over hans død og lod ham genopstå på de himmelske jagtmarker. Men når stjernebilledet Skorpionen om sommeren kommer op over horisonten, flygter Orion ned under den - de to stjernebilleder optræder aldrig samtidigt på himlen.

Også de syv søstre satte guderne på himlen til ære for Orion - de blev til Syvstjernen (Plejaderne), men enorme afstande adskiller i dag Orion og de syv søstre.

I.1.1.10 Herkules - samt Dragen, Løven, Krebsen og Søslangen

Stjernebillederne Herkules og Dragen er nemme at finde. Dragen ligger nemlig lige mellem Store- og Lille Bjørn, og Herkules ligger ved dragens hoved. Se figur 8. Historien om Herkules kan læses nedenfor, og den inkluderer også stjernebillederne Krebsen, Løven og Søslangen.



Figur 12: Løven, Krebsen og Søslangen. [4]

Herkules' opvækst
Herkules hed oprindeligt Alcidis. Som voksen blev han kaldt Herakles/Herkules. Han blev født af Dronning Alkmene af Theben i Bøotien og Zeus (Svanen) var hans far. (Zeus var gift med Hera, som i øvrigt også var hans søster.) Zeus lagde sønnen til hos Hera, da hun sov, og da Herakles drak Heras mælk blev han stærk som 12 mænd. Hera vågnede og blev rasende på Zeus, og hendes vrede gik ud over papsønnen – hadet aftog slet ikke gennem Herkules' opvækst.

Mens Herakles/Herkules var spæd, lagde Hera to giftslanger i hans vugge – men Herkules slog dem ihjel, og Hera indså, at det nok ville blive ret svært at få aflivet drengen. Da Herkules var blevet voksen, blev han gift med Megara og fik børn med hende, men Hera gjorde ham midlertidigt gal, og i sin galskab dræbte han Megara og deres børn. Efter udåden, fik han sin fornuft igen, og så måtte han sone sin handling.

Han spurgte oraklet Pythia i Delfi om råd, (Pythia var talsmand for guden Apollon) og han fik at vide, at han skulle melde sig hos sin slægtning Kong Eurystheus af Mykene og tjene ham i 12 år. Denne konge var ussel og fej, og på alle måder underlegen til Herkules. Alligevel tjente Herkules ham – ved at udføre 12 såkaldt umulige opgaver.

Herkules' 12 opgaver
Hans første opgave var at dræbe Løven**.** Løven var et uhyre med skind så sejt, at intet våben kunne gennemtrænge det. Løven boede i en hule i Nemea sydvest for Korinth, og det elskede at æde mennesker. Se figur 12.

Fordi han ikke kunne skyde eller spidde dyret, måtte Herkules slå det i hovedet med sin kølle, så det blev bevidstløs. Derefter kunne han kværke det til døde. Dets skind brugte han senere til sit eget tøj, og dets hoved brugte han som hjelm. (Stjernebilledet **Lille Løve** er i øvrigt først opfundet af polakken Johannes Hevelius i 1687.)

Han næste opgave var at dræbe søslangen Hydra, som boede i sumpen i Lernas. Hydra var barn af monsteret Tyfon og hans kone Echidna, som var halvt kvinde, halvt slange. Hydra var giftig og havde 9 hoveder, hvoraf det ene er udødeligt. Hydra åd bøndernes køer, så den var ikke særligt vellidt i Lernas.

Da han hakkede et af Hydras hoveder af, voksede 2 nye ud – indtil han fandt ud af at brænde slangens sår, så nye hoveder ikke kunne vokse ud. Det var hans væbner Iolalus, der stod for at brænde slangens sår med en fakkel. Hera fik under kampen en ide til at få slået Herkules ihjel – han skulle jo bare distraheres, så han blev uopmærksom på et af hovederne, så hun sendte en lille krebs hen for at nappe ham i tæerne. Men han trådte den flad, og det lykkedes alligevel at dræbe Hydra. Dvs. han skar det udødelige hoved af og gemte det under en stor sten – der ligger det endnu og venter på at komme ud. Hera anbragte Løven og Krebsen på nattehimmelen. Herkules havde i øvrigt opsamlet en del af Hydras gift, så han kunne bruge den til sine pile – det skulle senere vise sig, at være en rigtig dum ide.

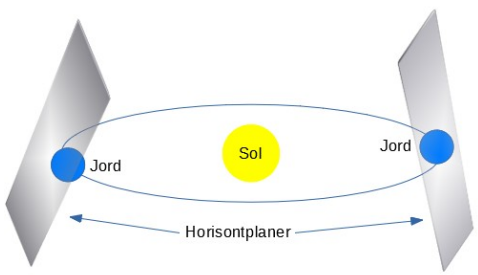
De næste opgaver springer vi hen over indtil vi kommer til den 11. opgave. Herakles stedmoder Hera havde i sin have et gyldent æbletræ, som hun havde fået i bryllupsgave. Denne have blev passet af hesperiderne, som var døtre af Atlas. (Ligesom Plejaderne og Hyaderne også var.) Hesperiderne var nymfer for aftenlyset. Selve træet var beskyttet af Dragen med navnet Ladon**,** som var bror til Hydra. Herkules' opgave var at hugge nogle guldæbler til Eurystheus – så han dyppede sine pile med Hydras gift, og så skød han Dragen, så den blev såret, og da den lå ned, kvaste han dens hoved ved at træde på den. Så nappede han æblerne og tog tilbage til kong Eurystheus.

Da alle opgaver var tilendebragt blev han fritstillet, og han blev gift igen, denne gang med Deianeira – desværre var hans nye kone jaloux, så hun dyppede hans skjorte i Hydras gift, hvorefter Herkules dødelige krop døde, mens hans udødelige del røg til himmels, hvor det kan beskues den dag i dag. [5]

I.2 Stjernernes daglige gang hen over himmelen

Alle er bekendt med, at Solen står op hver morgen i østlig retning – om sommeren omkring NØ og om vinteren nærmere SØ. Den går tilsvarende ned i vestlig retning. (NV til SV.) Grunden er, at Jorden roterer 1 gang omkring sin rotationsakse for hvert *sideriske* døgn. Siderisk døgn betyder et døgn målt i forhold til stjernerne. Da vi står på Jorden, ser det ud som om stjernerne drejer 1 omgang rundt om os på et siderisk døgn. Noget af tiden er stjernerne under horisonten, og noget af tiden er de over denne.

Ligesom stjernerne tilsyneladende bevæger sig hen over himmelen, bevæger Solen sig også hen over himmelen. Men der er nogle mærkværdigheder. Nogle stjerner er oppe hele natten til alle tider på året. Andre stjerner ser vi aldrig fra én bestemt lokation, atter andre ser vi kun til bestemte tider af året, og endelig står nogle op og går ned akkurat som vores egen stjerne, Solen. Og et *middelsoldøgn* (MSD) er øjensynligt en smule længere end et siderisk døgn.

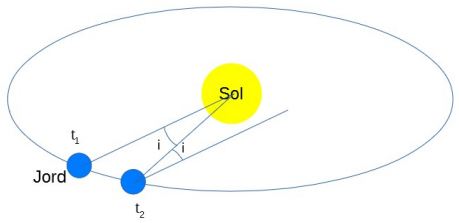


Figur 13: Nattehimmelen varierer i løbet af året. Her er vist 2 horisont-planer på samme observationssted. Nattehimmelen er på den side, der peger bort fra Solen.

Forklaringen for den vekslende stjernehimmel ligger i vores breddegrad samt vores årstid. Se figur 13. Tegningen viser et snit af horisontfladen for en observatør på en bestemt breddegrad til to tidspunkter på året. Man ser, at observationsstedets breddegrad indvirker på horisontplanets placering og dermed på den synlige nattehimmel. Da der også skal være mørkt, når man observerer, vil de synlige stjerner også afhænge af Jordens position i forhold til Solen. Hvorfor middelsoldøgnet er længere end det sideriske døgn forklares nedenfor.

I.2.1 Siderisk- og middelsoldøgn samt forskellige årlængder

Jordens rotationstid i forhold til stjernerne kaldes som nævnt ovenfor et siderisk døgn, og i forhold til et middelsoldøgn er det en anelse kortere. Et siderisk døgn er $23^h\,56^m\,4{,}1^s$. Da det sideriske døgn er lidt kortere end middelsoldøgnet betyder det, at hvis man observerer en stjerne på en bestemt position på himmelen en aften, så vil stjernen igen være på samme sted dagen $3^m\,55{,}9^s$ tidligere end natten før. Det kan man indse ved at kigge på figur 14. På figuren er et lille stykke af Jordens bevægelse omkring Solen indtegnet. En observatør står til tidspunktet t_1 og ser Solen stå højest ved middagstid. Så venter observatøren 1 soldøgn og kigger igen på Solen, når den står højest på himmelen. (På figuren er den strækning, Jorden har flyttet sig, stærkt overdrevet.) Bemærk at Jorden skal dreje vinklen i+360° før Solen igen står i samme retning, som dagen før. Derfor er soldøgnet længere end stjernedøgnet. (Det sideriske døgn.) Lad os beregne forskellen:



Figur 14: Foruden at spinne omkring sig selv, roterer Jorden også omkring Solen.

En observatør med et meget præcist ud observerer en stjerne. Når stjernen står i en bestemt retning på himmelen, noteres det eksakte tidspunkt. Man venter i ca. et døgns tid, indtil stjernen står nøjagtigt det samme sted igen, og det målte tidsrum noteres. Dermed er det sideriske døgn målt, og værdien er som ovenfor nævnt $T_{sid} = 23^h\,56^m\,4{,}1^s$. Hvis man måler det samme for Solen, fås i gennemsnit $T_{MSD} = 24^h$, eftersom det er definitionen på et døgn.*

Hvis man kender omløbstiden, $T_{sid,\,år}$, for Jorden omkring Solen, kan man også <u>beregne</u> det sideriske døgn. Et siderisk år $T_{sid.år} = 365{,}2564 \cdot T_{MSD}$. Figur 14 viser, at Jorden i sin bane i løbet af et middelsoldøgn bevæger sig vinklen $i = 360^o \cdot T_{MSD}/T_{sid.år} = 0{,}9856090^o$. Altså skal Jorden spinne vinklen 360,9856090º på et middelsoldøgn. For et siderisk døgn, som jo er defineret som tiden for at spinne 360º gælder, at $T_{sid} = 360^o/360{,}9856090^o \cdot T_{MSD} = 0{,}99726967 \cdot T_{MSD} = 23^h\,56^m\,4{,}1^s$.

Foruden middelsoldøgnet og det sideriske døgn samt ditto år findes der andre tidskonstanter for Jord-Solsystemet, som tabel 1 viser. Der gælder også tilsvarende relationer for Jord-Månesystemet, og dem kan du læse om i afsnittet *Fænomener.*

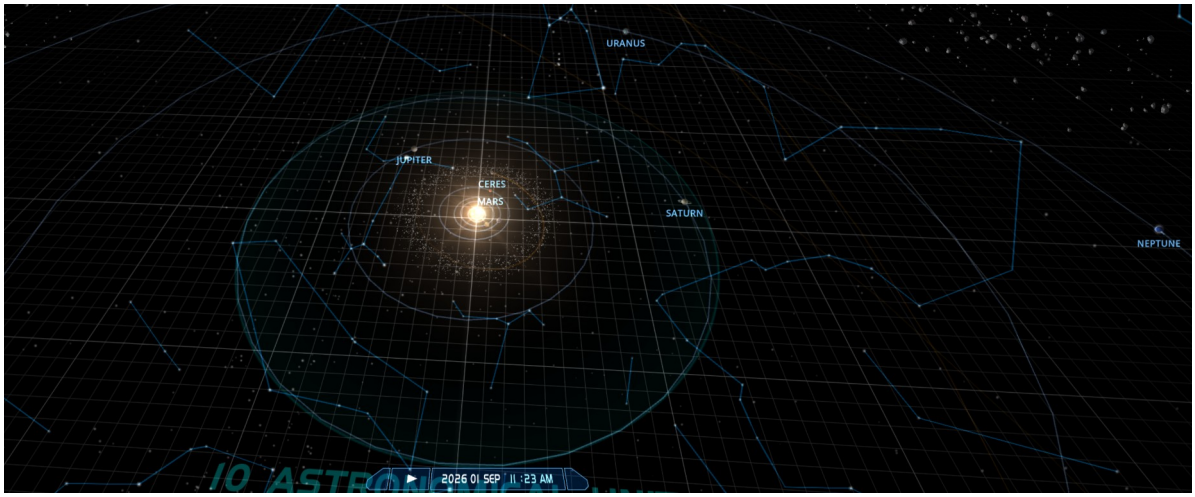
Tabel 1: Forskellige årlængder.

Tropisk år: Tid mellem Jordens passage af *forårspunktet* to gange. $T_{trop} = 365^d\,05^h\,48^m\,45{,}4^s = 365{,}242192$ MSD. Det tropiske år fortæller, hvornår Solen skærer ækvatorplanet, dvs. det fortæller noget om årstiderne. Deraf navnet.
Siderisk år: Omløbstid i forhold til stjernerne. $T_{sid} = 365^d\,06^h\,09^m\,9{,}6^s = 365{,}256361$ MSD. Pga. præcessionen forskyder forårspunktet sig lidt hvert år, og derfor er det sideriske år og det tropiske år ikke helt det samme.
Anomalistisk år: Tid mellem to perihelpassager, $T_{sid} = 365^d\,06^h\,13^m\,52{,}5^s = 365{,}259635$ MSD. (Perihel er det punkt i Jordens bane, der er nærmest Solen.) Påvirkninger fra de andre planeter flytter langsomt Jordens perihel. Dvs. Jordbaneellipsen drejer rundt.
Juliansk år: Året som Julius Cæsar indførte i 46 f. Kr. $T_{jul} = 365^d\,06^h = 365{,}25$ MSD.
Gregoriansk år: Året som Pave Gregor XIII fastlagde i 1582. I år 1700 indførte Danmark på Ole Rømers opfordring årlængden i Danmark. Det betød, at 11 dage blev oversprunget i kalenderen. $T_{greg} = 365^d\,05^h\,49^m\,12^s = 365{,}2425$ MSD.

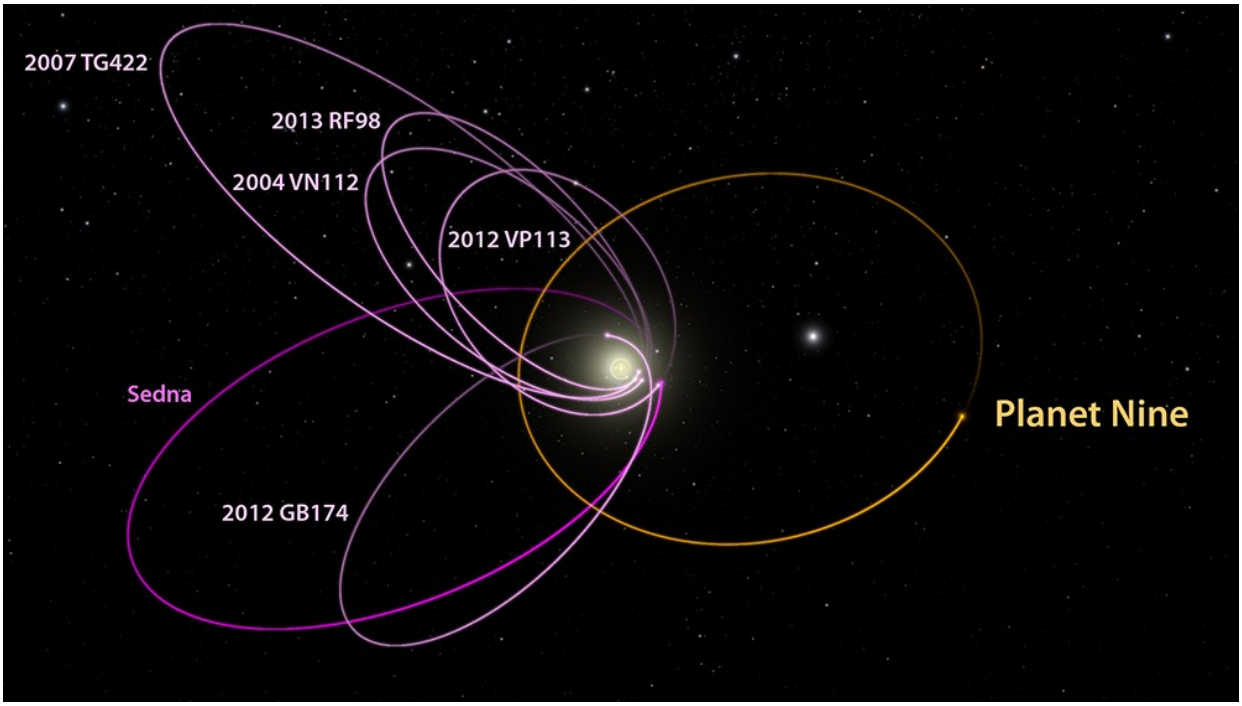
* Tiden fra middag til middag er ikke altid præcist 24 timer. Det skyldes, at Jorden bevæger sig i en ellipsebane og ikke en cirkelbane, samt at ekliptika og Jordens rotationsakse hælder i forhold til hinanden.

I.2.2 Sideriske- og synodiske omløbstider for planeterne

Der findes 8 planeter i Solsystemet, hvoraf de 4 inderste planeter Merkur, Venus, Jorden og Mars er stenplaneter. De 4 yderste planeter er Jupiter, Saturn, Uranus og Neptun. Pluto er omklassificeret til at være et Kuiper-objekt, som gennemgås i kapitlet *Solsystemet og livsbetingelser*. Planeterne roterer alle rundt om Jorden i forskellige tilnærmelsesvist ellipseformede baner. Se figur 15. De har sideriske omløbstider som vist i tabel 2.



Figur 15: Planeternes position den 1. september 2026. [6]



Figur 16: Læs mere om den mulige opdagelse i [7].

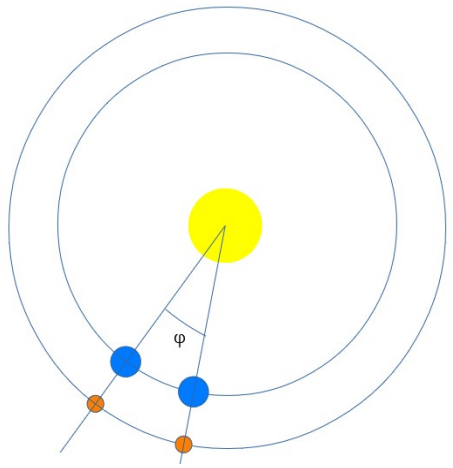
Der er dog observationer, der tyder på, at der måske alligevel er 9 planeter i Solsystemet. Astronomerne Konstantin Batygin og Mike Brown har i Kuiperbæltet undersøgt småplaneters baner, og de kan kun forklare disse småkloders baner ved at antage, at der må være en ukendt planet på ca. 10 jordmasser med en middelafstand på ca. 600 AU[3].

3 Beregningerne giver ikke en særlig præcis bestemmelse af middelafstanden. Faktisk ligger intervallet for middelafstanden i omegnen af 400-700 AU. [7]

Tabel 2: Banedata for kloder i solsystemet.

	Middelafstand fra Solen AU	Middelafstand fra Solen 10^6 km	Siderisk omløbstid År	Synodisk omløbstid Dage	Banens excentricitet	Baneplanens vinkel med ekliptikas plan °
Merkur	0,387	57,9	0,241	116	0,2056	7,00
Venus	0,723	108,2	0,615	584	0,0068	3,39
Jorden	1,000	149,6	1,000	-	0,0167	0,0
Mars	1,524	228,0	1,881	780	0,0934	1,85
Jupiter	5,203	778,3	11,862	399	0,0484	1,31
Saturn	9,539	1427,0	29,458	378	0,0557	2,49
Uranus	19,18	2869	84,014	370	0,0472	0,77
Neptun	30,06	4497	164,793	367	0,0086	1,78
(Pluto)	39,44	5900	248,43	367	0,250	17,17

Den synodiske omløbstid defineres som tidsrummet fra konjunktion til konjunktion eller opposition til opposition. *Konjunktion* betyder at kloden peger i samme retning som Solen, og *opposition* betyder, at kloden står stik modsat Solen. Se figur 17. Den synodiske omløbstid er altså en tid, vi kan måle *her fra Jorden*, mens den sideriske tid er en størrelse, som umiddelbart kræver, at man står på planeten, når der skal måles.



Figur 17: Opposition. Solen er i midten, og kun Jorden og Mars er indtegnet. Da Jorden bruger mindre tid på at kredse en omgang om Solen, vil den tilbagelægge 360º+φ fra opposition til opposition.

I.2.2.1 Ydre planeter

På figur 17 er Solen anbragt i centrum og Jorden og Mars er også markerede. På et tidspunkt står Mars i *opposition*, dvs. den står modsat Solen. Man starter uret ved opposition og venter til Mars igen står i opposition. Tidsrummet T_{syn} er forløbet. Som tegningen viser, er der gået mere end et år, for Jorden har skullet bevæge sig mere end en hel omgang. (Jorden har større vinkelhastighed end Mars jævnfør Keplers 3. lov. Se afsnittet om Keplers love i kapitlet *Solsystemet og livsbetingelser*.)

Jordens sideriske omløbstid kaldes $T_\oplus$ og Mars' sideriske omløbstid er $T_♂$. De to planeters vinkelhastigheder kan nu udregnes som $\omega_\oplus = 360º/T_\oplus$ og $\omega_♂ = 360º/T_♂$, og dermed bliver de to planeters tilbagelagte vinkler det målte tidsrum T_{syn} ganget med vinkelhastighederne. Altså må følgende gælde:

$$\omega_\oplus \cdot T_{syn} = 360º + \omega_♂ \cdot T_{syn}$$

$$\Updownarrow$$

$$(360º/T_\oplus)\cdot T_{syn} = 360º + (360º/T_♂)\cdot T_{syn}$$

$$\Updownarrow$$

$$1/T_♂ = 1/T_\oplus - 1/T_{syn} \qquad (1)$$

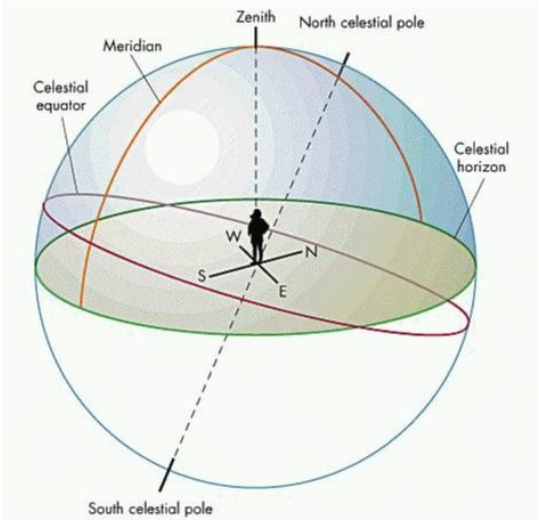
Eksempel: Mars har en synodisk omløbstid på 780 dage. Jordens sideriske omløbstid er 365,256 dage. Altså må $1/T_{♂} = 1/365{,}256^{d} - 1/780^{d} = 0{,}001455754530858\ d^{-1} \Rightarrow T_{♂} = 686{,}9289971645^{d} = 1{,}880678201493^{år} \approx 1{,}881^{år}$.

Ved at *observere* planeternes synodiske omløbstider, kan man altså *beregne* planeternes sideriske omløbstider uden at være tvunget til at rejse ud til dem og foretage målingerne derfra. Det er uhyre nyttigt, når man skal bestemme planeternes middelafstande til Solen. Mere om det i kapitlet om Keplers love.

For de indre planeter Venus og Merkur kan man udlede en tilsvarende formel, som er angivet i formelsamlingen. Udledningen overlades til læseren.

I.3 Sfæriske koordinatsystemer

Når man skal katalogisere stjerner, er det nødvendigt at definere hvor på himmelen, de befinder sig. Dertil er konstrueret en mængde forskellige koordinatsystemer, som alle har deres svagheder og styrker. Vi vil her nøjes med at betragte 3 typer – horisontsystemet, ækvatorealsystemet samt det ekliptiske koordinatsystem, eftersom de er gode til at beskrive placeringerne af stjerner, planeter og andre mulige observerbare objekter til et givet tidspunkt.



Figur 18: Stjernesfæren. Jordkloden er ikke markeret. [8]

I.3.1 Termer

Som nævnt i afsnit I.2 afhænger den synlige stjernehimmel af, hvor man står. En observatørs udsyn begrænses jo af jordoverfladen. Se figur 18. Som figuren viser, er der række specielle navne tilknyttet koordinatsystemerne. Man har *stjernesfæren*, også kaldet *den celeste sfære*, som er en imaginær kuppel, hvorpå man forestiller sig, at alle stjernerne er påklistret.

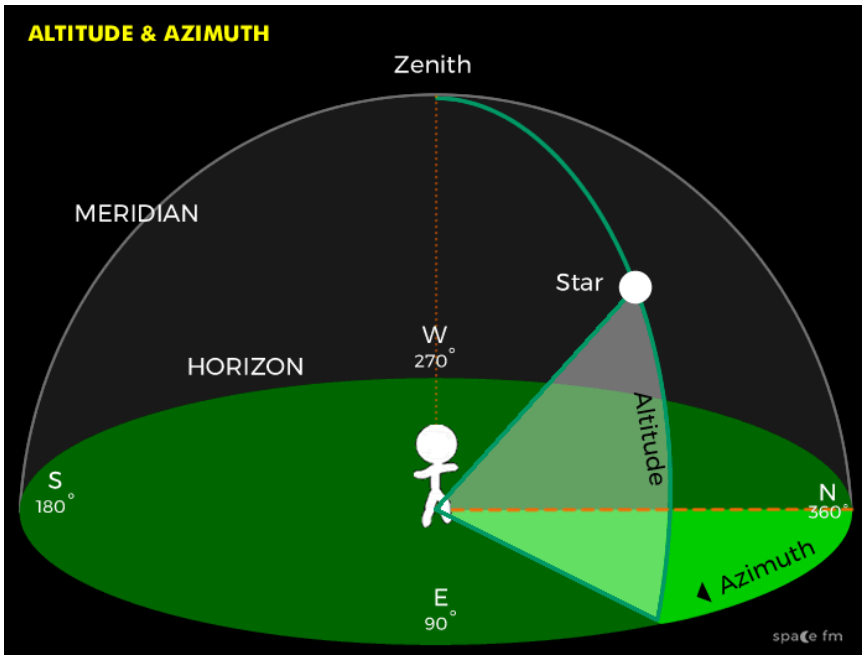
Zenith er punktet lodret over ens hoved – dvs. zenith ligger relativt til observatøren og er altså ikke et absolut sted på himmelen. Modstykket til zenith kaldes *nadir.* (Punktet under ens fødder.)

Meridianen er den cirkel, som går gennem Nord-syd-retningerne og zenith. Den er nem at finde på himmelen; man skal først finde Nordstjernen, og derefter markere en cirkel gennem denne og punktet lodret over ens hoved.

Himmelens ækvator er Jordens ækvator projiceret ud på stjernesfæren, og *forårspunktet* er det sted på stjernesfæren, hvor Solens bane skærer himmelens ækvator ved forårsjævdøgn, set fra den nordlige halvkugle.

I.3.2 Horisontsystemet

Horisontsystemet er et koordinatsystem, der kan bruges til at finde ud af, hvilke stjerner, der er oppe på den aktuelle natte-himmel. Eftersom Jorden roterer, betyder det at stjernernes koordinater varierer. Dette er en uundgåelig ulempe ved systemet.



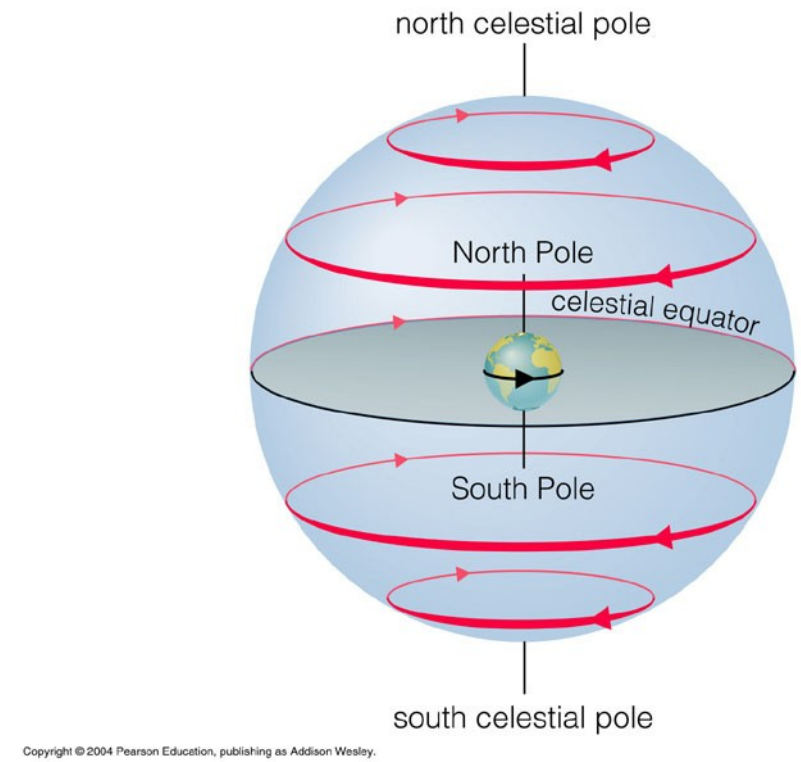
Figur 19: Se teksten for yderligere forklaring. [9]

Betragt figur 19. Stjerne-sfæren er begrænset af horisontplanet. En stjerne befinder sig på stjerne-sfæren og dens koordinater er angivet ved 2 vinkler, *azimutten* og *højden*.

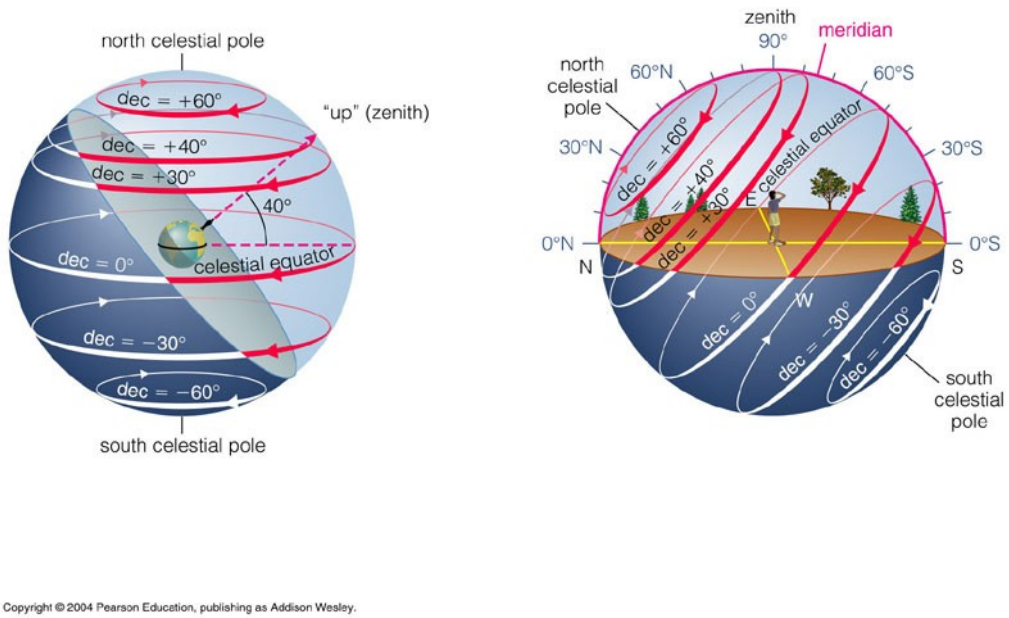
Azimutten, Az, måles langs horisontlinjen. Vinklen måles fra nord men nogle vælger syd som begyndelsespunkt! I øst er vinklen 90º, i syd er den 180º og i vest er den 270º. *Højden, h,* (eller altituden) måles som *vinklen* mellem horisonten og stjernen.

Hvis en stjerne/planet eller lignende skal være observerbar, er det altså nødvendigt, at stjernen på det ønskede observationstidspunkt har en højde, der er et stykke over 0º, og at Solens højde samtidig er mindre end 0º.

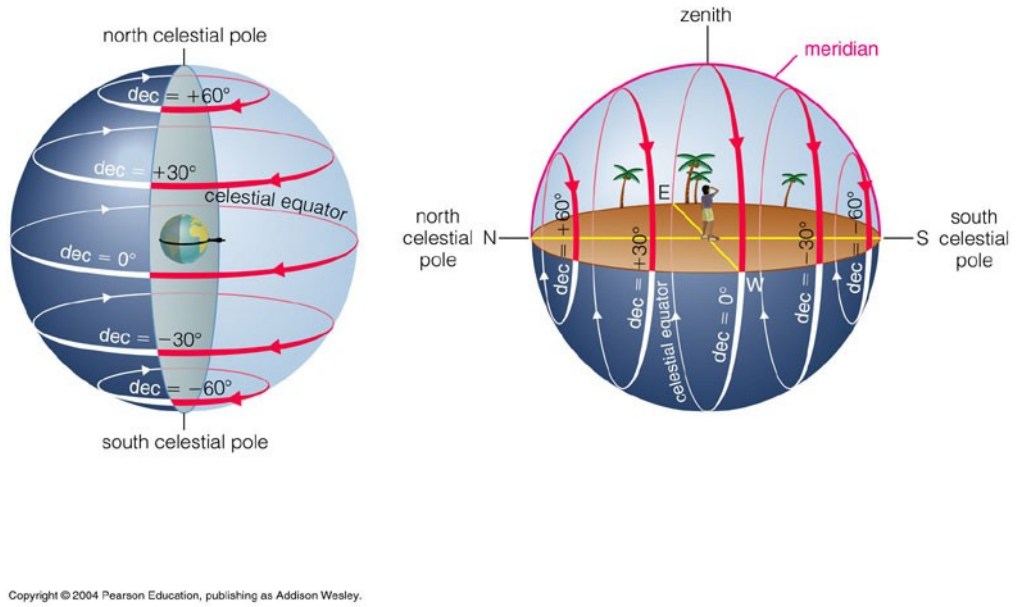
I figurerne 20-22 er vist hvordan stjernesfæren ser ud i forhold til observationsstedet ved 3 breddegrader. (Observatør på Nordpolen, ved ca. 48º N samt på ækvator.)



Figur 20: Kilde – se billedet.



Figur 21: På billedet til højre har man drejet Jorden, så zenith står lodret. [Se billedet].

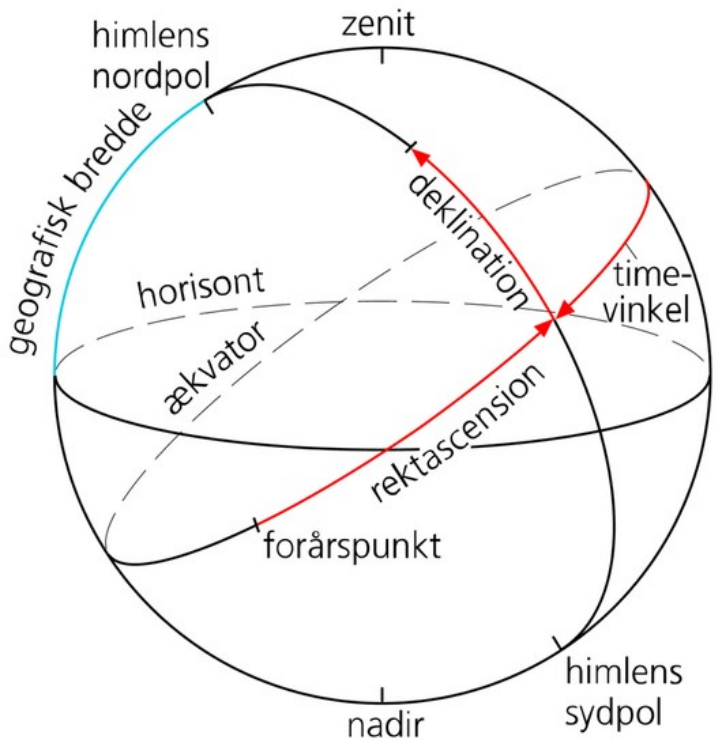


Figur 22: På billedet til højre har man drejet Jorden, så zenith står lodret. [Se billedet]

I.3.3 Ækvatorealsystemet

Ækvatorealsystemet er det system, der mest ligner det almindelige koordinatsystem, som vi bruger her på jordoverfladen. Det er nemlig i store træk Jordens længde- og breddegradssystem, som er projiceret ud på stjernesfæren.

Ækvatorlinjen hedder som nævnt ovenfor *Himmelens ækvator* eller *den celeste ækvator.* Nordpolen ligger i samme retning som vores egen nordpol, dvs. (næsten) i retning af Nordstjernen.



Figur 23: Ækvatorealsystemet. [11]

Man måler stjernernes (og andre himmel-legemers) koordinater som en længde- og breddegrad.

Af historiske grunde er enhederne for ækvatoreale koordinater angivet i tidsmål for første vinkel og grader, bueminutter og buesekunder for den anden vinkel. Vinklen langs himmelens ækvator kaldes *rektascensionen*, og vinklen vinkelret herpå kaldes *deklinationen.* Man benytter forkortelserne (*RA*, δ) eller (α, δ).

Deklinationen måles altså *fra* himmelens ækvator (positive grader mod nord) og længdegraden (rektascension) måles *på* himmelens ækvator. Nulpunktet for rektascension har man defineret til at ligge i *forårspunktet*, altså det ene skæringspunkt mellem ekliptika og himmelens ækvator. Man har ligeledes vedtaget, at den positive retning for rektascension går *mod uret.* Se figur 23.

Dette koordinatsystem har den fordel, at stjernernes koordinater er konstante, så de er nemme at katalogisere, dvs. de er *næsten* konstante. Pga. fænomenet *præcession* varierer de alligevel en smule. (Se afsnit I.4.1.)

Ulempen er, at man ikke umiddelbart får nogen information, om det er muligt at observere himmellegemet til et givet tidspunkt, men heldigvis behøver man ikke fortvivle af den grund. Stjernekortet, som beskrives i afsnit I.4, eller Stellarium kan hjælpe en med at finde egnede kandidater til en observationsaften.

I.3.3.1 Vinkelangivelser

Når man skal angive et koordinatsæt (α, δ) for en stjerne – for eksempel Betelgeuse i Orion (også kaldet α Ori) skrives det som ($5^h\,55^m\,11{,}9^s$; +7º 24’ 26’’). Denne besværlige skrivemåde stammer helt tilbage fra Babylons 60-talssystem. Metoden fungerer dog, og derfor er formen på koordinaterne ikke blevet lavet om siden. Man kan omregne tallene til decimaltal, og det er vist nedenfor.

Rektascensionen
Forestil dig den himmelske ækvator som en urskive, der går fra 0 til 24 timer. Hele omkredsen svarer til 360°. Dvs. koordinaten $5^h\,55^m\,11{,}9^s$, som læses ”5 timer, 55 minutter og 11,9 sekunder” svarer til ca. ¼ omgang rundt om himmelens ækvator regnet fra forårspunktet. I decimaltal er vinklen

$$\alpha = \frac{(5+55/60+11{,}9/3600)^h}{24^h} \cdot 360^o = 88{,}799583^o$$

Bemærk at 1^h svarer til 15º, 1^m svarer til 15/60º og 1^s svarer til 15/3600º. (Prøv selv at vise disse sammenhænge.)

Deklinationen
Her har vi en halv skive, der altså udspænder 180°. Koordinaten for Betelgeuses deklination skrives som +7º 24’ 26’’, hvilket læses som ”Plus 7 grader, 24 bueminutter, og 26 buesekunder”. Et bueminut er defineret som 1’ = 1/60º og et buesekund er defineret som 1’’ = 1/3600º= 1/60’. Dvs. vi får, at Betelgeuses vinkel δ = 7º + 24/60º + 26/3600º = 7,4072º.

Overvej selv hvordan man regner tilbage fra 88,79958º til $5^h\,55^m\,11{,}9^s$ og fra 7,4072º til +7º 24’ 26’’.

I.3.4 Ekliptikasystemet

Det sidste koordinatsystem, vi kort vil omtale her, er ekliptikasystemet. Som navnet antyder, er dette system defineret af ekliptika, og dermed er det meget anvendeligt til at beskrive objekter i Solsystemet. *Ekliptisk længdegrad, λ,* defineres på ekliptikacirklen, startende i forårspunktet og med positiv omløbsretning mod uret. (Nord peger vinkelret på ekliptika og ligger sådan, at det næsten ligger i vores nord.) *Ekliptisk breddegrad, β,* defineres som vinklen vinkelret på ekliptika, med positiv retning mod nord. Mht. vinkelangivelser angiver man i dette koordinatsystem vinklerne på samme måde som for deklination i ækvatorsystemet. For eksempel er Merkurs koordinater den 1/9-2026 (λ, β) = (173º 25' 55,9''; 5º 44' 12,1''). Prøv selv at omregne til decimaltal.

I.3.5 Matematisk sammenhæng mellem de forskellige koordinatsystemer

Hvis man har koordinaterne til et objekt i ét koordinatsystem, kan man bestemme koordinaterne i et vilkårligt andet system. Herunder er anført sammenhængen mellem forskellige typer koordinater. Der er nok ingen astronomi C-elev, der vil bruge dem, men de er inkluderet her, så den særligt interesserede person, har dem ved hånden.

Nedenfor er vinklen ε = 23º 26' 21'' = 23,4392º, som er vinklen mellem ekliptika og det himmelske ækvatorplan. Denne vinkel ændres i øvrigt med –0,47'' pr. århundrede efter 2010.

I.3.5.1 Fra ækvatoreale- til horisont koordinater: (α, δ) → (Az, h)

Bemærk her kræves også observationsstedets breddegrad, φ, samt det sideriske tidspunkt, ϑ. (Stjernetiden.)

$\mathrm{Sin}(h) = \cos(\varphi)\cdot\cos(\delta)\cdot\cos(\vartheta - \alpha) + \sin(\varphi)\cdot\sin(\delta)$
$\mathrm{Cos}(h)\cdot\cos(Az) = \cos(\vartheta - \alpha)\cdot\cos(\delta)\cdot\sin(\varphi) - \cos(\varphi)\cdot\sin(\delta)$
$\mathrm{Cos}(h)\cdot\sin(Az) = \cos(\delta)\cdot\sin(\vartheta - \alpha)$

I.3.5.2 Fra horisont- til ækvatoreale koordinater: (Az, h) → (α, δ).

$\mathrm{Sin}(\delta) = \cos(\varphi)\cdot\cos(h)\cdot\cos(Az) + \sin(\varphi)\cdot\sin(h)$
$\mathrm{Cos}(\delta)\cdot\cos(\vartheta - \alpha) = \cos(Az)\cdot\cos(h)\cdot\sin(\varphi) - \cos(\varphi)\cdot\sin(h)$
$\mathrm{Cos}(\delta)\cdot\sin(\vartheta - \alpha) = \cos(h)\cdot\sin(Az)$

I.3.5.3 Fra ækvatoreale- til ekliptikale koordinater. (α, δ) → (λ, β).

$\mathrm{Sin}(\beta) = -\sin(\varepsilon)\cdot\cos(\delta)\cdot\sin(\alpha) + \cos(\varepsilon)\cdot\sin(\delta)$
$\mathrm{Cos}(\beta)\cdot\sin(\lambda) = \cos(\varepsilon)\cdot\cos(\delta)\cdot\sin(\alpha) + \sin(\varepsilon)\cdot\sin(\delta)$
$\mathrm{Cos}(\beta)\cdot\cos(\lambda) = \cos(\delta)\cdot\cos(\alpha)$

I.3.5.4 Fra ekliptikale- til ækvatoreale koordinater. (λ, β) → (α, δ).

$\mathrm{Sin}(\delta) = \sin(\varepsilon)\cdot\cos(\beta)\cdot\sin(\lambda) + \cos(\varepsilon)\cdot\sin(\beta)$
$\mathrm{Cos}(\delta)\cdot\sin(\alpha) = \cos(\varepsilon)\cdot\cos(\beta)\cdot\sin(\lambda) + \sin(\varepsilon)\cdot\sin(\beta)$
$\mathrm{Cos}(\delta)\cdot\cos(\alpha) = \cos(\beta)\cdot\cos(\lambda)$

I.3.5.5 Beregning af det sideriske tidspunkt

Ovenfor kræves, at man kender det sideriske tidspunkt for en given observation. Det er en større omgang at beregne det sideriske tidspunkt, men for fuldstændighedens skyld vises nedenfor, hvordan man gør. (Man kan overveje om ikke, det kunne være smart at konstruere et lille program til at beregne sideriske tidspunkter. Dette overlades til læseren.)

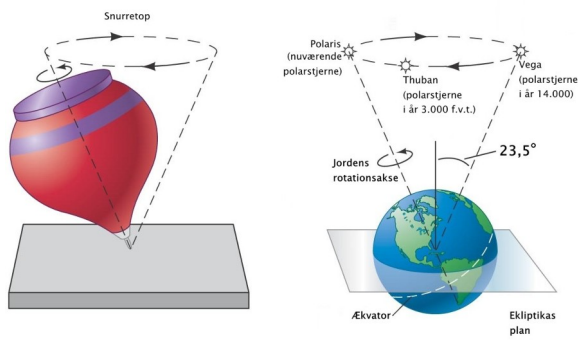
1. Lav den lokale tid om til *Universel tid, UT*, dvs. tiden i London. Om vinteren skal man fratrække 1 time, og om sommeren skal man fratrække 2 timer, hvis man bor i Danmark.
2. Beregn *solintervallet* som er tiden fra kl. 0 UT til det pågældende tidspunkt. Konverter solintervallet til et *siderisk solinterval, SUT*. Dette gøres ved at gange antallet af sideriske minutter i et middelsoldøgn og derefter dividere med antallet af almindelige minutter. Faktoren er altså 1443,9425/1440.
3. Adder det sideriske solinterval, SUT, med det sideriske klokkeslæt kl. 0 UT. Det sideriske klokkeslæt kl. 0 UT kan for eksempel findes ved opslag i *Astronomical Almanac*. Nu har du beregnet det *Greenwich Siderisk Tid, GST*.
4. Endelig skal GST omregnes til *Lokal Siderisk Tid, LST*. Dette gøres ved at addere lokalitetens længdegrad, hvis man bor øst for Greenwich. Bor man vest for Greenwich skal længdegraden fratrækkes. (Her skal man erindre sig at 15° i længdegrad svarer til 1^h i tidsmål. (360° ~ 24^h.)

<u>Eksempel:</u>
Lad os finde det lokale sideriske tidspunkt, LST, den 27/9-2000 kl. 21:50 i Vejle. Vejles koordinater er 55° 43^m N, 9° 30' E. Ved at følge punkt 1-4 ovenfor fås:

UT = 21:50-2 = 19:50. (Der er stadigvæk sommertid i september. Derfor fratrækkes 2 timer.)
SUT = $(19+50/60)^h \cdot 1443{,}9425/1440 = 19{,}88763396991^h$
GST = $19{,}88763396991^h$ + ST 0^h UT = $19{,}88763396991^h + 0^h\,24^m\,21{,}2149^s = 20{,}2935269976878^h$ (ST 0^hUT er slået op i Almanakken på side B13.)
LST = GST + (9° 30')/(15°/h) = $20{,}92686033102113^h = 20^h\,55^m\,37^s$.

I.4 Stjernekortet og dets anvendelser

Hvilke himmellegemer kan man se på en given observationsaften? Det er vel det første spørgsmål, man stiller sig, ved planlægningen. Man kan finde himmellegemets koordinater i en almanak eller i et computerprogram, og så kan man omregne koordinaterne til horisontsystemets koordinater. (Se ovenfor.) Oftest er det dog lettere at anvende sit stjernekort og på den måde danne sig et overblik over situationen. Som navnet antyder, er kortet anvendeligt til at finde stjerner i en fart, både mht. at finde egnede observationskandidater, men også til rent faktisk at finde dem på nattehimmelen.



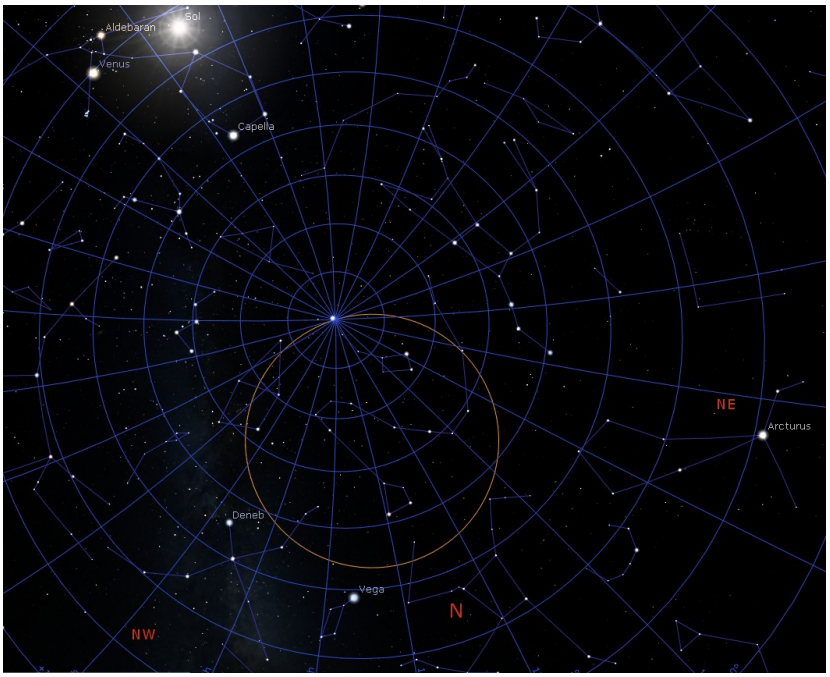
Figur 24: Præcession. Jorden spinner om sin akse, der ikke står stille i rummet. [12]

Betragt figur 26. Figuren viser, hvordan et stjernekort ser ud. Det består af en papskive, hvorpå der er påtrykt en masse stjerner, hvis luminositet (lysstyrke) er angivet ved størrelsen af pletten. Derudover er der tegnet to cirkler – en stiplet, der viser hvordan Solens tilsyneladende årlige

bevægelse ser ud på himmelen, dvs. den stiplede cirkel repræsenterer ekliptika og en fast cirkel, der viser himmelens ækvator. De to cirkler skærer hinanden i forårspunktet, ♈, og efterårspunktet, som er de to punkter, hvor Solen befinder sig til henholdsvis forårsjævndøgn og efterårsjævndøgn.

I.4.1 Præcession

Forårspunktet er det punkt, hvor længdegraderne rektascension og ekliptisk længdegrad måles ud fra. Dette punkt lå engang i stjernebilledet *Aries* (vædderen) og derfor er punktet angivet ved samme symbol som vædderens: ♈. Eftersom Jord-Sol-systemet ikke er gravitationelt isoleret, bevæger forårspunktet sig (Jordens rotationsakse flytter sig), og da vores koordinatsystemer afhænger af dette punkt, vil et objekts koordinater ændres som funktion af tiden. Man angiver derfor ofte koordinater med et index, der viser det år (*epoken* hedder det), som koordinatsystemet gælder for. I praksis er ændringerne ganske små[4], så man nøjes med at angive koordinater for epokerne 1900, 1950 eller 2000. I 1950 lå forårspunktet definitionsmæssigt på koordinaterne $(0^h, 0°)_{1950}$, men hvis vi måler forårspunktets placering i år 2000 $(0^h, 0°)_{2000}$ med 1950-koordinater vil koordinatsættet være $(359^h\ 21^m\ 34{,}1^s;\ -0°\ 16'\ 42{,}2'')_{1950}$. [13]



Figur 25: Rotationsaksens placering på himmelen gennem et totalt omløb. Perioden er ca. 25800 år. I øjeblikket peger aksen næsten imod Polaris. (Nordstjernen.) [4]

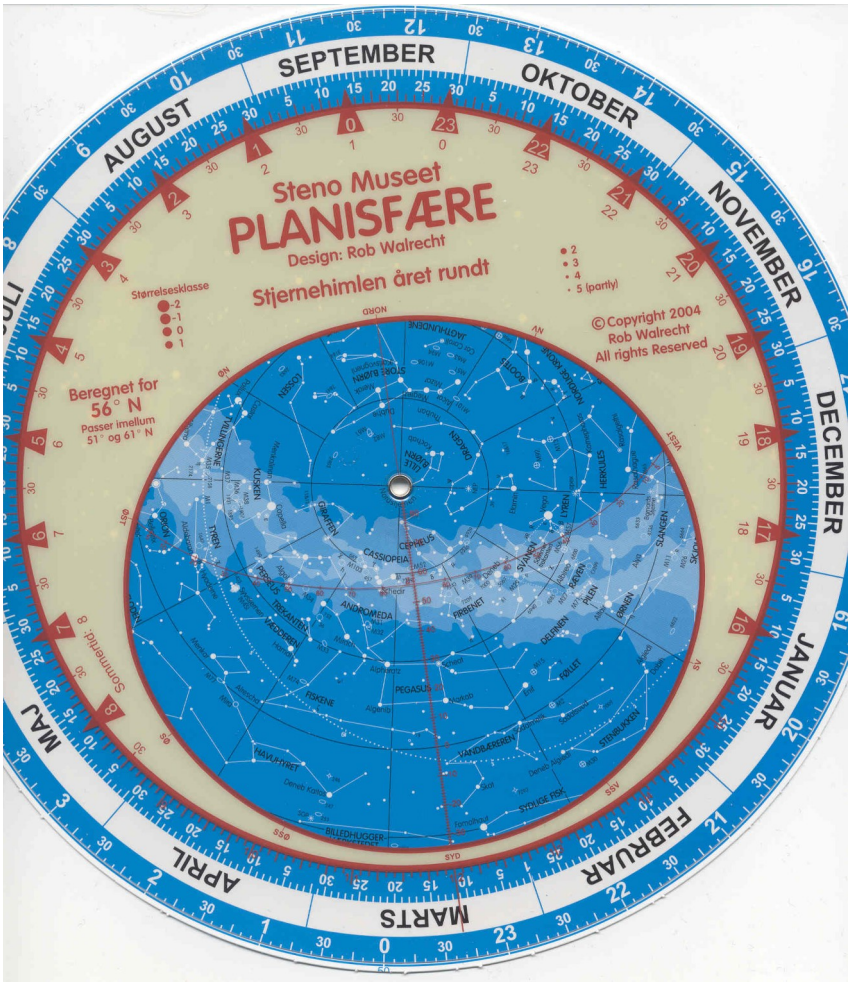
Fænomenet at Jordens rotationsakse ikke hele tiden peger i samme retning, kaldes for *rotationsaksens præcession*, og præcessionen kommer af, at Månen og Solen rykker i Jorden, samt at de øvrige planeter også gør det. På figur 24 ser man, at Jorden spinner om rotationsaksen, der tilfældigvis i dag nærmest peger mod Nordstjernen. Men over en periode på 25800 år vil aksen foretage et totalt cirkulært omløb. Se figur 25. Hvis man kigger på rotationsaksen i detaljer vil man se, at aksen faktisk oscillerer (vibrerer) omkring en cirkulær bevægelse. Det skyldes, at Månens bane hælder i forhold til ekliptika, og at banen også er en ellipse. Denne effekt kaldes *nutationen*.

Eftersom præcessionen altså er ganske lille, vil et stjernekort sagtens kunne bruges i hele dets levetid.

4 Man kan omregne koordinater mellem forskellige epoker her: https://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/conv_coordinate.cgi

I.4.2 Anvendelsen af stjernekortet

Betragt stjernekortet på figur 26. Yderst på **pap**skiven findes en koordinatcirkel for rektascensionen. Derefter kommer en angivelse af måneden og endelig datoen. På randen af **plastik**skiven findes en tidscirkel. Hvis man for eksempel vil observere den 5. november kl. 20:30 skal man først dreje plastikskiven, så klokkeslættet på plastikskiven står direkte ud for datoen. Den synlige nattehimmel kan så ses gennem plastikskivens gennemsigtige del.



Figur 26: Stjernekort fremstillet af Rob Walrecht.

På plastikskiven er verdenshjørnerne angivet. Hvis man gerne vil kigge mod syd, skal man holde kortet, så markeringen 'syd' står nederst på kortet.

På kortet kan man se, at forårspunktet i dette tilfælde næsten peger stik syd, og man kan ved at dreje skiven lidt til siderne overbevise sig selv om, at punktet står højest på himmelen kl. 21:10 den pågældende dag. Vi siger, at punktet kulminerer. Ved kulmination skærer punktet meridianen, som er den cirkel, der går fra nord til syd gennem zenith – markeret med et Z.

Vi ser, at Pegasus ligger ca. 55° over horisonten, og at deklinationen for dette stjernebillede er omtrent 20°. Ligeledes ses, at Stenbukken er ved at gå ned i syd-vest, og Orion er ved at stå op i øst. Tvillingerne er lige kommet op i nord-øst.

Vi kan også på den stiplede cirkel se, at Solen står i Vægten. (Drej plastikskiven for at forvisse dig om det.)

Vendes kortet om ser man, at Store Bjørn ligger omtrent 30° over horisonten, og Polaris ligger lige midt i nitten, der fæstner plastikskiven til papskiven. (Hvorfor mon?)

I.4.2.1 Øvelse – Solens opgangs- og nedgangstider

Prøv at bruge kortet til at finde ud af hvornår Solen står op og går ned den 3/11. Lav det samme for 15. juni.

I.4.2.2 Øvelse - Algol

Øvelse: Anbring stjernekortet så meridianen skærer Algol, som ligger i Perseus. Læg mærke til at stjernen står i meridianen den 9/12 kl. 22:00.

a) Hvilket klokkeslæt ligger Algol igen på meridianen den 25/12?
b) Beregn det (tropiske) tidsrum mellem 9/12 kl. 22:00 og svaret fra spørgsmål a. (Angiv resultatet i timer, minutter og sekunder samt i decimaltal.)
c) Algol står jo på samme position, så der er gået et helt antal sideriske døgn. Hvor mange?
d) Beregn længden af det sideriske døgn.

I.5 Nære astronomiske fænomener

Foruden at betragte stjernerne og planeterne på himmelen, findes der fænomener, som er ganske kortvarige eller relativt kortvarige, men for nogles vedkommende dog periodiske. For eksempel findes der stjerneskud, meteorsværme, formørkelser og kometfremkomster. Nedenfor vil nogle af fænomenerne blive beskrevet.

I.5.1 Stjerneskud

Når partikler (fra støvkorn til store sten - kaldet *meteorider*) entrer Ionosfæren, som strækker sig fra ca. 80 kilometers højde over jordoverfladen og opefter, vil friktionen mellem den tynde luft og partiklen give anledning til en så kraftig gnidning, at partiklen begynder at gløde, og luften omkring meteoritten vil udsende lys. Vi ser fænomenet som et stjerneskud – også kaldet en *meteor.*

Figur 27: Leoniderne. [14]

Sammensætningen af meteorider eller *meteoritter*, som de sten, der klarer vejen ned til jordoverfladen kaldes, kan variere ganske meget. Nogle er lavet af sten, andre af jern/nikkel og atter andre indeholder organiske materialer som for eksempel kul. (Kulkondritter indeholder f.eks. ca. 2-3 % kul.) Figur 28 viser eksempler på forskellige slags meteorsten.

Som nævnt ovenfor kaldes partikler, der kan fortsætte helt ned til Jordoverfladen for meteoritter. Meteoritten kan falde ned til jordoverfladen i ét stykke, eller den kan blive opvarmet så meget, at den eksploderer i mindre stykker, som så rammer overfladen. (Hvis legemerne, der entrer atmosfæren er større end nogle hundrede meter, kaldes de ikke for meteroider men for *asteroider.*)

12/13. august.	Maksimum for Perseiderne.
21. oktober.	Maksimum for Orioniderne.
5. november.	Maksimum for Tauriderne.
17/18. november.	Maksimum for Leoniderne.
14. december.	Maksimum for Geminiderne.

Tabel 3: Datoer for stjerneskudssværme. [16]

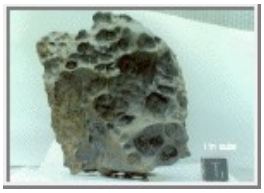
Stjerneskuddene kan komme som enkeltstående fænomener, dvs. man kan hver eneste aften være heldig at se et stjerneskud eller to, men de kan også komme i stimer på bestemte tider på året. For eksempel findes der hvert år omkring 12. august en sværm, som tilsyneladende udspringer fra stjernebilledet Perseus. Derfor kaldes sværmen for *Perseiderne*. I virkeligheden har sværmen ikke meget med Perseus at gøre. Sværmen opstår, fordi Jordens bane krydser kometen Swift-Tuttles bane. Kometer afleverer støv, småsten og gas i deres baner, når de er så tæt på Solen, at de bliver varmet tilstrækkeligt op, og derved vil partiklerne støde ind i Jordens atmosfære, hver gang Jordens- og kometens baner krydser.

A) Chondrit fundet ved Allan Hills i Antarktis.

Chondritten er dannet sammen med Solsystemet og er dermed ca. 4,55 milliarder år gammel.

B) Achondrit, som består af basaltisk materiale, dvs. sten der er rig på jern og magnesium.

Achondritter er dannet omkring 4,5 milliarder år siden, da en asteroide smeltede.



C) Jernmeteorit fundet ved Derrick Peak, Antarktis.

Meteoritten er sandsynligvis fra kernen af en smadret asteroide.

D) Mars-meteorit fundet ved Elephant Morraine, Antarktis i 1979. Stenen indeholder iltlommer med samme sammensætning, som den Vikingsonderne målte på Mars. Stenens sammensætning er den samme som den, man finder i Marsklipper. Stenen anslås til at være 180 millioner år gammel.

Figur 28: Eksempler på forskellige meteoritter. [15]

Der findes flere stjerneskudsstorme. *Leoniderne*, som stammer fra kometen Temple-Tuttle, kan ses omkring 18. november, hvis man kigger imod Løven. Se figur 27. Disse partikler har i øvrigt en fart på omkring 70 km/s. Se tabel 3 for datoer for andre meteorstorme.

I.5.1.1 Meteoritnedslag

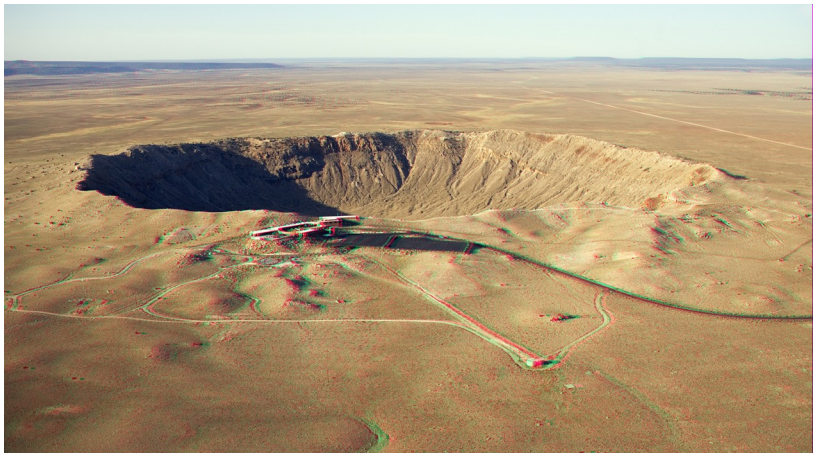
Meteoritter lander oftest på Jorden i form af støv, idet meteoritten oftest forstøves fuldstændigt under faldet gennem atmosfæren, men der kan også forekomme eksplosioner i atmosfæren eller regulære nedslag på Jorden eller i havet. Disse nedslag kan lave ganske voldsomme følger på omgivelserne. Figur 29 viser resterne efter en atmosfærisk eksplosion af muligvis en kometrest over Tunguska (60° N, 101° E) den 30/6-1908. Der er intet krater i området, men et skovområde på størrelse med Fyn blev jævnet med jorden ved nedslaget. Ildhalen fra kometresten blev observeret til at være over 800 km lang og kometresten, som vejede i omegnen af 10^5 tons eksploderede i en serie af eksplosioner omkring 7 km over jordoverfladen. Eksplosionerne gav en anslået energiudladning på mellem 10 og 30 Mton TNT, og disse brag kunne høres over 800 km væk.

Figur 29: Tunguska i 1908 kort tid efter kometnedslaget. Se flere flotte billeder i kilden. [17]

Figur 30 viser krateret fra en stenmeteorit, der slog ned mellem Flagstaff og Winslow i Arizona for ca. 49000 år siden. Krateret, som hedder Barringerkrateret, er omtrent 200 meter dybt og 1,186 km i diameter. Naturligvis er det usundt at befinde sig på selve kraterstedet ved sådan et nedslag, men det er også farligt at befinde sig i omegnen af et nedslag. På grund af varmeudviklingen ved nedslaget (omdannelse af kinetisk energi til varmeenergi) dannes en kraftig varme- og trykbølge, som udbreder sig flere km væk fra selve krateret. Chokbølgernes udbredelse afhænger naturligvis af meteorittens størrelse, indfaldshastighed og

meteoritsammensætning, men det kan for sten med diametre over nogle få meter sammenlignes med den energiudladning, som selv store a-bomber leverer.

Lander en asteoride eller en stor meteorit i havet, er det stadigvæk en farlig begivenhed. I grelle tilfælde kan der dannes flodbølger, som kan oversvømme store områder, og der kastes støv og andre partikler op i atmosfæren, som skygger for Solens lys. Dermed risikerer man en såkaldt atomvinter[5], hvor temperaturen falder og afgrøder dør, så livet stresses derfor ganske meget ved et stort nedslag.



Figur 30: Barringer-krateret i Arizona. [18]

Den mest berømte teori om dinosaurernes uddøen, inddrager det store meteoritnedslag ved Yukatanhalvøen for ca. 65 millioner år siden. Der er fundet irridium i fiskeleret på bl. a. Stevns Klint, og irridium kommer enten fra Jordens kerne eller fra rummet. Man har fundet et 180 km stort krater i havbunden ved Yukatanhalvøen, så nedslaget er ihvertfald rigtigt nok - faktisk er det muligvis det største nedslag, de 4 stenplaneter har modtaget inden for den seneste milliard år. Men nedslaget, som givetvis har ændret i Jordens liv, har måske ikke været den eneste kilde til at udslette dinosaurerne. Og hvorfor døde alle dyrearter ikke?

Dinosaurernes uddøen kræver en teori, der opfylder observationerne noget bedre end meteoritteorien gør. En konkurrerende teori går kort fortalt ud på, at en serie store vulkanudbrud omkring Madagaskar[6] har sendt enorme mængder støv og gasser såsom CO_2, SO_2 samt Sb, As og Se ud i atmosfæren. CO_2-gassen har bevirket en stærkt forøget drivhuseffekt, mens støvet og SO_2-gassen har givet den modsatte effekt. Alt i alt har støvet og svovldioxiden i første omgang sørget for en afkøling af Jordens klima, og efter at støvet og svovlet blev skyllet ud, har den store koncentration af kuldioxid sørget for en efterfølgende opvarmning. Dvs. livet skulle først tilpasse sig en kraftig afkøling i løbet af nogle få år for derefter at skulle tilpasse sig en opvarmning.

Det har stresset livsbetingelserne kraftigt. Ydermere har selen (Se) ved indtagelse den virkning, at æg ikke klækkes så let - det resulterer i rådne æg og dermed går reproduktionen i stå eller bliver så begrænset, at andre arter kan udkonkurrere æglæggere. Udgravninger i Frankrig viser, at landlevende dinosaurer muligvis uddøde 300 000 år tidligere end havdyrene - som i øvrigt ikke alle døde. Vi har jo stadigvæk skildpadder, hajer og (saltvands)krokodiller. (De tre eksempler er dog ikke dinosaurer.)

Geologisk set er 300 000 år ikke meget, og derfor har det været svært at datere dinosaurernes uddøen præcist nok, men de nyeste metoder, udviklet af geologen Hans Jørgen Hansen, giver dateringer med en usikkerhed på ca. 5000 år. Derfor er der med rimelig sandsynlighed vist, at i hvert fald nogle arter af landdinosaurer uddøde omkring 300 000 år før meteoritnedslaget.[7]

---

5 Man kalder fænomenet en atomvinter, fordi forskere sammenligner følgerne fra et asteroidenedslag med følgerne af en atomkrig.

6 I dag ligger vulkanområdet ved Deccan Traps i Indien; pladetektonikken har flyttet det derop.

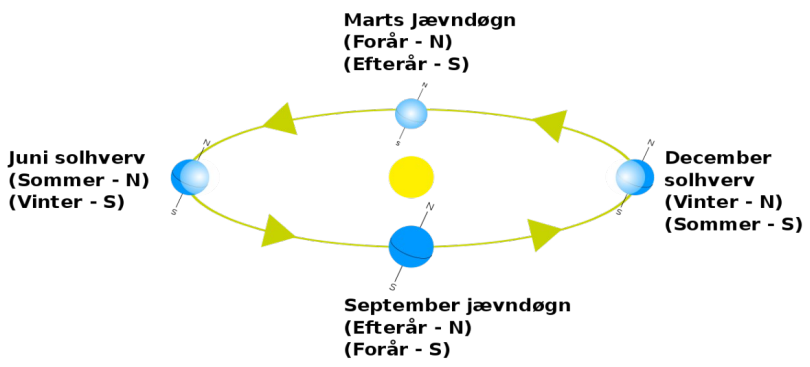
7 Hans Jørgen Hansens teori er stadigvæk kontroversiel. Således regner for eksempel Kaare Lund Rasmussen fra Nationalmuseet for C-14 datering, at asteoideteorien er den bedste teori.

Under alle omstændigheder er meteoritnedslag dog en risiko, som forskere over hele verden tager ganske seriøst - vi er blevet ramt før, og vi vil blive ramt igen. Spørgsmålet er bare, hvornår det sker, og om vi til den tid kan gøre noget for at forhindre menneskeheden i at uddø eller på mindre skala at forhindre byer i at blive udslettet. Derfor er der sat arbejde i gang til at finde så mange asteroider, småplaneter, kometer mv. som kredser om Jorden, som muligt, for at kunne have en tilstrækkelig tidshorisont til at træffe fornuftige forholdsregler.

I.5.2 Årstidernes vekslen

Læseren er selvfølgelig bekendt med, at vejret ændrer sig i løbet af året. Derimod kan det måske undre, *hvorfor* vejret varierer så meget.

Betragt figur 31. Af figuren fremgår det, at Jordens rotationsakse ikke peger vinkelret på ekliptika. Ekliptika er som tidligere nævnt det baneplan, som Jorden udspænder, når Jorden kredser omkring Solen. Dermed ligger ækvator og alle de andre klimabælter heller ikke parallelt med ekliptika.



Figur 31: Jordens rotationsakser hælder i forhold til ekliptika. [19]

Man ser eksempelvis, at når det er sommer i Danmark peger rotationsaksen ind mod Solen og omvendt, når det er vinter. Det betyder, at Solens stråler rammer mere direkte ind på jordoverfladen om sommeren, og dermed kan strålerne også lettere opvarme jorden, fordi strålingsintensiteten er størst her. Der er også flere lyse timer i sommerperioden, så overfladen opvarmes også i længere tid end om vinteren.

I opgave I.6.1 vises det, at følgende relation gælder mellem den modtagne flux på jordoverfladen og indstrålingsvinklen:

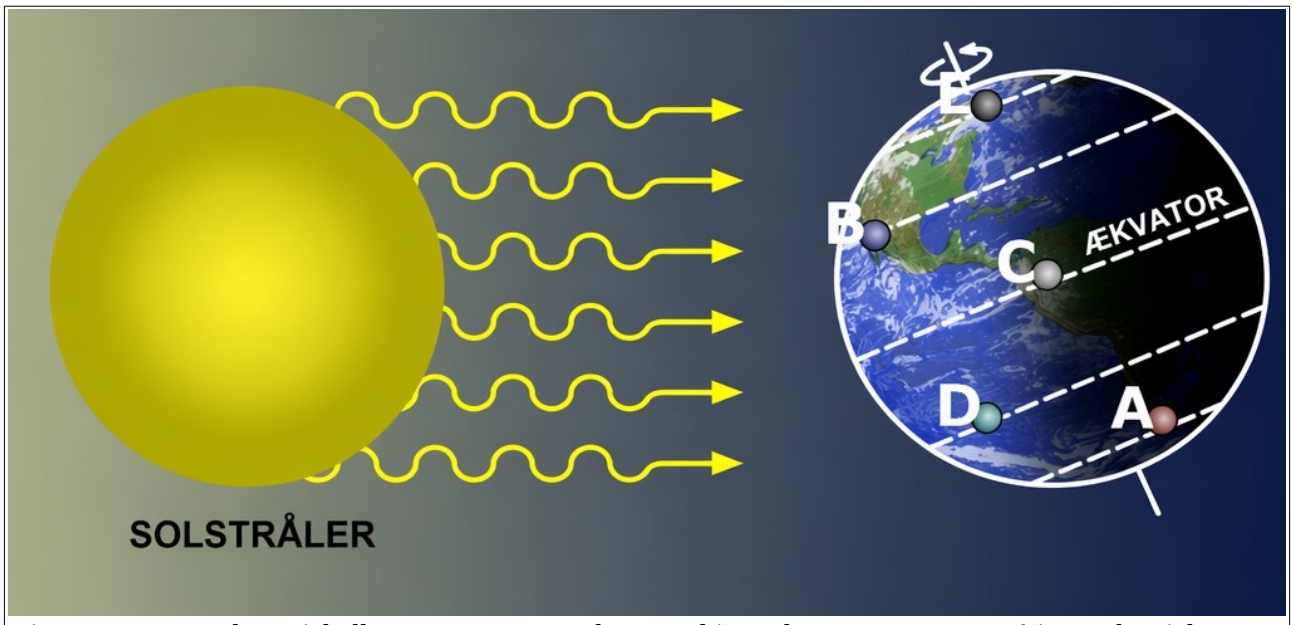
$$F = F_0 \cdot \sin(\alpha) \tag{2}$$

Ovenfor betyder F den indstrålede effekt pr. areal (udtales *fluxen*), F_0 = 1000 W/m^2 er den flux, som rammer jordoverfladen, hvis Solen står lodret[8] over en, og α er vinklen mellem solstrålerne og jordoverfladen. Eftersom Solen når højest på himmelen om sommeren, ser man altså at den modtagne flux er størst om sommeren - og naturligvis omkring middagstid for en given dag.

Pudsigt nok er Jorden tættest på Solen om *vinteren* set fra den nordlige halvkugle. Ændringen i afstanden mellem Jorden og Solen betyder altså ikke så meget som ændringen i indstrålingsvinklen.

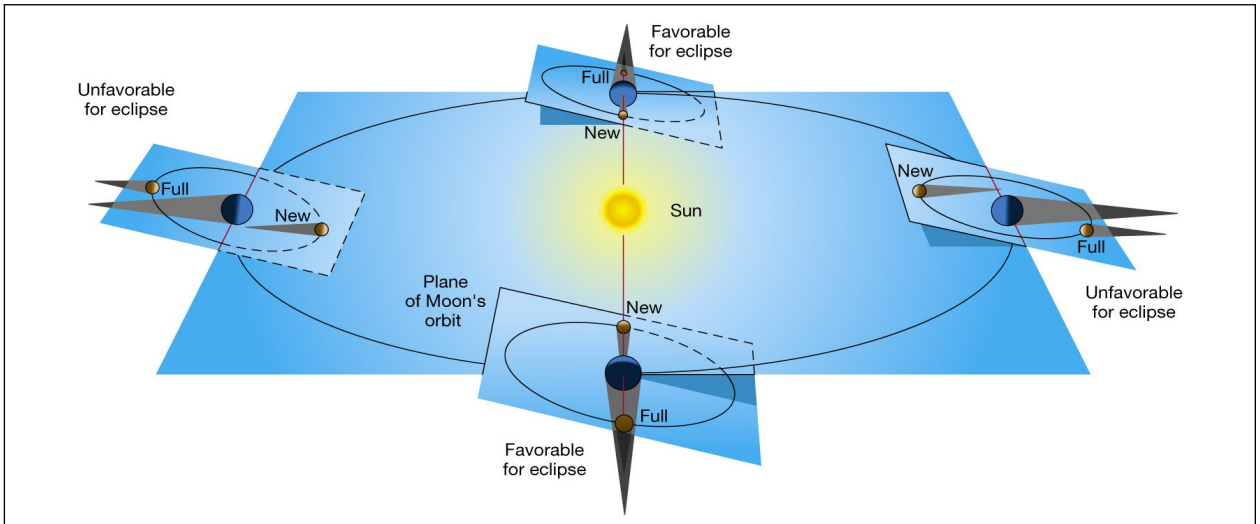
8 Indstrålingen er faktisk 1368 W/m^2, men en del af strålingen spredes/absorberes i atmosfæren.

Der er endnu et bidrag til årstiderne – nemlig at antallet af lyse timer også bestemmes af rotationaksens retning i forhold til Solen. Det er vist på figur 32. Om sommeren vil man på den nordlige halvkugle have flere lyse timer end mørke timer, og omvendt på den sydlige halvkugle.



Figur 32: Bemærk at cirkelbuerne er mere oplyste end i mørke om sommeren. A/E: Polarcirker, B/D: Nordlige- og sydlige vendekreds, C: Ækvator. [20, billedetekst oversat af Miira.]

Foråret og efteråret burde altså efter ovenstående betragtninger være ret symmetriske begivenheder omkring jævndøgnene. At det ikke helt er sådan skyldes, at andre fænomener såsom havstrømme, vinde og lokale geografiske forhold som placering af land og hav også har en indvirkning på vejret.



Figur 33: Måne-Jordbanen hælder i forhold til ekliptika. Ligger Solen, Jorden og Månen langs en linje, kan formørkelser opstå. [21]

I.5.3 Månefaser samt eklipser/formørkelser

På figur 33 er vist en model af Jorden, Månen og Solen. Som man kan se ligger måneplanet skråt i forhold til ekliptika. Vinklen imellem de to planer er i = 5° 09'. Normalt vil Månen ikke ligge i skæringspunkterne mellem de 2 planer, og dermed vil Solen kunne oplyse Månens ene halvdel. Denne lysende del kan så ses fra Jorden. Det er vist rimeligt oplagt, at det er *nymåne*, når Månen står imellem Jorden og Solen – Månens oplyste halvdel peger jo væk fra Jorden. Hvis Jorden derimod står mellem Månen og Solen, vil hele Månens belyste halvdel kunne ses fra Jorden – det er *fuldmåne*. I første og tredje kvarter kan vi se nøjagtig en fjerdedel af Månens overflade, mens vi i de andre punkter kan se andre projektioner af Måneoverfladen.

Lige før totaliteten fremkommer 'diamanten.'

Figur 34: Totalitetsfasen. Bemærk koronaen. Solformørkelsen den 11/8-1999. Billeder taget af Philippe Duhoux, ESO, 10 km nord for Garching ved München. [22].

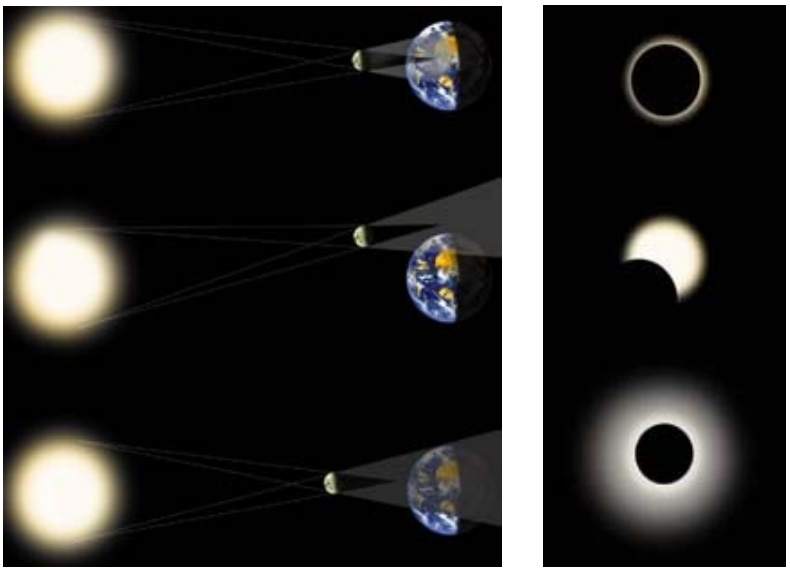
Hvis vi betragter nymånen til et tidspunkt hvor Månen tilfældigvis ligger i skæringspunktet mellem planerne, vil den skygge for sollyset. Der vil ske en *solformørkelse.* Se figur 34. Dette fænomen sker oftere end måneformørkelser, men alligevel erfares det som et meget sjældent fænomen. Grunden er, at måneskyggen er ganske lille nede ved Jordoverfladen, kun omkring 200 km i diameter, og derfor vil kun en yderst begrænset flade på Jorden blive indhyllet i skygge; samtidigt farer skyggen hen over jordoverfladen, og derfor vil der kun være totalformørkelse i under ca. 7 minutter på et givet sted. Se figur 36.

Hvis vi omvendt betragter fuldmånen og den igen tilfældigvis ligger i skæringspunktet mellem de to baner, vil Jorden skygge for indstrålingen på Månen og derved opstår en *måneformørkelse.* Se figur 35. Dette fænomen er sjældnere end solformørkelser, men fordi Jordens kegleskygge er meget større end Månens, vil fænomenet vare i flere timer og alle mennesker, der kan se Månen, vil også kunne overvære formørkelsen.

En måneformørkelse er synlig, fordi lidt af det røde sollys brydes i Jordens atmosfære, og det kan derved alligevel belyse Månen ganske svagt. Brydning af sollyset i Jordens atmosfære er farveafhængig, så andre farver end rødt, brydes ikke tilstrækkeligt til, at de kan ramme Månen.

Figur 35: Måneformørkelsen den 21/1-2000 kl. 601 i Sønderborg. [23]

Rækkefølgen af sol- og måneformørkelser er bestemt af den såkaldte *Saroscyklus*. Formørkelserne afhænger som bekendt af Månens placering i sin ellipsebane, som roterer – se afsnit I.5.3.1. Eftersom 223 synodiske måneder er det samme som 242 drakonitiske måneder betyder det, at Månens fase og bane 'nulstilles' hver gang perioden gennemløbes, og derfor gentages formørkelsesmønsteret.



Figur 36: Bemærk Månens kegleskygge. Da månebanen er en tilnærmet ellipse, vil Månen nogle gange være så tæt på Jorden, at vi får en ringformet ellipse. (Øverste billede.) På nederste billede 'passer' afstanden, så formørkelsen er total. På det midterste billede er Månen så langt væk fra knudepunktet at formørkelsen bliver delvis – kaldet partiel. [2]

I.5.3.1 Synodisk, anomalistisk og siderisk måned

Som for planeterne er der forskellige perioder, der beskriver Månens bevægelse. Den *synodiske* måned er den periode vi alle kender til, nemlig den tid der går fra nymåne til nymåne.

Da Jorden også bevæger sig, er den synodiske måned ikke det samme som den *sideriske* måned, der er den tid, det tager for Månen at foretage et omløb i forhold til stjernerne. Den sideriske måned er et par dage kortere end den synodiske måned.

Den anomalistiske måned er det tidsrum, det tager for Månen at bevæge sig fra perigæum til perigæum. (Perigæum er det punkt i Månens bane, som ligger tættest på Jorden. Apogæum er omvendt det punkt, der ligger fjernest Jorden.) Umiddelbart skulle man tro, at den sideriske- samt den anomalistiske måned er ens, men igen fordi banen ikke er en stationær ellipse, men en roterende ellipse (på grund af Solens- og de andre planeters træk i Jord-Månesystemet) bliver tiderne forskellige. Forestil dig f.eks. en mønt, der smides på et bord sådan at møntens kant roterer rundt på bordet. På tilsvarende måde drejer Måneellipsen rundt om ekliptika. Tabel 4 viser længderne på de forskellige perioder, der hører til Månen.

Tabel 4: Måneperioder.

Synodisk måned: Tiden mellem to nymåner. $T = 29^d\,12^h\,44^m\,2{,}9^s$ = 29,530589 MSD
Siderisk måned: Omløbstid i forhold til stjernerne. $T = 27^d\,7^h\,43^m\,11{,}6^s$ = 27,321662 MSD
Anomalistisk måned: Tiden mellem to perigæumpassager. $T = 27^d\,13^h\,18^m\,33{,}1^s$ = 27,554550 MSD
Drakonitisk måned: Tiden mellem to passager af knudelinjen. (Skæringslinjen mellem ekliptika og måneplanet.) $T = 27^d\,5^h\,5^m\,35{,}9^s$ = 27,212221 MSD. Denne måned bestemmer forekomsten af formørkelser.

Som for planeterne er der også en sammenhæng mellem den sideriske- og den synodiske måned. Metoden til at udlede sammenhængen mellem de to størrelser er den samme som for planeterne, så det overlades til læseren selv at finde sammenhængen.

I.5.4 Tidevand

Et af de mest velkendte fænomener, som stammer fra Månen og Solen er tidevandet. Vi har nok alle hørt, at Månen rykker i Jorden og dermed forskyder denne, så tidevandet opstår. Vi vil i det følgende se lidt nærmere på fænomenet.

Alle objekter i Universet rykker i hinanden. Newton viste en matematisk sammenhæng mellem størrelsen af den gravitationskraft, der virker mellem 2 objekter. Kraften afhænger af deres masser og deres indbyrdes afstand. Han fandt

$$F_G = \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2}, \tag{3}$$

hvor *gravitationskonstanten* G = 6,674·10^{-11} N·m^2/kg^2, M og m er de to legemers masser og r er afstanden imellem de to legemers tyngdepunkter.

I.5.4.1 Eksempel – Gravitationen fra Månen og Solen

Jordens masse er $m_{♁}$ = 5,976·10^{24} kg, Solens masse er $m_{\odot}$ = 1,989·10^{30} kg og afstanden mellem Solen og Jorden er i middel r = 149,6·10^9 m. Dermed er størrelsen af gravitationskraften mellem de to objekter
F = 6,674·10^{-11} N·m^2/kg^2·5,976·10^{24} kg·1,989·10^{30} kg/(1,496·10^{11} m)^2 = 3,544·10^{22} N.

Månens masse er $m_{☾}$ = 7,348·10^{22} kg og middelafstanden mellem Jorden og Månen er r = 3,844·10^8 m. Derfor er gravitationskraften mellem Jorden og Månen F = 6,674·10^{-11}N·m^2/kg^2·5,976·10^{24}kg·7,348·10^{22} kg/(3,844·10^8 m)^2 = 1,983·10^{20} N.

Eksemplet ovenfor viser, at *Solens* træk i Jorden er meget større end Månens. Alligevel viser det sig, at det er *Månen*, der leverer det største bidrag til tidevandet. Opgave I.6.14 gennemgår en beregning af de to bidrag til tidevandet. Nedenfor vil vi med ord forklare, hvad der sker.

Jordens middelradius er 6371 km, og middelafstandene mellem henholdsvis Jorden-Månen er 3,844·10^8 m og Jorden-Solen 1,496·10^{11} m. Gravitationskraften aftager hurtigt for voksende afstand mellem de to objekter. Betragt figur 37. Der er anbragt 3 lodder ved Jorden. Gravitationskraften, F_i, på de små lodder kan beregnes ved hjælp af Newtons gravitationslov.

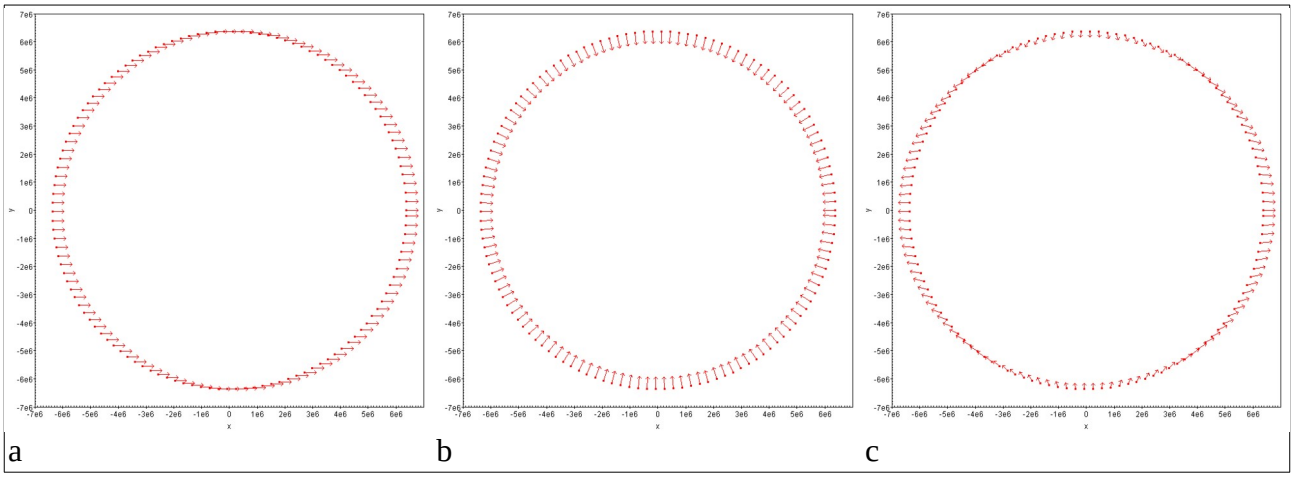
Det er indlysende, at kraften $F_A > F_B > F_C$. Det vil sige, at lod A trækkes længere ind mod det ydre legeme end lod B, og lod B trækkes længere mod det ydre legeme end lod C. Linjen ABC vil altså blive udstrakt.

Figur 37: To legemer med indbyrdes afstand, r. Der er anbragt lodder i punkterne A, B og C.

En observatør, der står på lod B, vil se, at linjen strækkes ud i begge retninger – opgave I.6.14 viser, at det faktisk er lige meget i begge retninger.

Hvis vi generaliserer argumentationen ovenfor og placerer lodder hele vejen rundt om Jorden, så kan vi beregne kræfterne på lodderne og indtegne dem i et koordinatsystem. Det er gjort på figur 38.

Figur 38: Tidevandet.



På figur 38a er gravitationskraften fra Månen beregnet for en serie lodder langs en omkreds af et tværsnit af Jorden. Månen er anbragt 30 jorddiametre til højre for figuren. Alle kræfterne peger naturligvis mod Månen.

På figur 38b er den resulterende kraft på lodderne vist, hvis vi antager at koordinatsystemet er et inertialsystem, dvs. at Newtons 1. lov gælder i systemet. Vi har altså adderet tyngdekraften til lodderne. Man ser, at bidraget fra tyngdekraften er meget større end bidraget fra Månen, og derfor ser det tilsyneladende ud til, at alle kraftpilene peger direkte ind mod Jordens centrum.

På figur 38c har vi taget højde for, at Jordens koordinatsystem ikke er et inertialsystem, dvs. Newtons 1. lov gælder ikke for systemet. Dermed gælder 2. lov heller ikke. For at løse det problem skal man inkludere nogle såkaldte *fiktive kræfter.* Du lærer mere om fiktive kræfter på universitetet, så her vil vi nøjes med at konstatere, at hvis man indsætter en korrektion, der tager højde for Jordens rotation om Jord-Måne-systemets fælles tyngdepunkt, så ser man, at kræfterne på lodderne nu varierer ganske meget fra sted til sted. Vi ser, at vinkelret på Jord-Måne-aksen peger kræfterne ind mod Jordens centrum, mens kræfter parallelt med Jord-Måne-aksen peger væk fra Jordens centrum. Dvs. der er højvande *to* steder på Jorden samtidigt, og tilsvarende gælder for lavvande.

Hvis man tager højde for, at Jordens spin vrider i vandet, vil man se, at de to steder med højvande er vredet en positiv vinkel væk fra Jord-Måne-aksen. Den beregning undlader vi at lave her.

Vi så ovenfor, at kræfterne varierer i punkterne A, B og til C, fordi afstandene til Månen varierer. Denne effekt er væsentligt mindre i tilfældet med Solen, fordi Solen er meget længere væk fra Jorden end Månen er. Derfor vil forskellen i gravitationskraften fra Solen ved A, B og C være meget mindre end fra Månen, altså i modstrid med størrelsen af gravitationskraften fra hhv. Sol og Måne, som vi beregnede i eksempel I.5.4.1.

Nogle gange virker bidraget til tidevandet fra Månen og Solen i samme retning, så får vi *springflod;* hvis bidraget virker i modsat retning, får vi *nipflod.*

Men Jorden består jo ikke af en kerne med en sfære af vand udenom. Vandet ligger i have og søer. Kystlinjerne har også forskellige udseende forskellige steder på Jorden, og derfor bliver tidevandet heller ikke det samme forskellige steder på Jorden. For eksempel er der kun en højdeforskel på knap 1 m i Danmark, mens den i England kan være op til 14,6 m. Verdensrekorden er i Fundybugten i Nova Scotia i Canada. (21,6 m i 1869.)

På figur 39 kan man se høj- og lavvande i Derby, Australien. De eksakte værdier for vandstanden over middelnul i Danmark kan ses på DMI's hjemmeside. [25]

I dette kapitel har vi set på den nære astronomi, og på nogle af de påvirkninger Solsystemet påvirker os med.

I næste kapitel undersøger vi Solsystemet i større detalje.

-o-

a) Lavvande i Derby, Vestaustralien.

Figur 39: Højvande I Derby, Vestaustralien. Højdeforskellen er 11,8 m. [24]

I.6 Opgaver

I.6.1 Solens intensitet ved Jordoverfladen

Skitser en flad jordoverflade og indtegn et plan, der har arealet 1 m^2, så dets normal har vinklen, α, med vandret. Tegn solstråler, så strålerne er vinkelrette på det tegnede plan. Tegn nu 'skyggeplanet.' Den modtagne flux ved Jordoverfladen, når Solen står lodret betegnes med symbolet F_0. F_0 = 1000 W/m^2.

Vis at den modtagne intensitet ved en given solhøjde er givet ved følgende formel

$$F = F_0 \cdot \sin(\alpha)$$

I.6.2 Nordstjernens højde

Fra gammel tid har det været ønskeligt at kunne bestemme sin breddegrad på en simpel måde.

Du skal finde en simpel sammenhæng mellem et observationssteds breddegrad og den højde som Nordstjernen har på observationsstedet.

a) Tegn en cirkel, som skal forestille Jorden og indtegn en ækvatorlinje samt en rotationsakse.
b) Vælg en position på den nordlige halvkugle og indtegn en breddegradslinje.
c) Marker retningen til Nordstjernen set fra observationsstedet.
d) Find de vinkler der betegner breddegraden samt højden af Nordstjernen.
e) Benyt nu din kendskab til matematik til at finde en sammenhæng mellem Nordstjernens højde og observationsstedets breddegrad.
f) Duer ovenstående metode overalt på Jorden?

I.6.3 Stjernekortet

For at blive fortrolig med stjernekortets anvendelse, skal du besvare nedenstående spørgsmål.

a) Hvorfor er plastikskivens metal-lås klistret fast på Nordstjernen og ikke zenith?
b) Indstil kortet så det viser stjernehimmelen d. 1/9 kl. 0:00 dansk sommertid. Hvor på himmelen ligger zenith, og i hvilken retning skal man kigge for at se Plejaderne?
c) Hvilke koordinater (ca.) har Castor og Pollux?
d) Hvad tid står stjernebilledet Skorpionen op den 1/9 samt den 31/12?

Astronomisk[9] tusmørke slutter kl. 22:42 lokal sommertid (Århus) og astronomisk tusmørke om morgenen starter kl. 3:57 lokal sommertid den 1/2. september 2007.

e) Hvilket stjernebillede er netop ved at stå op i nordøst, når mørket sænker sig over Vejle (Århus) og omegn? (Skitser stjernebilledet.)
f) Hvor højt kan omtalte stjernebillede nå op over horisonten i løbet af året, hvor højt er det oppe på himmelen ved morgengry den 2/9 og i hvilken retning ligger det?
g) Hvornår vil det være godt at tage billeder af Jupiter, dvs. når Jupiter er over ca. 15 grader over horisonten og klokken skal helst være inden 23:00 dansk normaltid? (NB – husk at Jupiter flytter sig i løbet af året, så her kan et planetarieprogram være anvendeligt.)

9 Der findes civil, astronomisk og nautisk tusmørke. Når Solen er 18º under horisonten er det astronomisk tusmørke. Nautisk er når Solen er 12º under horisonten og civil når Solen er 6º under horisonten.

I.6.4 Siderisk og tropisk døgn

Gå sammen i 2-3-mands grupper og udfør følgende:

a) Repeter definitionen på siderisk tid og forklar den for hinanden. Hvad er rektascensionen for forårspunktet? Hvad kan man sige om siderisk tid og forårspunktets timevinkel? (Skriv noter til, så I ikke glemmer svaret.)

Et tropisk døgn defineres som det tidsrum, der går fra Solen står højest på himmelen til den igen står højest på himmelen.

b) Hvorfor har et tropisk døgn lige netop dette navn?
c) Lav en skitse af Jord-Sol-systemet set ovenfra. Skitser (gerne overdrevet) Jordens bevægelse i dens bane omkring Solen på et døgn.
d) Marker forårspunktet (eller en stjerne) på tegningen og tegn en linje fra de 2 markeringer af Jorden til forårspunktet. Husk at forårspunktet ligger meget langt væk. (Det er lettest at anbringe forårspunktet/stjernen parallelt med retningen til Solen.)
e) Jordens omløbstid omkring Solen er på 365,256361 døgn og et døgn er på nøjagtig 24^h. Bestem den vinkel, som Jorden tilbagelægger på et døgn.
f) Hvor stor en vinkel roterer Jorden i løbet af henholdsvis et siderisk og et tropisk døgn?
g) Bestem nu forholdet mellem et siderisk og et tropisk døgn.
h) Beregn det sideriske døgns længde og opskriv det dernæst på formen (h m s.)

Hvis man springer 24^h frem i et planetarieprogram som f.eks. Stellarium ser man at stjernehimmelen ændrer sig en lille smule. (Prøv det.)

i) Prøv at springe et siderisk døgn frem i dit planetarieprogram og sammenlign stjernernes positioner på stjernehimmelen før og efter.
j) Forklar hvorfor siderisk tid er velegnet til observationsbrug.

I.6.5 Tidsmålinger - repetition

Med udgangspunkt i din portfolio og dette kapitel, skal I overveje følgende begreber: Siderisk døgn, siderisk år, tropisk år, synodisk periode.

a) Hver elev udvælger et par begreber og forklarer det så præcist som muligt til makkeren. Makkeren lytter efter, stiller evt. opklarende spørgsmål og justerer forklaringen, hvis det er nødvendigt.
b) Hver elev opdaterer evt. sin portfolio.

I.6.6 Dyrekredsen og fødselshoroskop

a) På figur 1.1 er der en tegning af de 12 stjernetegn i ekliptika/dyrekredsen. Deres navne står på latin. Oversæt navnene til dansk.
b) Tegn en cirkel med diameter svarende til et halvt A4-ark. Inddel cirklen i 12 lige store segmenter.
c) Indskriv de 12 dyretegn på din cirkel.
d) Start dit planetarieprogram og vælg datoen til din fødselsdag og fødselstidspunkt samt fødested. (Find for eksempel din position ved at kigge i Google Earth.)
e) Find ud af hvilke stjernebilleder Solen, Månen og alle planeterne befinder sig i, og indtegn dem på den cirkel, du lavede i spørgsmål c.
f) Marker det stjernebillede, der står i øst, da du blev født. (Det hedder Ascendanten.)

g) Prøv at lave et fødselshoroskop fra et websted på Internettet – sammenlign placeringen af kloderne på de to horoskoper.

Du har nu tegnet et fødselshoroskop. En evt. fortolkning kan du så selv pusle med – spørg evt. om din religionslærer ved noget om astrologi.

I.6.7 Stjernebilleder og lysforurening

Gå udenfor når det er ret mørkt (omtrent kl. 22), og brug ca. ½ time på at besvare nedenstående spørgsmål.

a) Find så mange som muligt af følgende stjernetegn: Store Bjørn, Lille Bjørn, Cassiopeia, Svanen, Perseus og Lyren.
b) Tegn Lyren og Lille Bjørn på et stykke papir. Angiv kun de stjerner, du kan se.
c) Prøv at finde følgende stjerner: Nordstjernen (også kaldet Polaris), Arkturus, Deneb og Vega.
d) Vi er i Jomfruens/Vægtens stjernetegn lige nu. Prøv at se om du kan finde Jomfruen/ Vægten. Hvis du ikke kan, er der så en forklaring på det?
e) Find igen Karlsvognen og mål nu dens størrelse angivet i fingerbredder. (Hold armen strakt ud og tæl hvor mange pegefingertykkelser, den er bred. Lav det samme for Cassiopeia.)
f) Nu skal du finde ud af hvor mange håndsbredder Karlsvognen og Cassiopeia ligger over horisonten. (Hold højre arm strakt ud med tommelfingeren pegende opad - men dog ikke strittende i vejret. Læg venstre hånd oven på højre osv. indtil du når op til stjernebilledet.)

I.6.8 Vinkelmål – en simpel måde at måle vinkler på nattehimmelen

a) Benyt en meterstok samt en skydelære til at bestemme størrelsen af den vinkel, din pegefinger dækker over, når du holder den i udstrakt arm.

Formler: *tan(v) = modstående katete/hosliggende katete*; *omkreds af cirkel* = $2 \cdot \pi \cdot r$; vinkelsum i cirkel = 360°.

b) Lav det samme for din håndflade samt for afstanden mellem dine knoer.

I.6.9 Koordinatsystemer – repetition

a) Med udgangspunkt i din portfolio og dette kapitel, skal I overveje følgende begreber: azimuthvinkel, højde, Himmelens ækvator, ekliptika, forårspunkt, ækvatorealsystem, rektascension, deklination.
b) Hver elev udvælger et par begreber og forklarer det så præcist som muligt til makkeren. Makkeren lytter efter, stiller evt. opklarende spørgsmål og justerer forklaringen, hvis det er nødvendigt.
c) Hver elev opdaterer evt. sin portfolio.

I.6.10 Nære fænomener – repetition

a) Med udgangspunkt i din portfolio og dette kapitel, skal I overveje følgende begreber: Retrograd bevægelse for en planet, Månens faser, sol- og måneformørkelse samt stjerneskud.
b) Hver elev udvælger et par begreber og forklarer det så præcist som muligt til makkeren. Makkeren lytter efter, stiller evt. opklarende spørgsmål og justerer forklaringen, hvis det er nødvendigt.

c) Hver elev opdaterer evt. sin portfolio.

I.6.11 Nattehimmelen lige nu

Har du en bærbar pc, så installer Stellarium (og gerne Vireo.) Brug din pc til at løse følgende spørgsmål.

a) Hvornår bliver det så mørkt i aften i Vejle, at du kan se stjerner?
b) Hvilke stjernebilleder står (ca) op kl. 22.00?
c) Hvilke planeter er (næsten) oppe kl. 22.00?
d) Hvilket stjernebillede står Solen i dag?
e) Hvis man bliver født i dag, hvilket stjernetegn er man så født i?
f) Hvilke stjerner går (ca.) ned kl. 04 i nat?
g) Hvornår kan vi i år se Orion kl. 20 på nattehimmelen? (Den skal være helt oppe over horisonten.)
h) Hvilken stjerne snurrer alle de andre stjerner sig næsten om?

-o-

Stellarium

- I programmet skal du sikre dig, at lokationen er sat til Vejle. (Eller tæt på Vejle.)
- Der findes en menu-linje nederst på skærmen, hvor du kan 'spole' i tiden.
- Du kan fjerne atmosfæren, hvis det er dagslys – så bliver det mørkt.
- Du kan indtegne hjælpefigurer og streger ved hjælp af menupunkterne.

I.6.12 Jordens kegleskygge

I denne opgave skal du undersøge om Månen kan komme længere væk fra Jorden end længden af Jordens kegleskygge.

a) Tegn Solen og Jorden ca. 10 cm fra hinanden og vælg et koordinatsystem med origo i Solens centrum og lad Jordens centrum ligge på x-aksen. Indtegn Jordens kerneskygge.
b) Bestem en forskrift for linjen, der repræsenterer den lysstråle, der tangerer toppen af Solen og Jorden. (Se talværdier i kassen.)
c) Hvad er *y*-værdien for punktet i enden af kerneskyggen? Brug denne værdi til at bestemme *x* ved hjælp af forskriften fundet i spørgsmål b.
d) Hvor lang er kegleskyggen?
e) Kommer Månen længere væk end kegleskyggen?

Solens radius: $R = 6{,}960 \cdot 10^5$ km
Jordens radius: $r = 6371$ km
Månens baneradius: $d = 384400$ km.
Afstand mellem Jorden og Solen: $D = 149{,}6 \cdot 10^6$ km.

I.6.13 Måne- og solformørkelser

Det viser sig, at hvis man tæller antallet af sol- og måneformørkelser over en bestemt periode, så forekommer der ikke lige mange af hver. Det vil vi undersøge i det følgende.

a) Lav en skitse af Solen, Jorden og Månen med Solen placeret i origo, Jordens centrum i (D, 0) og Månen kredsende i en cirkel omkring Jorden med radius, d. (Skitsen behøver ikke at

være skalatro.) Indtegn Jordens kerneskygge og skraver de 2 områder, hvor der kan forekomme sol- og måneformørkelser.

Din tegning viser dig, at der forekommer flere solformørkelser end måneformørkelser, idet Månen i længere tid befinder sig i området hvor solformørkelser kan forekomme end det tilsvarende område for måneformørkelser. Problemet er altså at bestemme længderne af de 2 områder.

b) Marker de to skæringspunkter mellem Månebanen og den linje, der tangerer toppen af Solen og Jorden og indtegn 2 radiuslinjer fra Jordens centrum til skæringspunkterne. Marker de 2 vinkler mellem radiuslinjerne og *x*-aksen. (Forskriften er i øvrigt udledt i opgave I.6.12.)
c) Forskriften for en cirkel med centrum i (*a*, *b*) og med radius *c* er $c^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2$. Opskriv forskriften for Månens bevægelse ved hjælp af de symboler, som er angivet i kassen ovenfor. Isoler y i den fundne forskrift.
d) Opstil nu et udtryk, der kan bruges til at finde de i spørgsmål b bestemte skæringspunkter.

Hvis du er god til at regne, kan du nu beregne de 2 skæringspunkter – ellers kan du se løsningen herunder.

Løsningen til ligningerne for x-værdierne er:

$$x = \frac{(R-r)R + D^2 \pm \sqrt{2RD^2(R-r) - D^2(r-R)^2 + (r-R)^2 d^2 - (RD)^2 + (dD)^2}}{\frac{(r-R)^2 + D^2}{D}}$$

e) Beregn de 2 *x*-værdier og deres tilhørende *y*-værdier.
f) Benyt sinusreglerne til at beregne de 2 vinkler, som du markerede i spørgsmål b og benyt de fundne vinkler til at bestemme buelængderne af formørkelsesområderne. Bestem endelig forholdet mellem længderne.

Det faktiske forhold er 42/27, som ikke stemmer helt overens med ovenstående beregning. Grunden er, at man skal tage højde for Månens vinkeludstrækning på himmelen. (Månens hele vinkeludstrækning er 0,0090426 rad.) Prøv at modificere din tegning fra spørgsmål a, så Månens vinkeludstrækning tages med og forsøg dernæst at konkludere, hvad man skal gøre med vinklerne fundet i spørgsmål f. Bestem endelig det korrigerede forhold og sammenlign med den observerede værdi.

I.6.14 Tidevand

Man kan undre sig over, at vi normalt siger, at det er Månen, som leverer hovedbidraget til tidevandseffekten. Det vil vi undersøge i det følgende. En god gennemgang kræver brug af fiktive kræfter, men vi laver en simplere gennemgang. Interesserede kan læse mere i bogen Planeter af Kaare Lund Rasmussen, Munksgaards dimensioner.

Vi antager, at Jorden består af en indre kugle af sten omkranset af en kugleskal af vand. (Da det meste af Jorden er dækket af vand, er denne antagelse nok rimelig at foretage.) Se figuren nedenfor.

Anbring nu tre 1 kg lodder ved punkterne A, B og C. Jordens radius er $r_{\oplus}$, afstanden mellem Jorden og Månen er $r_{\oplus☽}$ og afstanden mellem Jorden og Solen er $r_{☉\oplus}$.

a) Opstil et udtryk for gravitationskraften fra Solen på lodderne ved henholdsvis A, B og C.

b) Bestem nettokraften i A og C, i forhold til B. (Dvs. bestem FA-FB og FC-FB.) Hvordan deformeres vandkugleskallen?
c) Opstil et lignende udtryk for bidraget fra Månen og tag forholdet mellem Månens og Solens bidrag.
d) Du fik forhåbentlig, at Månens bidrag er det største. Kan du ud fra dine beregninger se, hvorfor det er sådan?

Tabelværdier

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$

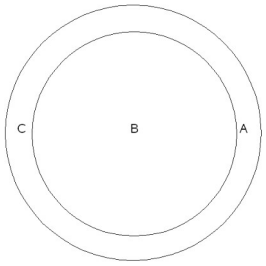
$M_{\odot} = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg.

$M_{\oplus} = 5{,}977 \cdot 10^{24}$ kg.

$M_{☽} = 7{,}349 \cdot 10^{22}$ kg.

$r_{\oplus\odot} = 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m.

$r_{\oplus☽} = 3{,}844 \cdot 10^{8}$ m.



Jordens centrum ligger i B og Månen (eller Solen) ligger langt ude til højre.

I.7 Referencer

1) https://scienceatyourdoorstep.com/2014/09/09/motion-along-the-ecliptic/
2) https://www.tycho.dk/
3) http://www.froebelsem.dk/stjerner/oversigt.htm
4) https://stellarium.org
5) https://www.constellation-guide.com
6) https://www.solarsystemscope.com/
7) https://www.caltech.edu/about/news/caltech-researchers-find-evidence-real-ninth-planet-49523
8) https://spaces.imperial.edu/russell.lavery/Mypage/Astrostuff
9) https://www.space.fm/astronomy/starsgalaxies/horizoncoordinates.html
10) https://astronomy.nmsu.edu/pics/diagrams/a110/sky3.htm
11) https://om.lex.dk/denstoredanske.dk
12) https://detspringendepunkt.blogspot.com/2015/08/
13) https://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/conv_coordinate.cgi
14) http://www.dlh.dk/mat/fysik/leonider/index.htm.
15) http://www.astro.ku.dk/~lars_c/tbp/solar/meteor.htm#pictures.
16) https://firda.vgs.no/popvit/leonidar.htm.
17) https://www-th.bo.infn.it
18) https://nasa.gov
19) https://www.wikipedia.dk
20) https://astro.unl.edu
21) Virtualtelescope.eu
22) https://www.eso.org
23) https://www.amtsgym-sdbg.dk/as/ecl-moon/m060040.jpg
24) http://www.wt.com.au/~derbytb/tides.html
25) https://www.dmi.dk/index.php?id=746&L=0

II Solsystemet og livsbetingelser

Fra Southwest Research Institute/Don Davis.

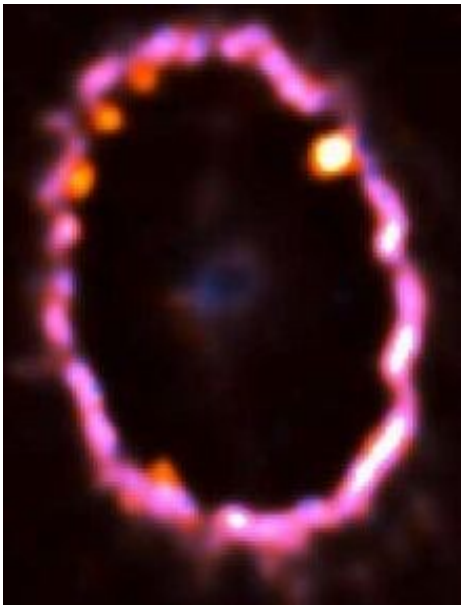
II.1 Solsystemet

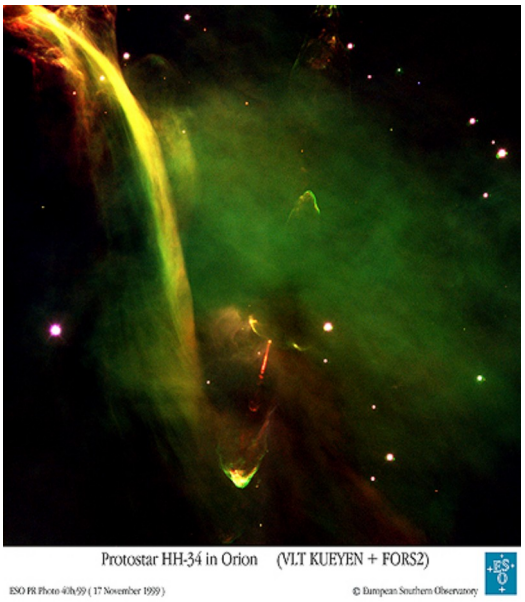
Her følger en gennemgang af Solsystemets dannelse samt den fysik, der beskriver banebevægelser i Solsystemet.

II.1.1 Solsystemets dannelse

II.1.1.1 Byggestenenes dannelse

Solsystemet atomare indhold består af grundstofferne fra brint til uran. En total liste kan man for eksempel aflæse i et periodesystem. Tungere grundstoffer har sikkert eksisteret i den sky, vi kalder *Nebulaen*, som fandtes før Solen, planeterne og alle de andre objekter blev dannet. Disse grundstoffer er dog radioaktive med relativt korte halveringstider, så de er alle forsvundet nu. (Nu findes de igen i Solsystemet, da vi har lavet dem i laboratorier og kernekraftværker.)[10]





Figur 40: a) Billede af supernovarest. Gassen, der bevæger sig væk fra neutronstjernen kan få gasskyer i rummet til at klappe sammen. Gassen har en temperatur på 10 MK. [12]

b) Billede af protosol med støvskive og to jets, der kommer, når gas støder ind i protosolen. Den lange lodrette stribe til venstre, er der endnu ingen, der har givet en fornuftig forklaring på. [13]

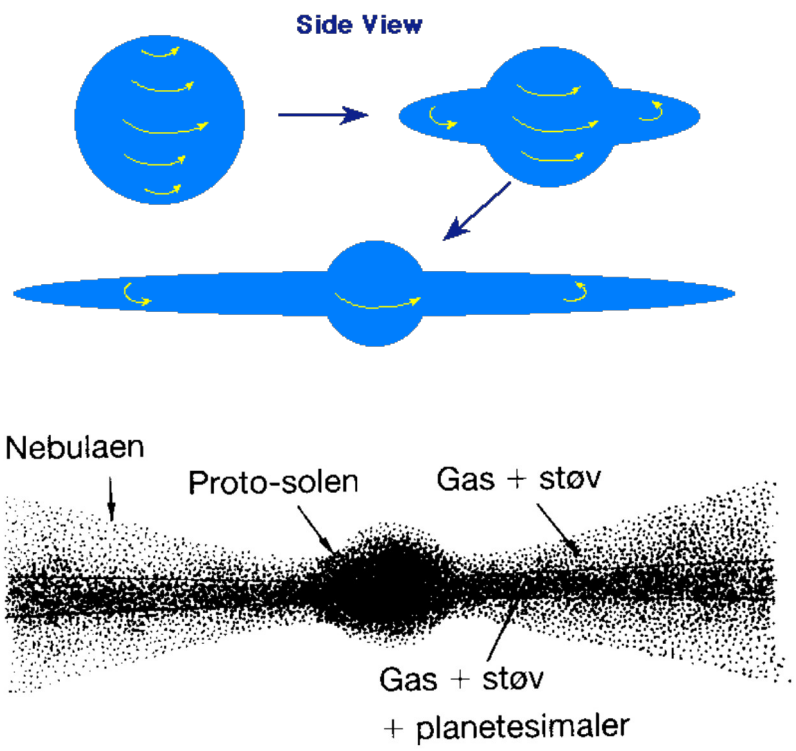
Nebulaen, som Solsystemet blev dannet af, er selv dannet af døde stjerner. Da nogle stjerner i den nuværende Sols omegn døde, blev der udsendt gas og støv, som var beriget med tungere grundstoffer – dvs. grundstoffer, som var tungere end helium. Mængden var ganske lille, 1-2 %, men altså stor nok til at bl.a. Jorden kunne blive dannet. Nebulaen indeholdt omkring 74 % brint og 24 % helium foruden den lille mængde af tungere grundstoffer. I afsnit II.2.6 samt kapitlet *Solen og*

10 Nogle af de mindre tunge grundstoffer findes dog normalt heller ikke i naturen. For eksempel blev Technetium i 1937 første gang skabt af Emilio Segré, da han og andre arbejdede med USAs første atombombe. Segrés mor blev myrdet af nazisterne i 1943, og faderen døde i 1944. Emilio strøede lidt technetium på faderens grav efter krigen og han udtalte: ”Radioaktiviteten var forsvindende, men med dens halveringstid på hundredtusindvis af år vil den holde meget længere end noget andet monument, jeg kunne byde på.” Så i dag findes Technetium i naturen. (Det findes også i Danmark i dag, da atomoparbejdningsanlægget Sellafield i England, har haft små lækager.)

andre stjerner kan du læse om, hvordan grundstofferne bliver dannet i stjernerne samt i supernovaeksplosionerne.

II.1.1.2 Sammentrækningen af Nebulaen

Nebulaen har oprindeligt været en stor tynd gas- og støvsky, som har roteret svagt. Den har ligget i rummet og passet sig selv i et ukendt antal år. Den har været i såkaldt termisk ligevægt, dvs. gas- og støvpartiklernes termiske bevægelser har kunnet modstå gravitationskræfterne. Temperaturen af skyen har været på ca. 10 K. For ca. 4,5672 milliarder år siden har flere supernovaeksplosioner fra en nærtliggende stjerne kastet en masse gas og støv ud i rummet, og noget af den gas og støv, har påvirket Nebulaen, så den kollapsede. På figur 40 kan man se resultatet af påvirkningerne fra en supernovaeksplosion på en gassky.



Figur 41: a) Roterende sky med skive vinkelret på rotations-aksen og som skærer centrum. [14]

b) En flad skive, der er ca. 3 millioner km tyk ved Merkurs afstand- og 50 millioner km tyk ved Jupiters afstand fra Solen. [15]

Da Nebulaen kollapsede, er det umiddelbart fristende at tro, at gassen bare ville trække sig sammen til en endnu mindre sky, men det viser sig ikke at kunne lade sig gøre. Det kan vi ses ud fra en fysisk størrelse, som kaldes *impulsmomentet*, der er bevaret.

Hvis man forstår impulsmomentbegrebet, vil man kunne indse, at ikke alt masse kan forsvinde ind i centrum af Nebulaen. Derfor vil vi overfladisk undersøge impulsmomentet i det følgende.

Betragt en sfærisk symmetrisk gassky, som har sit tyngdepunkt (massemidtpunkt) i skyens centrum. Samtlige støvpartikler og gasmolekyler ligger spredt jævnt rundt i skyen, og man kan tegne pile mellem tyngdepunktet og alle partiklerne. De benævnes med symbolet, $\vec{r}_i$, hvor i er et nummer, der tildeles den enkelte partikel. (i går altså fra 1 op til antallet af partikler i skyen.) Hver enkelt partikel har også en hastighed og masse, som angives med symbolerne, $\vec{v}_i$ og m_i. Man benytter igen en pil i symbolet for hastigheden for at markere, at hastigheden peger i en eller anden retning. Impulsmomentet for en enkelt partikel er givet som $\vec{L}_i = m_i \cdot \vec{r}_i \times \vec{v}_i$. Krydset er ikke et gangetegn, men er en speciel matematisk operator. Det samlede impulsmoment for Nebulaen er summen af alle bidragene fra de enkelte partikler. Hvis hastigheden og afstandspilen for den enkelte partikel er i en vinkel θ på hinanden, er den numeriske værdi af impulsmomentet for en enkelt partikel $L_i = m_i \cdot r_i \cdot v_i \cdot \sin(\theta_i)$.

II.1.1.3 Eksempel

Et brintatom har massen m = 1,66·10^{-27} kg, det befinder sig i afstanden r = 1·10^{11} m fra tyngdepunktet og dets hastighed er 50 km/s. Vi antager, at hastighed og afstand er vinkelrette på hinanden. Partiklens impulsmoment er så L = 1,66·10^{-27} kg·1·10^{11} m·50 km/s = 8,3·10^{-12} kg·m^2/s.

Hvis nu det samlede impulsmoment, L, er bevaret, så kan man se, at hvis r formindskes pga. at gravitationskraften trækker partiklen tættere på Solen, så må hastigheden af partiklen vokse. Dvs. en svagt roterende gassky vil øge sin rotationshastighed, des mere den trækker sig sammen. Man kan erindre sig en roterende kunstskøjteløber. Han/hun starter altid med armene spredt ud (r er stor), og når armene så trækkes ind til kroppen (r bliver mindre), roterer han/hun meget hurtigere.

-o-

Når skyen begynder at trække sig sammen, vil alle partikler få større hastighed. Dog vil de indbyrdes ved stødprocesser kunne udveksle impulsmoment med hinanden, dog under den begrænsning, at det totale impulsmoment er bevaret. Partiklerne i nærheden af *rotationsplanet*, som er det plan som skærer tyngdepunktet, og som er vinkelret på rotationsaksen, vil umiddelbart få størst hastighed. Se figur 41. Partiklerne langs rotationsaksen f. ekss har en mindre rotationshastighed end i rotationsplanet. Derfor kan de komme tættere på massemidtpunktet, mens deres hastighed vil vokse for faldende r, så mange slynges udad. Derfor vil noget af skyen klappe sammen til en skive. Hvis man vil forstå mekanismen i større deltalje, er det noget, man kan arbejde med i en SRP i fysik A.

II.1.1.4 Dannelsen af Solen

Sammentrækningen skete over en periode på ca. 1 million år, og i løbet af denne tid steg temperaturen fra ca. 10 K til flere millioner K i skyens inderste område[11]. Gasskyens centrum begyndte dermed at lyse i en rødlig farve. Dette område kaldes for protosolen. I løbet af mange millioner år voksede temperaturen i centrum af skyen til omkring 8-10 MK, og dermed blev det muligt for brintkerner at fusionere under udsendelse af energi. (I kapitlet *Solen og andre stjerner* gennemgår vi kerneprocesserne i Solen og andre stjerner.) Den dannede strålingsenergi i kernen af protosolen, fløj i alle retninger, og lyset påvirkede derved de omkringliggende gaslag med et strålingstryk. Strålingstrykket voksede efterhånden som protosolen blev varmere, og på et tidspunkt kunne strålingstrykket modvirke gravitationskraften. Sammentrækningen standsede, og Solen var blevet dannet ca. 70 millioner år efter, at sammentrækningen var begyndt.

II.1.1.5 Dannelsen af planeterne

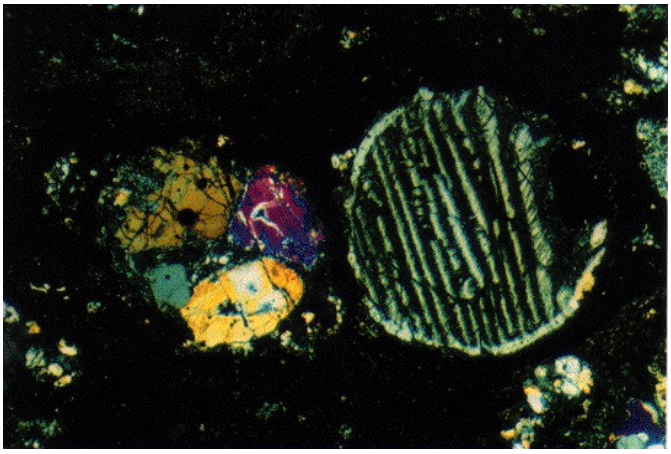
Imens Solen blev dannet inde i centrum af Nebulaen, foregik der store ændringer uden for centeret. Gasskyen uden for centeret blev under sammentrækningen opvarmet til ca. 2-3 kK, hvilket bevirkede, at alle faste stoffer (støv og mineralkorn) smeltede. Derefter afkøledes skyen igen til omkring 400 K, og partiklerne størknede til små silikat- og jern/nikkelpartikler, som havde en størrelse på 10^{-9}-10^{-6} m. Der var flest silikatpartikler. Alt dette skete i den første million år af Nebulaens sammentrækning.

Silikatmineraler er grundbestanddelen i Jorden, asteroiderne og de andre indre planeter. Det er også grundbestanddelen i stenmeteoritter. Silikatmineralerne består af $(SiO_4)^{4-}$-tetraedre, knyttet sammen på forskellig måde til større enheder. I feldspaterne danner tetraedrene således rumlige netværk. Kalifeldspaten (også kaldet ortoklas), der er udbredt i almindelig granit, har den kemiske sammensætning: $KAlSi_3O_8$. I olivin, $(Mg,Fe)_2SiO_4$, der er et vigtigt silikatmineral i stenmeteoritter og i Jordens kappe, danner $(SiO_4)^{4-}$-tetraedrene selvstændige grupper. [15]

---

11 Energien af skyen var ikke bevaret i denne periode. Det viser sig, at halvdelen af den potentielle energi, der frigøres under sammentrækningen går til opvarmning af gassen, og den anden halvdel går til stråling.

Skiven, som nu var dannet, roterede rundt om Solen men ikke i en pæn og ordnet facon. Den var inddelt i forskellige bånd, hvor materialet indenfor de enkelte bånd blev opblandet ved turbulente bevægelser. (Prøv at kigge på en ryger, der puster røg ud af munden. Røgen bevæger sig i sære hvirvelagtige former – det er en turbulent bevægelse.) Der er megen friktion ved turbulente bevægelser, så materialerne indenfor de enkelte bånd blev atter opvarmede, og silikaterne måtte endnu engang smelte og størkne. Derved dannedes nogle klistrede, millimeterstore silikatansamlinger, som kaldes *chondruler.* Se figur 42. Disse chondruler klistrede sig derefter sammen med andre silikater samt metalkorn til ca. 10 meter store planetesimaler.



Figur 42: Chondruler i stenmeteoritten Allende, der faldt i Mexico den 8. februar 1969. Der findes flere slags chondruler, hvis indre struktur afspejler forskelle i deres dannelsesforhold. De her viste er en olivin-chondrule (tv) og en pyroxen-chondrule (th.) Den store chondrule er ca 1. mm i diameter. [15]

Planetesimalerne kunne i den efterfølgende tid kollidere indbyrdes og danne asteroidelignende legemer på op til 500 km i radius. Disse legemer måtte *også* gennem en smeltetur, da der var tilstrækkelige mængder af de radioaktive isotoper ^{26}Al, ^{60}Fe og ^{41}Ca til at sørge for at legemerne blev varme nok til at smelte. Efter ca. 10 millioner år, var radioaktiviteten dog aftaget så meget, at legemerne kunne størkne og derefter ramle ind i andre legemer, så planeterne blev dannet. Der er mere om asteroiderne i afsnit II.1.2.2.

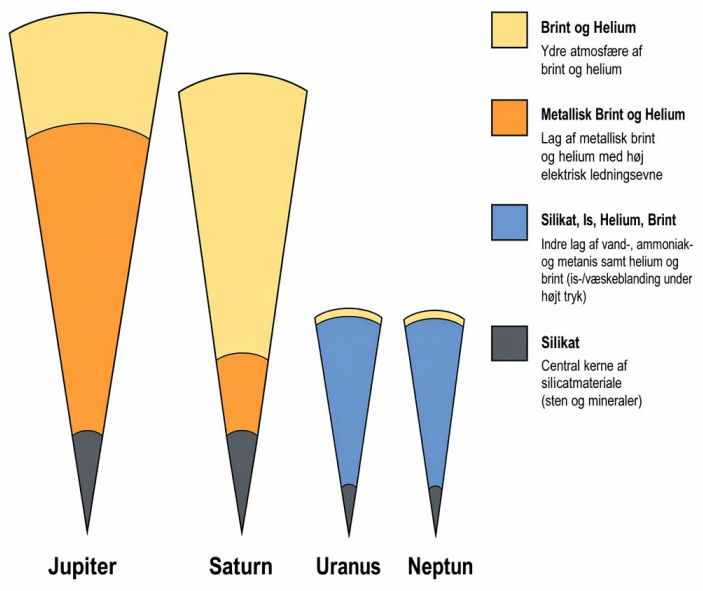
Planeterne skulle naturligvis også gennem den obligatoriske smelteproces, da gravitationskraften omdannede potentiel energi til kinetisk energi og stråling, men med tiden kunne også planeterne komme til at størkne, i hvert fald i de alleryderste lag. I løbet af den smeltede periode trak de tungeste grundstoffer, dvs. især jern og nikkel, ned i centrum af planeten, mens de lettere materialer, sten, flød ovenpå. Der er dog endnu tungere grundstoffer i jordens kappe og lithosfære, men disse grundstoffer har været bundne til klipper, som har en lavere densitet end jern og nikkel.

Efterhånden som planeterne voksede i masse, tiltrak de også mere og mere resterende støv og gas fra Nebulaen, og denne støv og gas kunne danne måner omkring planeterne på samme måde, som planeter blev dannet rundt om Solen.

Læseren er måske bekendt med, at de 4 inderste planeter er lavet af sten, mens de 4 næste planeter er gasplaneter. Grænseområdet mellem de to typer planeter kaldes for asteroidebæltet. (Pluto er en småplanet, som ligger i Kuiperbæltet, så den er teknisk set ikke en alm. planet.) Grunden til denne afgrænsning kommer fra det faktum, at Solen udsender en ioniserende stråling, *solvinden*, som består af elektroner og protoner. Denne stråling kunne puste de letteste grundstoffer og molekyler i Nebulaen ud forbi asteroidebæltet, hvor f. eks. vandmolekyler på gasform kunne fortætte til iskrystaller, som kunne deltage med silikater i processen med at danne planeter. Derved blev planeternes struktur, som skitseret på figur 43. Solvinden havde blæst enorme mængder H og He ud forbi det senere asteroidebælte, og den gas kunne planeterne herude indfange.

Efter ca. 500 millioner år var alt det tiloversblevne materiale indfanget af planeterne, og Solsystemet i dets nuværende form var blevet dannet. *Hvis* Solsystemet havde indeholdt mere gas,

kunne gassen have bremset nogle af gasplaneterne, så de ville kunne komme tættere på Solen. I andre solsystemer har man allerede observeret planeter af Jupiters størrelse meget tæt på stjernen. Jupiter har også været inde omkring Mars' bane, efter den blev dannet, men kraftpåvirkninger fra Saturn bevirkede, at den endte ved sin nuværende placering. [43]



Figur 43: Den indre opbygning af gasplaneterne. Kun i Jupiter og Saturn mener man med sikkerhed, at der er en kerne af silikat og jern i midten. Metallisk brint er en speciel tilstandsform, der er elektrisk ledende. Uranus og Neptun er ikke tunge nok til, at metallisk brint kan dannes i deres indre. [15+Miira.dk]

II.1.1.6 Kometerne

Foruden Solen, planeterne, månerne og asteroiderne blev der også dannet en masse kometer, som primært består af $H_2O_{(s)}$ og 10-50 % silikater. De ligger fortrinsvist i to områder, nemlig Kuiperbæltet, som ligger i afstanden 40-100 AU samt i Oortskyen, der ligger ca. 40000 AU væk. Kometerne i Kuiperbæltet er muligvis dannet i det indre solsystem, hvorefter gasplaneternes gravitationskræfter har skubbet kometerne ud i deres nuværende bane. Kometerne ligger dermed i Solsystemets plan. Kometerne i Oortskyen er muligvis 'fortættet' under sammentrækningen af Nebulaen, men deres oprindelse er usikker. (Det er faktisk usikkert, om Oortskyen overhovedet findes, for kometerne lyser så svagt, at vi ikke kan se dem.) Småplaneten Pluto findes i den inderste del af Kupierbæltet. Læs mere om kometerne i afsnit II.1.3.

II.1.2 Solsystemets nuværende struktur

Solsystemets centrum er defineret som der, hvor dets massemidtpunkt ligger. Da planeterne bevæger sig, flytter massemidtpunktet sig også. Det går fra at ligge ca. i midten af Solen til lidt udenfor. [44]

Rundt om Solen bevæger planeterne Merkur, Venus, Jorden, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus og Neptun samt Pluto og øvrige småplaneter sig. Alle planeterne ligger næsten i *ekliptika*, som er Jord-Sol-baneplanet; kun småplaneternes baner adskiller sig væsentligt fra ekliptika. Tabel 5 viser middelafstandene til Solen for de 8 planeter samt Pluto. Umiddelbart ser det ikke ud til, at der er megen logik i middelafstandene til Solen, men en nærmere undersøgelse viser noget andet.

II.1.2.1 Titius-Bodes lov

Johann D. Titius opdagede i 1766, at der ér en sammenhæng mellem afstanden fra Solen til planeterne og et bestemt tildelt 'planetnummer.' Titius tildelte et nummer til hver planet, og ved at lave en simpel beregning lykkedes det ham at finde den sammenhæng, som kolonne 2 og 3 i tabel 5 viser.

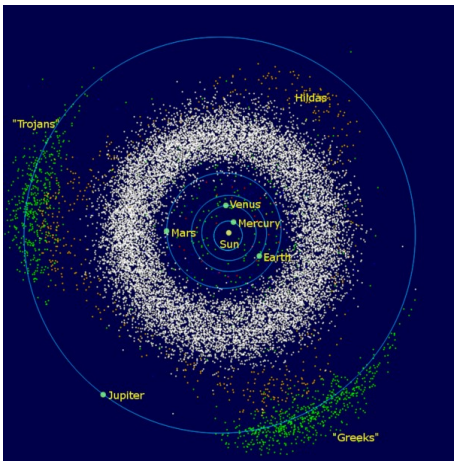
Planetnavn	***n***	***Afstand*/AU**	***Rigtige afstand*/AU**
Merkur	-∞	0,40	0,387
Venus	0	0,70	0,723
Jorden	1	1,0	1,00
Mars	2	1,6	1,524
Planet X	3	2,8	2-3,5
Jupiter	4	5,2	5,203
Saturn	5	10	9,539
Uranus[12]	6	19,6	19,18
Neptun	7	38,8	30,06
Pluto	8	77,2	39,44

Tabel 5. Planeternes afstande og deres nummer som Titius gav dem.

Tallene i 3. kolonne er fundet ved at tage rækken $2^{-\infty}\cdot 3$, $2^{0}\cdot 3$, $2^{1}\cdot 3$, $2^{2}\cdot 3$, $2^{3}\cdot 3$ osv. og derefter lægge 4 til de fundne tal. Endelig deles alle tallene med 10, og det skulle være afstanden fra Solen til planeten målt i AU. Dvs. $r_n = (0{,}4+0{,}3\cdot 2^n)$ AU. (1 AU = $1{,}496\cdot 10^{11}$ m.)

Titius' opdagelse blev beskrevet i en fodnote i en bog, som han oversatte, og derfor fik offentligheden ikke adgang til reglen før i 1772, da Johann Eilert Bode fandt den frem, og præsenterede den som sin egen. Reglen hed derfor i begyndelsen kun Bodes lov.

Bemærk at der ikke er en fysisk begrundelse for at vælge de tal, som han gjorde – det er en ren empirisk sammenhæng. Man ser også, at sammenhængen passer dårligt med Neptun og Pluto. Alligevel lykkedes det at forudse Uranus' afstand, og da William Herschel opdagede denne planet i 1781, var Bode og andre overbevist om formlens gyldighed. Den tyske astronom Franz Xaver von Zach oprettede en videnskabelig gruppe, som skulle finde planet X, som ifølge Titius og Bode skulle ligge i afstanden 2,8 AU.



Figur 44: Skitse af asteroidebæltet. [16]

II.1.2.2 Asteroidebæltet

Det blev Nytårsnat 1801 før der skete noget. Den italienske munk og astronom, *Giuseppe Piazzi* (1745-1826), opdagede et legeme, som han først troede var en komet. Efter en nøjere analyse viste det sig, at det snarere var et planetlignende legeme, som ligger i afstanden 2,77 AU fra Solen, og objektet blev døbt Ceres efter Siciliens skytsgudinde. Ceres er ganske lille i forhold til en 'normal' planet – i dag kalder vi den for en *asteroide*. Navnet asteroide blev valgt af William Herschel, som syntes, at de små objekter lignede stjerner. Piazzi derimod foreslog, at de skulle kaldes småplaneter eller planetoider: Betegnelser, som er langt mere præcise, og som man også anvender i dag.

Senere opdagelser har vist et stort antal asteroider i afstandene 2-3,5 AU. Området kaldes for *asteroidebæltet*, og i dag har man kendskab til omkring 125000 asteroider. Der er sandsynligvis

12 Bode kendte ikke til de 3 yderste planeter.

mange hundrede tusinde endnu, som mangler at blive opdaget. [58] Der findes også 2 små asteroidebælter i Jupiters bane. De kaldes *trojanerne*, dvs. opkaldt efter helte fra den trojanske krig. Trojanerne ligger ca. 60º foran og bagved Jupiter. Man kan vise, at deres baner er næsten stabile. (Områderne kaldes for Sol/Jupiter-systemets *Lagrange-punkter.*)

Asteroidernes diametre strækker sig fra nogle meter til omkring 1000 km, og deres massefylde ligger i intervallet 2,2-3,3 g/cm^3. Af alle de undersøgte stumper (meteoritter) fra asteroider består 92,8 % af *silikater* (sten), og 5,7 % er lavet af jern og nikkel. Resten er en blanding af de 3 føromtalte materialer. Silikatmeteoritterne er de sværeste at identificere, da de ligner Jordsten ganske meget. Tabel 6 angiver enkelte asteroiders navne samt deres karakteristika.

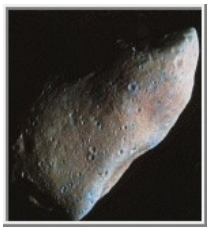
Nr	***Navn***	***R* (km)**	***M* (kg)**	***D* (Gm)**	***Albedo***	***Opdager***	***Dato***
1	Ceres	457	$8{,}7\cdot10^{20}$	413,9	0,10	G. Piazzi	1801
511	Davida	168		475,4	0,05	R. Dugan	1903
15	Eunomia	136	$8{,}3\cdot10^{18}$	395,5	0,19	De Gasparis	1851
52	Europa	156		463,3	1,06	Goldschmidt	1858
951	Gaspra	17x10	$1{,}0\cdot10^{16}$	205,0	0,20	Neujmin	1916
10	Hygiea	215	$9{,}3\cdot10^{19}$	470,3	0,08	De Gasparis	1849
243	Ida	58x23	$1{,}0\cdot10^{17}$	270,0	?	J. Palisa	29/9-1884
704	Interamnia	167		458,1	0,06	V. Cerulli	1910
2	Pallas	261	$3{,}18\cdot10^{20}$	414,5	0,14	H. Olbers	1802
16	Psyche	132		437,1	0,10	De Gasperis	1852
87	Sylvia	136		521,5	0,04	N. Pogson	1866
4	Vesta	262,5	$3{,}0\cdot10^{20}$	353,4	0,38	H. Olbers	1807

Tabel 6. [17] og [18]

Figuyr 45 viser eksempler på nogle enkelte asteroider.

a) Dactyl – en måne til Ida(!)

b) Ida. Billede taget af Galileo-satelitten den 28/8-1993.



c) Gaspra. Billede taget af Galileo-satellitten den 29/10-1991.

Figur 45: Forskellige asteroider. [19.]

II.1.2.3 Jordkrydsende asteroider

I 1990'erne har forskere gjort opmærksom på det problem, at nogle asteroider og kometer har jordkrydsende baner. I afsnit II.3 er beskrevet, hvad der kan ske, når disse legemer kolliderer med Jorden. Problemet er reelt nok, da vi har flere beviser for nedslag. Det store spørgsmål er, hvor stor risikoen er for et destruktivt nedslag.

Bjørn Franck Jørgensen fra Tycho Brahe-planetariet samt Kaare Lund Rasmussen fra Nationalmuseet har undersøgt problemet, og resultaterne blev fremlagt i *Aktuel Astronomi* nr. 2 og 3, 1997. Eleven henvises til disse artikler for at få den fulde historie. Nedenfor er angivet nogle få af konklusionerne.

Det menes, at omkring 2100 asteroider krydser Jordens baneplan. Her er kun medtaget asteroider med størrelser over 1 km i diameter. Sandsynligheden for et nedslag, der kan ødelægge civilisationen er anslået til 1/10000 i løbet af et menneskes levetid. Dette tal kan man jo sammenligne med at vinde den store gevinst i lotto på 52 uger. Chancen for et nedslag er ca. 16 gange større end chancen for at få en 7'er på 52 uger.

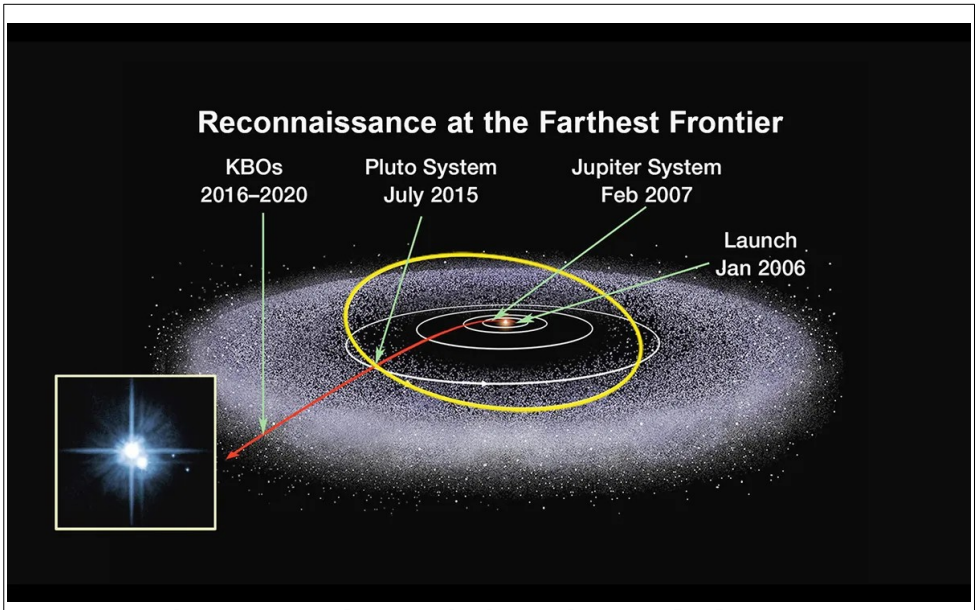
Risikoen virker jo umiddelbart chokerende. "Hvorfor er der ikke fokuseret på det noget før?" kunne man spørge sig selv. Svaret er muligvis, at vi med den teknologiske udvikling først nu har opdaget hvor mange asteroider, der findes i Solsystemet. Derudover har menneskeheden tidligere været fokuseret på at overleve sult, krige og truende miljøkatastrofer, og da vi ikke kan stille meget op overfor en indkommende asteroide, er det nok lettest at lukke øjnene og forestille sig, at der ikke ér nogen fare. I opgave 1.3 samt i opgaverne i afsnit 3 kan man få et indtryk af virkningerne af et nedslag. Derudover opfordres eleven til at læse de ovennævnte artikler fra Aktuel astronomi.

II.1.3 Kometerne og deres placering

Kometer blev kort omtalt i 1.1.5. Herunder følger en nærmere forklaring på deres placeringer.

II.1.3.1 Kuiperbæltet

Ved afstanden 40-100 AU findes et bælte bestående af småplaneter samt kometer. De kometer, hvis baner cirka ligger i Ekliptika og har halve storakser på op til omtrent 100 AU kaldes for kuiper-kometer. Halleys komet er et eksempel på sådan en. Kometerne har ifølge Keplers 3. lov (se afsnit II.1.4) omløbstider om Solen på op til 1 kyr, dvs. de har været omkring Solen mange gange, og derfor fordamper de også relativt hurtigt. Man kalder kometerne for *kort-periodiske*, men de er altså også 'kort'-livede.



Figur 46: Solsystemet med Kuiperbæltet indtegnet. [56]

Pluto og anslået 10^5 andre småplaneter kredser også herude, så bæltet er ikke et rent kometbælte, selvom det er anslået, at der er over 10^{12} kometer i bæltet. [56]

Der er foreløbigt fundet mere end 2000 objekter i feltet (oktober 2021) og deres størrelser ligger i intervallet 100-400 km i diameter, men man anslår, at der ligger knap en million objekter i bæltet med størrelser over 100 km i diameter. [45] Dertil kommer alle kometerne, som kun har diametre på nogle få km. (<20 km.)

Hvis ovenstående betragtninger viser sig at være korrekte, indeholder Kuiperbæltet dermed mere end 100 gange så meget masse, som det velkendte asteroidebælte, der ligger mellem Mars og Jupiter.

Alle kortperiodekometer, dvs. kometer med omløbstider på under ca. 200 yr, menes at stamme fra Kuiperbæltet og kendetegnende for disse er, at de ligger tæt på Ekliptika - i modsætning til langperiodekometerne, som ligger helt tilfældigt spredt i Solsystemet, og som kommer fra Oort-skyen. Eksempler på ’Kuiper-kometer’ kunne være komet Halley (P = 76 yr) eller komet Swift-Tuttle. (P = 126 yr.)

II.1.3.2 Oort-skyen

Det er almindeligt at forestille sig, at Solsystemet ender ude ved Kuiperbæltet, men Solens tyngdefelt rækker meget længere ud. Faktisk er det nok mere rimeligt at definere, at Solsystemet ender ca. en fjerdedel af vejen mellem Solen og den nærmeste stjerne Proxima Centaurus. (Afstand 1,31 pc.)

Dannelsesteorier for Solsystemet viser, at der i afstanden 20-60 kAU (i middel er afstanden 44 kAU) må være en kæmpestor sfærisk sky, som fortrinsvist består af omtrent 10^{12} kometer. Skyen kaldes Oort-skyen efter den hollandske astronom Jan Oort, som i 1950 ”påviste” den teoretisk. Læg mærke til at skyen i middel ligger 44000 gange så langt væk fra Solen, som Jorden gør.

Temperaturen i denne afstand fra Solen er omtrent 4 K, og der er ca. 10 AU mellem de enkelte kometer.

Kometer er ganske løst bundne til Solen, og derfor er de også relativt lette at påvirke gravitationelt. For eksempel kan forbipasserende stjerner ændre kometernes baner. For kometerne i Kuiperbæltet kan planeter som Jupiter og Saturn også ændre kometbanerne, dvs. de kan for eksempel kastes helt væk fra Solsystemet eller sendes ind mod Solen. Hale-Bopp som er vist på figur 47), som kom tæt på Jorden i 1997 havde oprindeligt en omløbstid på 4200 yr, men pga. Jupiters påvirkning af banen, vil den allerede vende tilbage om ca. 2600 yr. Stjernen Gliese 710 - en lille rød dværg - passerer om ca. 1,4 Myr forbi Solen i afstanden 70 kAU, og derved vil den sandsynligvis skubbe nogle kometer ind mod Solen, så man vil kunne observere små 'byger' af kometer. Beregninger viser, at ca. hver 36 millioner år vil en stjerne passere inden for en afstand på 10 kAU, og så tætte passager vil give mulighed for en byge af indfaldende kometer.

Når mange kometer sendes mod Solen, vil sandsynligheden for et nedslag på Jorden også øges, og et sådant nedslag kan formentlig udrydde det meste liv på planeten.

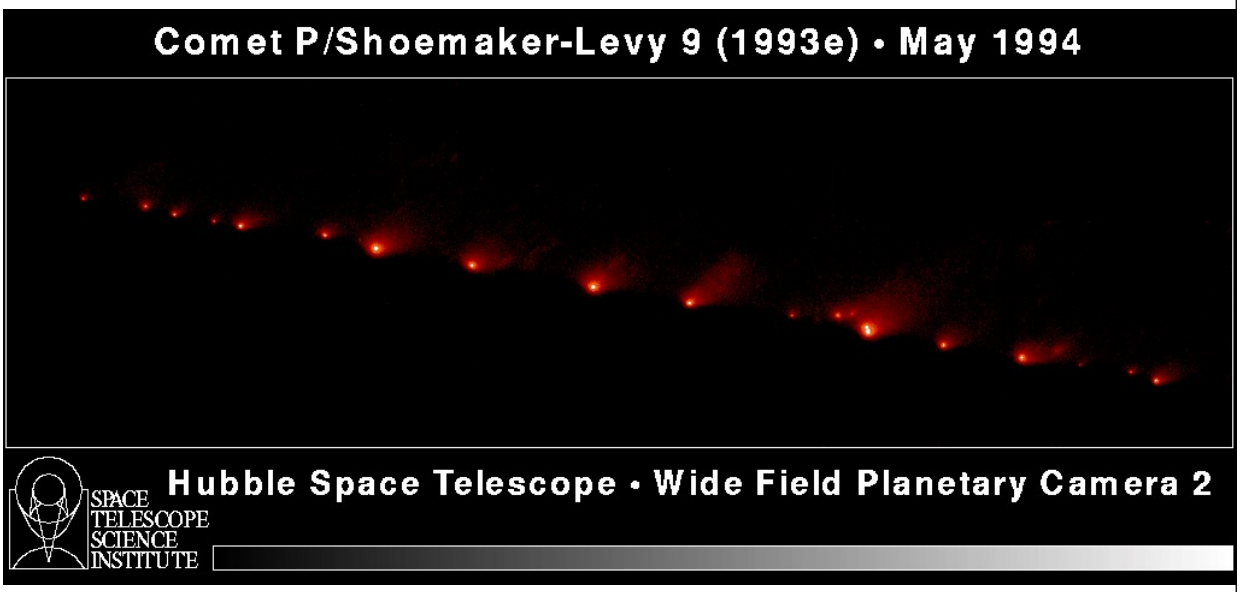
I øjeblikket er det lidt usikkert, hvordan Kuiperbæltet og Oortskyen er opstået, men computersimuleringer har i hvert fald vist, at hvis kometer og småplaneter blev dannet inden for Neptuns bane, ville Jupiter, Saturn, Uranus, og Neptun kaste objekterne ud i baner uden for Neptuns bane eller ind mod Solen, hvor de med tiden ville gå til grunde i kollisioner med de indre objekter og Solen.

Figur 47: a, b. Komet Hale-Bopp taget den 6/4-1997 i Osnabrück observatorium ved Oldendorfer Berg. Dr. A. Hänel tog billederne. Bemærk de forskellige haler. a) f=200 mm/1:4, 21:12 UT, eksp.tid 10 min., Kodak Gold 400 film, b) med h + chi Perseus, f=55 mm/1:4, 21: UT, eksp.tid 6 min., Kodak Gold 400 film. [20]

II.1.3.3 Jupiter-familien

Heldigvis vil mange kometer blive indfanget i Jupiters tyngdefelt i stedet for at komme helt ind til de indre dele af Solsystemet. Således er der i dag et relativt stort antal kometer i omløb omkring Jupiter. Illustration Fejl: Henvisningskilde ikke fundet viser et foto af komet P/Shoemaker-Levy 9, som i 1994 stødte ind i Jupiter. Grunden til, at billedet ligner en perlekæde, er, at kometen blev flået i stykker af Jupiters tidefelt.

De fleste af kometerne i Jupiterfamilien tænkes dog ikke oprindeligt at stamme fra Oortskyen men i stedet fra Kuiperbæltet.



Figur 48: Komet Shoemaker-Levy 9 umiddelbart inden kollisionen med Jupiter. Hubble-teleskopet tog billedet den 17/5-1994 . De 21 objekter strækker sig over 1,1 millioner km. Billedet er en mosaik af 6 enkeltbilleder. [21]

II.1.3.4 Kometstruktur og sammensætning

Hvor vi ikke helt forstår dannelsen af Oortskyen, så har vi dog et lille kendskab til de fysiske og kemiske forhold i kometerne. Astronomer har udført spektroskopiske målinger på kometer, og man har sågar haft sonder ude at måle på kometer. F. eks. var der flere sonder oppe og måle på Halleys komet, da den sidst besøgte det indre af Solsystemet i 1986.

Vi har også besøgt kometen P67/Churyumov-Gerasimenko i 2014. Prøv at søge på internettet med kometens navn eller på missionsnavnet *Rosetta-mission.*

I en første tilnærmelse kan man betragte kometer, som en slags gigantiske 'beskidte snebolde.' Kometerne består nemlig af ca. 50 % is iblandet silikater (støv og sten) samt en del gasser og molekyler. De varierer ganske meget i størrelse, men de fleste kendte kometer har diametre, som ligger i intervallet 1-60 km.

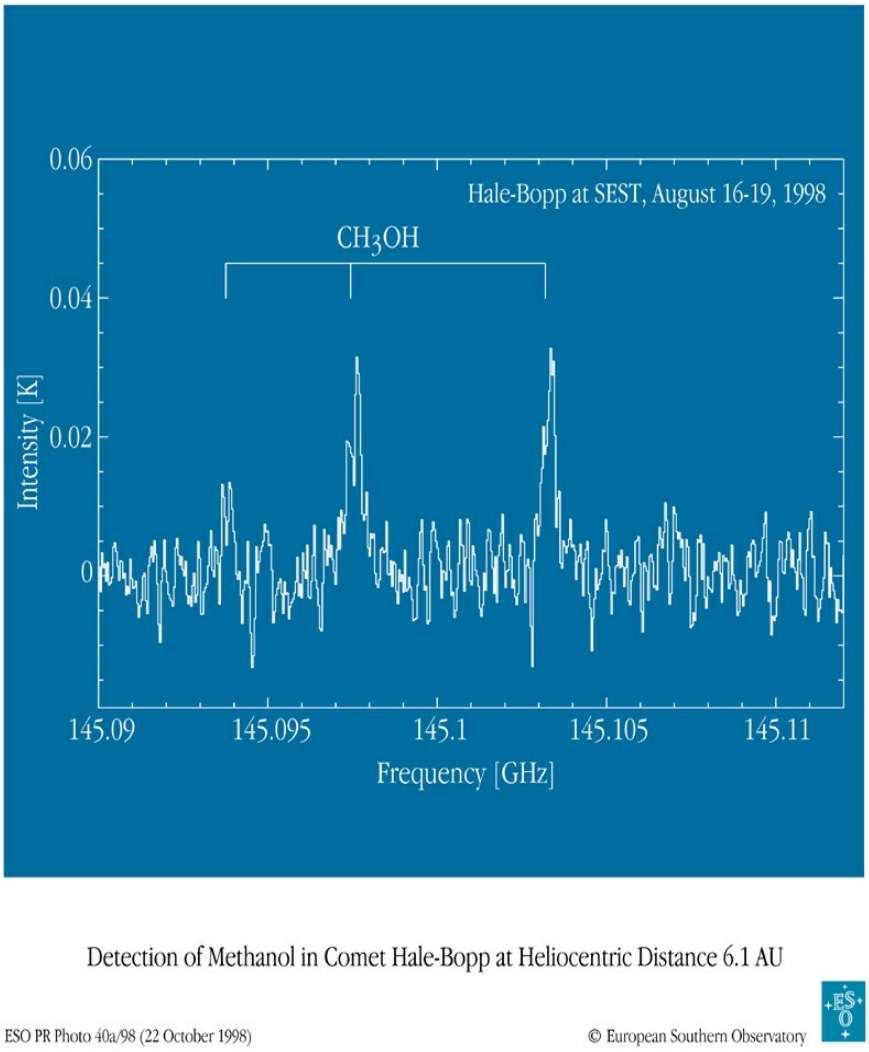
H_2O, HDO, OH, H_2O^+, H_3O^+, CO, CO_2, CO^+, HCO^+, H_2S, SO, SO_2, H_2CS, OCS, CS, CH_3OH, H_2CO, HCOOH, CH_3OCHO, HCN, DCN, CH_3CN, HNC, HC_3N, HNCO, CN, NH_3, NH_2, NH_2CHO, NH, CH_4, C_2H_2, C_2H_6, C_3, C_2, Na, K, O^+

Og de følgende isotoper:
$H^{13}CN$, $HC^{15}N$
$C^{34}S$

Molekyler fundet i Hale-Bopp. [22]

Når en komet kommer ind i nærheden af Solen, vil Solen varme den op, og den udvikler en såkaldt *coma*, som er en meget stor gassky, der omkranser kometkernen. Comaen kan godt blive op til en million km i diameter. Comaen er en af grundene til, at det er let at observere kometer, når de er nær Solen og dermed nær ved os. Kometen vokser både i størrelse og lysstyrke, og desuden vil solstrålingen samt solvinden (for eksempel elektroner og protoner) puste til comaen, som derved udstrækkes i en lang hale, som dermed altid peger bort fra Solen. (Se figur 47.)

Hvis man kigger nærmere på billeder af kometer, kan man se at de faktisk har to haler - de har en bred og buet hale, som består af støv, der pustes væk fra comaen, og de har en *ionhale*, som er smallere og peger i en mere lige retning væk fra kometen. Det skyldes, at ionerne er meget lettere end støv-partikler. Støvpartiklerne er relativt tunge og er derfor sværere at skyde væk. Når kometen så bevæger sig igennem sin bane, vil det give en afbøjet støvhale.



Figur 49: Del af radiospektrum. Taget med 15 m-SEST teleskopet på La Silla, Chile i perioden 16/8 til 19/8-1998. Methanol-linierne ligger ved hhv. 145,0938; 145,0974 og 145,1032 GHz. Eksponeringstid 708 m i alt. [23]

Der findes ganske mange forskellige slags molekyler i kometer. F.eks. viser spektret på figur 49, at der er methanol (CH_3OH) i Hale-Bopp, dvs. træsprit. Der er også vand, kuldioxid, samt kvælstof- og kulstofforbindelser (hydrogencyanid, HCN, for eksempel) foruden støv og andre silikater. Se kassen ovenfor for en mere udtømmende liste. På grund af tilstedeværelsen af vand og kulstofforbindelser er der fremsat hypoteser om, at kometerne er leverandører af vand til Jorden, samt at de måske også er kilden til livets byggesten - aminosyrerne. Det er dog stadigvæk usikkert, om kometerne er nødvendige for livets opståen.

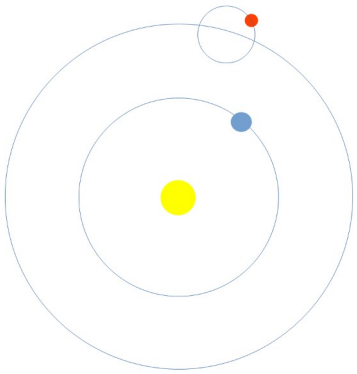
II.1.4 Keplers love

II.1.4.1 Historien bag lovene

Den tyske astronom og matematiker Johannes Kepler (1571-1630) troede, at Solen måtte være det naturlige centrum i Solsystemet og endda hele Universet. (Andre som for eksempel Thyge Brahe troede, at Jorden var centrum i Solsystemet og Universet.) Denne ide havde Kepler sandsynligvis fået af sin matematik- og astronomilærer, Michael Mästlin, som var overbevist om gyldigheden af Copernikus' *heliocentriske* teori. Copernikus' teori gik kort fortalt ud på at beskrive planeterne som kredsende på epicykler, fastspændt på cirkler med Solen i centrum. Se figurerne 51 og 53.

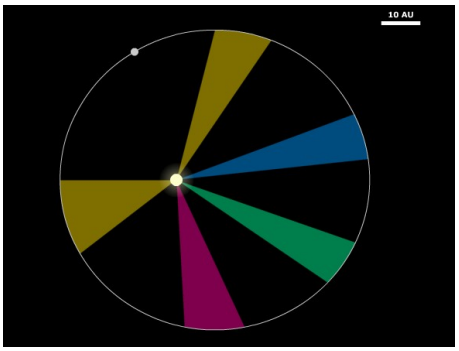
Figur 50: Johannes Kepler. [24]

Kepler kom i 1600 til Prag, hvor han sammen med Tycho Brahe arbejdede som hofastronom/astrolog for Kejser Rudolph II, men dette samarbejde varede dog kun et år, da Brahe døde i 1601.



Figur 51: Sol i centrum, Jordbane, Mars med deferent og epicykel.

Thyge Brahe havde i årene inden samarbejdet med Johannes Kepler foretaget tidens bedste observationer på både stjerner og planeter, og dette arbejde kom Kepler til gode. I perioden 1600 til 1619 arbejdede Kepler især med at forstå Marsbanen. Dette var heldigt, da netop Marsbanen har den største *eccentricitet*[13] af alle planeterne, hvis man lige ser bort fra den svært observerbare Merkur samt den dengang uopdagede småplanet Pluto. Fordi eccentriciteten for Marsbanen er så stor, som den er, kunne Kepler ikke få de målte positioner til at stemme overens med Copernikus' teoretiske beregninger. Han endte med at konkludere, at Marsbanens bevægelse bedst kunne beskrives ved en *ellipse* med Solen i det ene brændpunkt.



Figur 52: Ens overstrøgne arealer i samme tidsrum for Plutos bevægelse. [46]

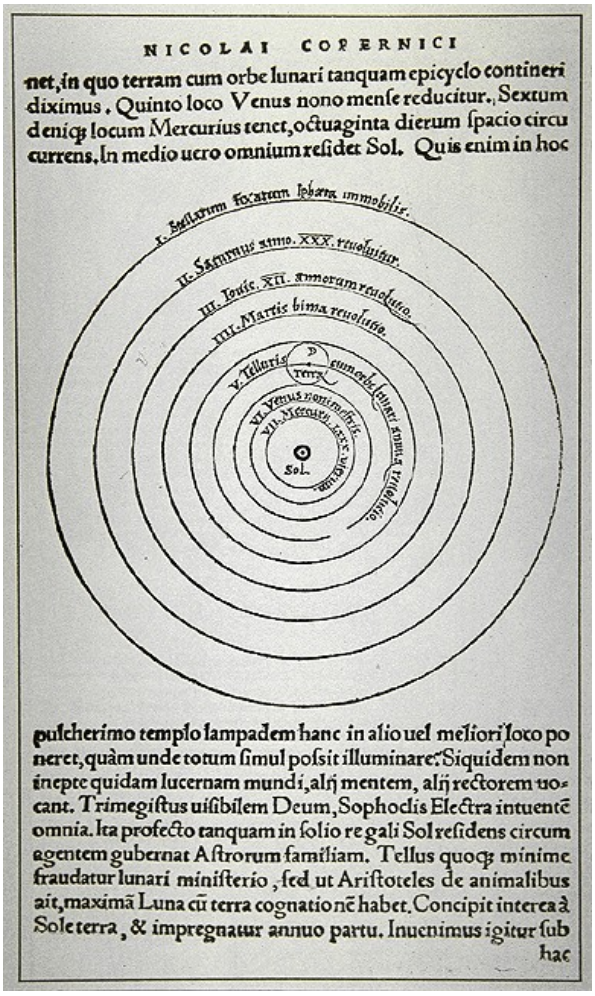
Denne opdagelse var nærmest revolutionær, for lige siden antikken havde man antaget, at himmellegemers bevægelse skulle beskrives ved cirkler. Oldtidens grækere mente, at gudernes bevægelse, dvs. Solens-, planeternes- og Månens bevægelser, skulle være perfekte, og en cirkelbevægelse var det mest perfekte, man kendte. Man undres måske over, at et kristent Europa holdt så fast på en græsk/hedensk ide, men hellenismen har influeret betydeligt på, hvordan europæiske folk tænkte og tænker.

I de efterfølgende år lykkedes det Kepler at påvise, at de andre planeter også bevæger sig i ellipsebaner, og i 1609 kunne han offentliggøre sit resultat i skriftet *Astronomia Nova*:

13 Eccentricitet fortæller hvor meget en ellipsebane afviger fra en cirkelbane. Den varierer mellem 0 for den rene cirkelbevægelse til 1 for den totalt udstrakte ellipsebevægelse. (Se afsnit 1.5.1.)

Keplers 1. lov: Planeterne bevæger sig i ellipsebaner omkring Solen med Solen i det ene brændpunkt.

Kepler var dog ikke færdig. Han forsøgte at give en *fysisk* begrundelse for den nyopdagede sammenhæng - førhen var modellerne rent matematiske. Han indførte en form for kraftbegreb og antog, at kraften på planeten afhænger omvendt proportionalt med afstanden til Solen. Dette var en forkert tese, men det lykkedes ham dog alligevel at vise en sammenhæng mellem det areal en planets radiusvektor overstrøg og tidsrummet, det tager. Resultatet blev også offentliggjort i *Astronomia Nova.*



Figur 53: Copernikus' model af Solsystemet. [26]

Keplers 2. lov: Radiusvektor, dvs. en imaginær linje der forbinder Solen og planeten, overstryger ens arealer i samme tidsrum. (Se figur 52.)

Det vil altså sige, at planeten har mest fart på, når den i sin bane er nærmest Solen, et punkt som kaldes *perihel*, og den bevæger sig langsomst, når den er længst væk fra Solen, et punkt som kaldes *aphel*. I yderpunkterne gælder specielt at $v_a \cdot r_a = v_p \cdot r_p$.

I årene op til 1619 lykkedes det Kepler at koble planeternes omdrejningshastigheder ved aphel og perihel sammen med musikskalaen(!) men et mere vigtigt resultatet er, som beskrevet i *Harmonices Mundi*:

Keplers 3. lov: Kvadratet på omløbstiden divideret med middelafstanden til Solen i tredje potens er lig en konstant. (Middel-afstanden er også den halve storakse i ellipsebanen – se afsnit 1.5.1.) De benyttede enheder for tid og længde i formlerne (4) og (5) er AU for længde og yr for tid. Loven kan også skrives som en formel

$$\frac{\left(\frac{T}{\mathrm{yr}}\right)^2}{\left(\frac{a}{\mathrm{AU}}\right)^3} = 1 \qquad (4)$$

En moderne version af Keplers 3. lov inkluderer betydningen af planetens masse. Det var Newton, der fandt frem til denne præcisering. Loven lyder

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{m_{planet} + M_{stjerne}}{M_{sol}} \qquad (5)$$

Hvis man benytter sig af SI-enheder, skal højresiden ovenfor have en konstant ganget på sig, og så bliver Keplers 3. lov

$$\frac{a^3}{T^2}=\frac{G\cdot\left(M_{Sol}+m_{planet}\right)}{4\cdot\pi^2} \tag{6}$$

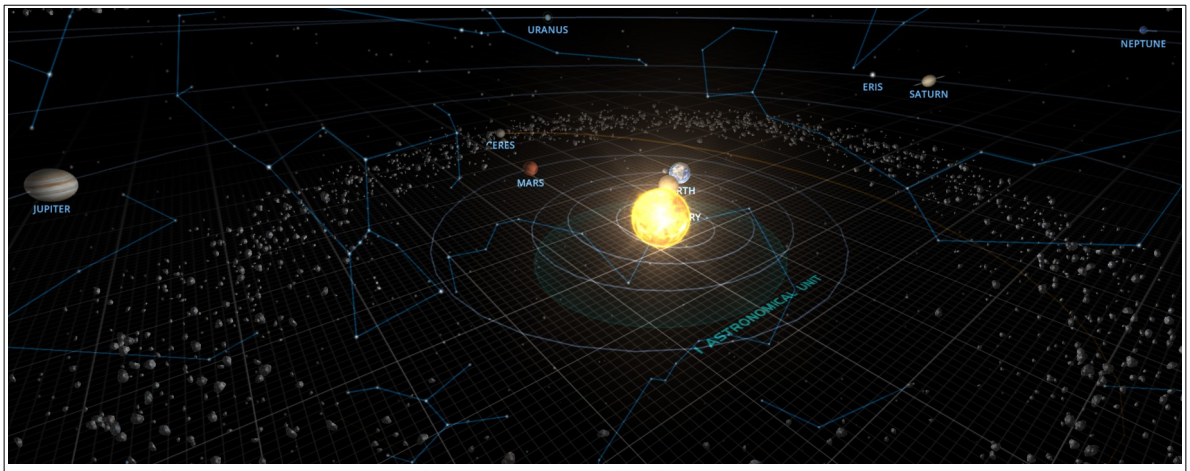
Ovenstående indikerer måske svagt, at Keplers tankegang var baseret på ideen om, at alt i Universet skulle være smukt og harmonisk lige fra musikskalaer til opbygningen af Universet. Denne ide fik Kepler bl. a. fra sin dybt religiøse kalvinistiske overbevisning. Ligeledes afviste han store dele af astrologien, da den ikke kan tilpasses Bibelens lære. At han alligevel udarbejdede horoskoper i forbindelse med sit daglige arbejde er en anden sag. (Det skal dog retfærdigvis tilføjes, at han mente, at der var enkelte ting ved astrologien, som var gode nok – det vil føre for vidt her at komme ind på hvad.)

Johannes Keplers love var en vigtig del af fundamentet for det arbejde, som Isaac Newton senere lavede. Newton benyttede blandt andet Keplers love til at konstruere sin gravitationslov, og med denne nøjagtige kraftbeskrivelse, som blev offentliggjort i 1687 i værket *Principia Mathematica*, var banen lagt for en ny måde at betragte verden på. Med denne teori havde man nu en teori for både det himmelske og det jordiske, og teorien er også vigtig for den nuværende teknologi, da den er det teoretiske fundament for at beregne satellitbaner og rumrejser.

Med opdagelsen af Keplers love kunne man nu lave et nyt verdensbillede, hvor Solen er i centrum af verden og planeterne kredser om Solen.

I dag ved vi, at denne model kun tilnærmelsevist er korrekt, da Universet slet ikke har noget centrum.

II.1.5 Celest mekanik



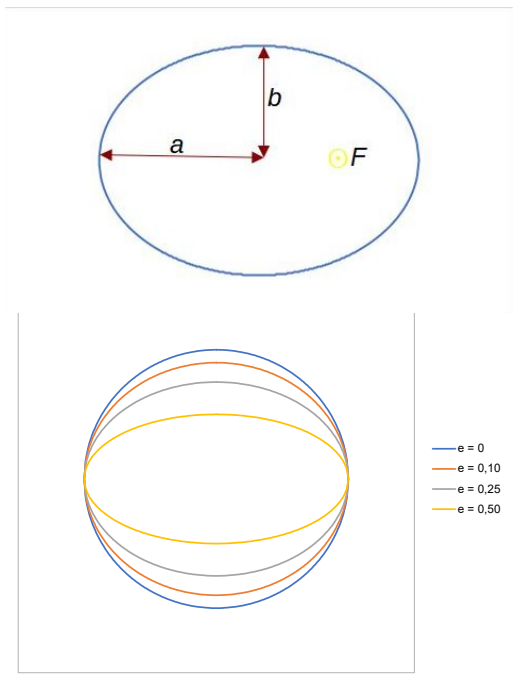
Figur 54: Planeternes position den 1/11 2026. [47]

Celest mekanik – også kaldet stjernemekanik handler om *planet*baner, og det vil vi opridse i det følgende.

II.1.5.1 Ellipser

Som Kepler fandt frem til, bevæger planeterne sig i ellipsebaner omkring Solen; dette er dog kun tilnærmelsesvist korrekt. For at få perfekte ellipsebaner må der kun være 2 legemer til stede, og der er jo mange legemer i Solsystemet. De påvirker alle sammen hinanden, og derfor bliver planeternes baner heller ikke fuldstændigt ellipseformede.

Til vores formål kan vi dog sagtens bruge Keplers resultater, og derfor er det hensigtsmæssigt at se lidt på de størrelser, der definerer en ellipse og samtidigt nævne nogle af resultaterne fra den celeste mekanik. En grundig gennemgang kræver en større matematisk- og fysisk baggrundsviden, så i gennemgangen vil vi springe over hvor gærdet er lavest.
Betragt figur 55. Der er tegnet 1+4 ellipser. På første ellipse er de halve lille- og storakser, *a* og *b*, indtegnet. Derudover er det ene *brændpunkt*, *F*, angivet. Brændpunktet (eller fokus) kan forstås som det punkt lysstråler ville samles i, hvis et parallelt strålebundt blev sendt ind på siden af et spejl, hvis form er som ellipsen.



Figur 55: Forskellige ellipser. Bemærk at alle ellipserne i nederste billede har samme storakse, 2a. I nederste figur er det kun lilleakserne, 2b, der er forskellige.

Eccentriciteten, *e*, er et mål for hvor oval ellipsen er. Den går fra 0 ved cirkler til 1 for den fuldstændigt udstrakte ellipse. (Altså en linie.) Eccentriciteten er defineret som:

$$e=\sqrt{1-\left(\frac{b}{a}\right)^2} \qquad (7)$$

Afstanden fra brændpunktet til det nærmeste punkt på ellipsen kaldes *pericenterafstanden*, r_p, og det fjerneste punkt kaldes for *apocenterafstanden*, r_a. Apo- og pericenterafstandene kan bestemmes vha. følgende formler:

$$r_a=a\cdot(1+e) \text{ og } r_p=a\cdot(1-e) \qquad (8)$$

I Solsystemet er apocenter omdøbt til aphel, og pericenter er omdøbt til perihel, da legemerne kredser om Solen – helion på græsk.

II.1.5.2 Mekanisk energi samt banehastighed af en planet

Alle ellipserne på figur 55 har samme halve storakse, men forskellige lilleakser. De to akser er nøje forbundet med to fysiske størrelser – *energien* og *impulsmomentet*. Energien bestemmer længden af den halve storakse, mens impulsmomentet bestemmer, hvor udstrakt ellipsen er.

Den mekaniske energi er negativ og konstant. Den er en sum af de 2 legemers kinetiske energier samt deres indbyrdes potentielle energi. For eksempel vil systemet bestående af en planet med massen, *m*, i afstanden, *r*, fra Solen, som har massen, *M*, have den mekaniske energi:

$$E_{mek}=E_{kin}+E_{pot}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2+\frac{1}{2}\cdot M\cdot V^2-\frac{G\cdot m\cdot M}{r} \tag{9}$$

Solens kinetiske energi er væsentligt mindre end planetens, da dens hastighed er meget mindre, så derfor udelades den kinetiske energi for Solen ofte. Ovenfor skal tal indsættes i SI-enheder. Gravitationskonstanten $G = 6{,}674\cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Minusset i fortegnet for udtrykket for den potentielle energi skyldes, at man selv kan vælge nulpunkt for den potentielle energi. Med minusset har man valgt fortegnet sådan, at hvis et legeme har en negativ mekanisk energi, betyder det, at det er bundet til systemet. Hvis $E_{\text{mek}} \geq 0$ er legemet frit. Det viser sig ydermere, at hvis $E_{\text{mek}} < 0$ er banen en ellipse, hvis $E_{\text{mek}} = 0$ er banen en parabel og hvis $E_{\text{mek}} > 0$ er banen en hyperbel. Hvis energien går mod nul går den halve storakse mod uendelig. Impulsmomentet for en given bane kan skrives som

$$\vec{L}=m_{planet}\cdot\vec{r}_{planet}\times\vec{v}_{planet}+m_{sol}\cdot\vec{r}_{sol}\times\vec{v}_{sol} \tag{10}$$

Impulsmomentet er konstant ligesom energien.

Formen af ellipsebanen angives ved eccentriciteten, og sammenhængen mellem eccentriciteten og impulsmomentet er givet ved følgende formel

$$e=\sqrt{1+\frac{2\cdot E_{mek}\cdot L^2}{\left(G\cdot M_{sol}\cdot m\right)^2}\cdot\mu} \tag{11}$$

Ovenfor er $\mu = m_{\text{planet}}\cdot m_{\text{Sol}}/(m_{\text{planet}}+m_{\text{sol}})$. Størrelsen kaldes den reducerede masse.

II.1.5.3 Virialteoremet

Virialteoremet udtrykker, at for et himmellegeme kun påvirket af Solen, er summen af det dobbelte af den gennemsnitlige kinetiske energi + den gennemsnitlige potentielle energi = 0. Eller på formelsprog

$$2\cdot<E_{kin}>+<E_{pot}>=0. \tag{12}$$

Den gennemsnitlige potentielle energi beregnes ved afstanden $r = a$, som er den halve storakse.

Hvis vi benytter formlerne (9) og (12) ved at bortsubstituere den kinetiske energi får vi

$$E_{mek}=E_{kin}+E_{pot}=<E_{kin}>+<E_{pot}>=-\frac{1}{2}\cdot<E_{pot}>+<E_{pot}>=\frac{1}{2}\cdot<E_{pot}> \tag{13}$$

Dvs. vi kan nu indsætte a på r's plads i udtrykket for potentiel energi i formel (9), og så får vi

$$a=\frac{-G\cdot m\cdot M}{2\cdot E_{mek}}. \tag{14}$$

Dvs. banens halve storakse afhænger kun af den mekaniske energi.

II.1.5.4 Farten af et legeme der bevæger sig i en ellipsebane

Ud fra (9) og (14) kan vi anføre den mekaniske energi som:

$$E_{mek}=\frac{-G\cdot m\cdot M}{2\cdot a}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2+\frac{1}{2}\cdot M\cdot V^2-\frac{G\cdot m\cdot M}{r}\approx\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2-\frac{G\cdot m\cdot M}{r}$$

Det er nu muligt at bestemme isolere hastigheden i en ellipsebane for en given afstand, *r*

$$v=\sqrt{G\cdot M\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)} \tag{15}$$

Er banen en parabel sættes *a* til uendelig. Er banen en hyperbel duer formlen ikke. Man skal benytte SI-enheder til formlerne 9-15.

II.1.5.5 Newtonsk udledelse af Keplers 2. og 3. lov

Hvis man er interesseret i hvordan fysiske teorier bliver lavet, kan man læse om Newtons udledelse af bevægelsesligningerne for 2-legeme-systemet. Noten *To-legemeproblemet* gennemgår teorien. Den findes på https://astro-gym.dk/Tekster.

Noten gennemgår også, hvordan Newton kunne udlede Keplers love ved hjælp af sin mekanikteori fra 1687. Det er naturligvis ikke overraskende, at Newton kunne gøre dette, da han anvendte Keplers 3 love som en del af fundamentet for sin nye teori – derfor skulle teorien naturligvis også gengive Keplers love.

II.1.6 Opgave. Marsbanen. [27]

I denne skal du konstruere Mars' bane omkring Solen, på samme måde som Kepler gjorde det ud fra Tycho Brahes observationer i starten af 1600-tallet.

Kepler vidste fra tidligere observationer, at det tog Mars 687 døgn at gennemløbe 1 omløb om Solen i forhold til stjernerne. For Jorden tager 1 omløb 365,256 døgn og 2 omløb 730,512 døgn. Hvis derfor Mars observeres et sted i sin bane, vidste han, at det ville tage 687 døgn, før den var samme sted i sin bane, selvom den fra Jorden ikke så ud til at være samme sted på himlen (se figur 56). Ved at tegne positioner og retningslinjer på en skitse af Solsystemet, kunne Kepler ved hjælp af en såkaldt *triangulering* bestemme marsbanens form. Men det krævede, at han havde nøjagtige positioner af Mars' position på himlen med præcist 687 døgns mellemrum. Her kom Thyge Brahes observationer, de nyeste og mest præcise på den tid, "som sendt fra himlen". Dog måtte Kepler for enkelte af dem *interpolere* sig frem til positioner med det nøjagtige tidsinterval.

I tabellen nedenfor ser vi nogle af de observationer, som Kepler anvendte til at bestemme marsbanens form. Tabellen angiver datoen for observationen, Jordens position i Solsystemet (den Heliocentriske længdegrad - i grader og bueminutter[14] fra forårspunktet), samt Mars' position på himlen, set fra Jorden (den geocentriske længdegrad - også i grader og minutter fra forårspunktet).

14 1 bueminut, som skrives 1' svarer til 1º/60.

Dato		Jordens længdegrad (Heliocentrisk)	Mars længdegrad (Geocentrisk)
1a	17/2-1585	159°23'	135°12'
1b	5/1-1587	115°21'	182°08'
2a	10/3-1585	179°41’	131°48'
2b	26/1-1587	136°06'	184°42'
3a	28/3-1587	196°50'	168°12'
3b	12/2-1589	153°42'	218°48'
4a	19/9-1591	5°47'	284°18'
4b	6/8-1593	323°26'	346°56'
5a	7/12-1593	85°53'	3°04'
5b	25/10-1595	41°42'	49°42'

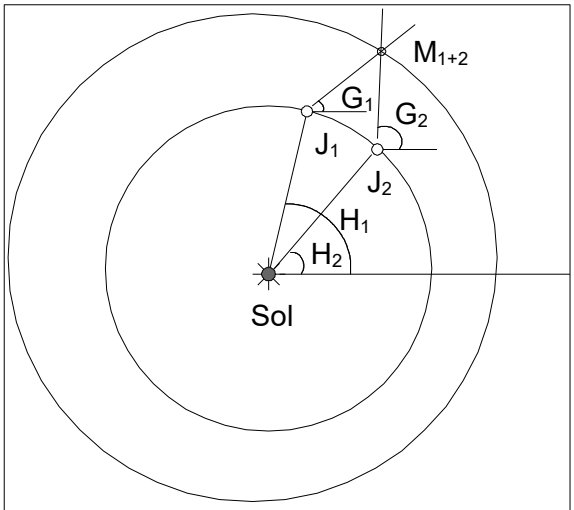
Følg *omhyggeligt* fremgangsmåden herunder og bestem derved Marsbanens form.

Fremgangsmåde

Til denne øvelse skal du bruge mm-papir, en spids blyant, en passer, en lineal, en vinkelmåler, samt knappenåle og sytråd (til at tegne ellipsen).

På midten af mm-papiret skal du tegne en cirkel med en radius på 5 cm. Fra midten og mod højre tegnes en lang lige streg. Cirklen angiver Jordens bane, som er næsten cirkelformet, med Solen i centrum. Linien mod højre angiver retningen mod forårspunktet (i stjernetegnet *Vædderen*), hvorfra vi måler alle vinkler *mod uret*.

Afsæt, ved hjælp af vinkelmåleren de parvise positioner for Jorden på dens bane, J_1 og J_2 udfra vinklerne H_1 og H_2 i tabellen. Marker derefter retningerne til Mars i hver af Jordens positioner, ved hjælp af vinklerne G_1 og G_2, afsat med Jorden som centrum og med 0° langs retningen til forårspunktet (parallelt med linien). Tegn tynde streger fra Jorden langs retningerne til Mars, og forlæng dem til parvis skæring. Mars vil da befinde sig i skæringspunktet, M_{1+2}, mellem de to linier.



Figur 56

Konstruktion af banen

Kepler antog, at observationerne 4a-4b samt 1a-1b gav Marsbanens perihelion P og aphelion A (mindste og største afstand til Solen). Tegn en linie gennem P og A og find midterpunktet C mellem

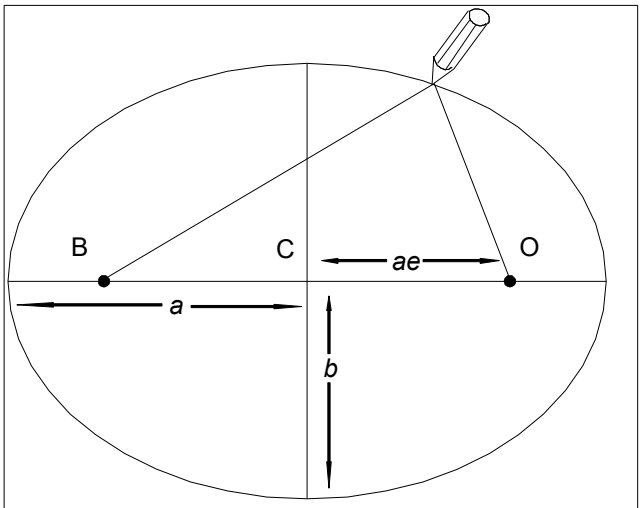
disse positioner. Tegn så en cirkel gennem positionerne med dette punkt som centrum. Denne angiver en 1. approksimation til Mars bane. Vi vil nu vise, at en ellipse tilnærmer banen endnu bedre.

Ellipsens parametre angives ved storaksen, *a*, lilleaksen, *b*, og eccentriciteten, *e*. Storaksen kan findes som halvdelen af afstanden mellem perihel- og aphelpunktet. Linjen gennem P og A angiver storaksen. Eccentriciteten kan findes som forholdet mellem afstanden fra Solen til C og storaksen. Altså

$$e = \frac{OC}{a}$$

Endelig kan vi beregne lilleaksen ud fra formel (7).

Mål med linealen længderne *AP* og *OC* og beregn størrelserne *a*, *b* og *e*. Omregn *a* og *b* til astronomiske enheder (1 AU ~ 5 cm).



Figur 57

Ellipsens andet brændpunkt, B, befinder sig i et punkt på linjen AP på den anden side af C i samme afstand som O. Find dette punkt. Anbring papiret på en papplade (eller en blød masonitplade) og sæt knappenålene i banens to brændpunkter. Læg et stykke snor omkring de to knappenåle og blyantspidsen, og stram den ud til den lige netop kan nå ud til A hhv. P. Tegn nu hver halvdel af ellipsen, idet snoren hele tiden holdes udstrakt medens den glider på blyantspidsen og knappenålene. Snoren må ikke være elastisk, for længden må ikke ændres. Undersøg om ellipsen giver en bedre tilnærmelse til banepunkterne.

Find den mindste og den største afstand mellem Jorden og Mars (i AU). Hvor lang tid går der mellem to observationer, hvor Jorden og Mars er nærmest?

II.1.6.2 Øvelse. Mars' banekonstanter

a) Find Mars' og Solens masse samt Mars' middelafstand til Solen. Beregn den mekaniske energi for Mars.
b) Beregn Mars' omløbstid ved hjælp af Keplers 3. lov.
c) Find Mars' eccentricitet i en tabel (eller benyt dit resultat fra Marsopgaven) og beregn impulsmomentet for Mars.
d) Tegn en graf over Mars' banehastighed, som funktion af afstand. (Du kan finde intervallet af afstande ved at bruge formlerne (8).)

II.1.6.3 Øvelse. Kometnedslag

Kometen Hale-Bopp er lavet af is og grus, og den kan antages kugleformet. Diameteren af kometen er ca. 40 km. Densiteten ϱ = 600 kg/m^3.

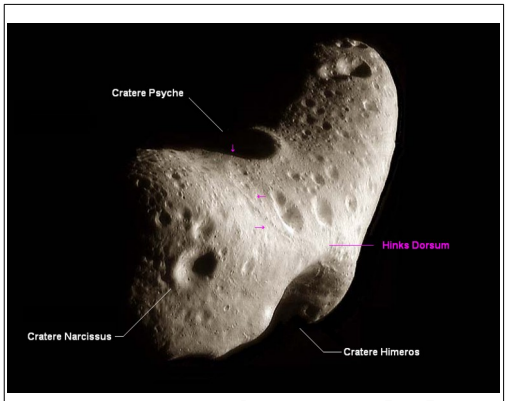
Kometen bevæger sig tilnærmelsesvist på en ellipsebane med *e* = 0,9951 og en hel storakse på 58 mia km, og farten til et vilkårligt punkt i en ellipsebane omkring Solen kan beskrives ved hjælp af formel (15).

a) Skitser banebevægelsen og indtegn storaksen.

b) Opstil et udtryk for kometens kinetiske energi udtrykt ved kometens diameter, d, den halve storakse, a, massefylden af komenten, ϱ, Solens masse, $M_\odot$, gravitationskonstanten, G samt afstanden fra Solen. (NB: Ret svært spørgsmål.)
c) Hvor stor er kometens kinetiske energi, når den befinder sig i afstanden 1 AU?
d) Antag at Jorden står stille, og at kometen og Jorden kolliderer. Beregn den energimængde, der afsættes ved nedslaget.
e) Angiv energien i enheder af "Hiroshima-atombomber." (Energien af den bombe, som blev smidt over Hiroshima frigav 80 TJ.)

II.1.6.4 Øvelse. Rumsonden NEAR. [28]

Den amerikanske rumsonde NEAR har i perioden februar 2000 til februar 2001 kredset omkring asteroiden Eros og grundigt kortlagt dens overflade. Den 12. februar 2001 blev NEAR den første rumsonde, der landede på en asteroide. For Eros bane om Solen gælder følgende banedata r_a = 1,783 AU og r_p = 1,133 AU.



Figur 58: Asteroiden EROS. [59]

a) Beregn banens halve storakse og excentriciteten.
b) Beregn omløbstiden for Eros.

I aphel har Eros en fart på 19,7 km/s.

c) Beregn farten i perihel.

Vi tænker os, at NEARs raketmotorer blev slukket i en højde af 100 meter over overfladen på et tidspunkt, hvor NEAR var i hvile i forhold til Eros. Tyngdeaccelerationen på Eros kan sættes til 0,01 m/s^2.

d) Beregn faldtiden for NEAR og den fart, hvormed den når overfladen. Du kan bruge formlen her til at finde tiden: $\Delta s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$.

II.1.6.5 Øvelse. Giacobini-Zinner. [28]

Kometen Giacobini-Zinner blev opdaget i år 1900 og i 1985 udforsket af en amerikansk rumsonde. Kometen har en omløbstid på 6,6 år, og dens aphelafstand er 6,0 AU.

a) Beregn banens halve storakse samt perihelafstanden.
b) Beregn banens eccentricitet og skitser kometbanen.

II.1.6.6 Øvelse. Jordens fart

Antag at Jorden bevæger sig i en cirkelbevægelse med konstant fart. Benyt tabellen på næste side til at beregne den hastighed, som Jorden bevæger sig med rundt om Solen.

II.1.6.7 Øvelse. Størrelsesforhold i Solsystemet

For at få en fornemmelse for Solsystemets størrelse kan det være nyttigt at lave en model over systemet. Man kan lave forskellige modeller:

a) En fuldstændig skalatro model over planetsystemet hvor man også tager højde for Solens- samt planeternes diametre. (Denne model kræver en kilometerlang sti.)
b) En opdeling af Solsystemet i et indre- og et ydre system.
c) Man kan undlade at tage højde for Solens og planeternes indbyrdes størrelsesforhold og kun fokusere på planetbanerne.

På næste side findes en tabel med de relevante data.

1. Vælg en af modellerne, der er nævnt ovenfor.
2. Udmål det længste område, du kan finde på din skole.
3. Bestem en passende passende skalafaktor for din model.
4. (Ej nødvendigt ved model c). Benyt kugler til at repræsentere planeterne. Du kan bruge alt fra kuglelejer til pilatesbolde. Anbring boldene i de afstande, du har regnet dig frem til.

	Middelafstand fra Solen AU	Middelafstand fra Solen 10^6km	Diameter km	Siderisk omløbstid År	Banens excentricitet	Baneplanens vinkel med ekliptikas plan* °
Merkur	0,387	57,9	4879	0,241	0,2056	7,00
Venus	0,723	108,2	12104	0,615	0,0068	3,39
Jorden	1,000	149,6	12742	1,000	0,0167	0,0
Mars	1,524	228,0	6779	1,881	0,0934	1,85
Jupiter	5,203	778,3	139822	11,862	0,0484	1,31
Saturn	9,539	1427,0	116464	29,458	0,0557	2,49
Uranus	19,18	2869	50724	84,014	0,0472	0,77
Neptun	30,06	4497	49244	164,793	0,0086	1,78
(Pluto)	39,44	5900	2390	248,43	0,250	17,17
Solen			1392000			

II.1.6.8 Øvelse. Afstandsskalaer

Åbn programmet "Scale of the Universe 2", som findes på adressen http://htwins.net/scale2/ og besvar nedenstående spørgsmål.

Figur 59: M51, også kaldet Whirlpoolgalaksen. [31] Dens afstand til Mælkevejen er 7,27 Mpc. (Afstanden er dog usikkert bestemt.) [41]

1. Hvilke længdeskalaer er naturlige at bruge, når vi undersøger
   a) atomer
   b) atomkerner
   c) stjerner
   d) galakser
   e) afstanden mellem galakser

2. Info om partikler.
   På webstedet kan man trykke på de forskellige legemer, og så angives data for dem.

   a) Hvor stor er en kvark?
   b) Hvor stor er en neutrino?
   c) Hvad er massefylden af en U-238 kerne?

d) Hvor stor er et brintatom samt en proton?
e) Hvis protonen skaleres op til Jordens størrelse, hvor langt væk skal elektronen så være?

II.2 Liv i Solsystemet og rummet i øvrigt

II.2.1 Indledning

Mennesker overalt fra alle kulturer og religioner stiller før eller siden sig selv spørgsmålet om, der findes liv andre steder end på Jorden. Som nedenstående argumenter antyder, spiller det ikke nogen større rolle, om man er religiøs eller ej, for at kunne svare ja til spørgsmålet.

Hvis man antager, at livet er blevet dannet ved en tilfældighed, er det logisk også at antage, at livet er dannet i andre stjernesystemer ved tilfældighedernes spil. Bare mulighederne er til stede, skulle livet kunne udvikle sig. Da der alene i Mælkevejen er milliarder af stjerner, der er tilstrækkeligt isolerede til at have mulighed for stabile planetsystemer, og da der findes i hvert fald 125 milliarder galakser, så skulle der nok også være mulighed for, at livet er opstået på flere planeter i Universet. [48]

Hvis man ikke tror på tilfældighederne i livets opståen, men hælder til en skabelse lavet af en højere intelligens, kan man alligevel godt formode, at livet findes mange andre steder. For hvorfor skulle Gud/Skaberen lave så mange galakser/stjerner/planeter og så kun sætte liv på en eneste? Dette ville forekomme som en ren ødslen med plads.

Et er at føre rundbordsdiskussion om, der findes liv på andre planeter, noget andet er at kigge efter på en nogenlunde fornuftig måde. Enhver kan jo forestille sig, at det er umuligt at undersøge alle stjernesystemer hele tiden, og det er med vores teknologi også umuligt at rejse ud til de andre stjernesystemer og kigge efter. Eftersom der er 1,31 pc [15] til vores nærmeste nabo, Proxima Centaurus, vil det tage i størrelsesordenen 100 000 år for et rumskib at flyve derud, hvis man bruger almindelige raketter. (Med ion-motorer går det hurtigere – så er rejsetiden ca. 10 000 år.)

At lede efter ekstraterrestrielt[16] liv synes som en formidabel opgave, men alligevel er der forskere, der har sat opgaven i system, og de har dermed dannet en ny videnskabsgren – *astrobiologien.*

II.2.2 Astrobiologi

Nedenstående er et ekstrakt af NASA's egen forklaring på, hvad astrobiologi er. Interesserede kan læse mere på adresserne astrobiology.nasa.gov samt www.seti.org. De spørgsmål, der i astrobiologien ønskes besvaret, er:

h) Hvordan opstår og udvikler liv sig?
i) Eksisterer der liv andre steder i Universet?
j) Hvad indeholder fremtiden for livet på Jorden og uden for Jorden?

I dag er der opdaget tusinder af exoplaneter, man har opdaget, at livet set under et er langt mere levedygtigt end hidtil antaget (se tabel 7 på næste side for eksempler på særligt levedygtige organismer - de såkaldte ekstremofiler), der er tydelige spor efter vand på Mars og andre kloder; livet på Jorden opstod for ca. 3,8 milliarder år siden, dvs. 'kun' ca. 700 millioner år efter, at Solsystemet blev dannet, og livsformer fra Jorden kan overleve i flere år i rummet uden særlig

15 1 pc = 3,26 lysår = $3{,}086 \cdot 10^{16}$ m.
16 Ekstraterrestielt = udenfor Jorden.

beskyttelse. Derfor må der også være basis for at fremkomme med tesen, at liv også er muligt at finde andre steder end her på Jorden.

Liv på grænsen	
Sted/tilstand	**Livsform**
Varmeste, 113 °C, (Vulkanø, Italien.)	Pyrococcus furiosus
Koldeste. (Antarktis.)	Crypotendolithotrophs
Dybeste, 3,5 km. (Landområder.)	Bakterier fundet i underjordiske klipper.
Sureste miljø, pH < 0.	Uklassificerede organismer voksende på materialer i huler.
Mest alkaliske miljø, pH > 11.	Alkaliphiliske bakterier.
Højeste strålingsmiljø, 50 kGy	Deinococcus radiodurans.
Ubeskyttet i rummet, 6 år.	Bacillus subtilis.
Længste rejse ubeskyttet, Kamera på Månen. (3 år).	Streptococcus mitis.
Længste dvaletilstand, 20-40 Myr. Fundet i tarm på rav-indhyllet bi.	Bakterier.
Dybest og højeste tryk, *p* = 1200 atm. (Marianergraven.)	Dybhavsdyr.
Mest salte område, 30 % saltkoncentration.	Halophiliske bakterier.

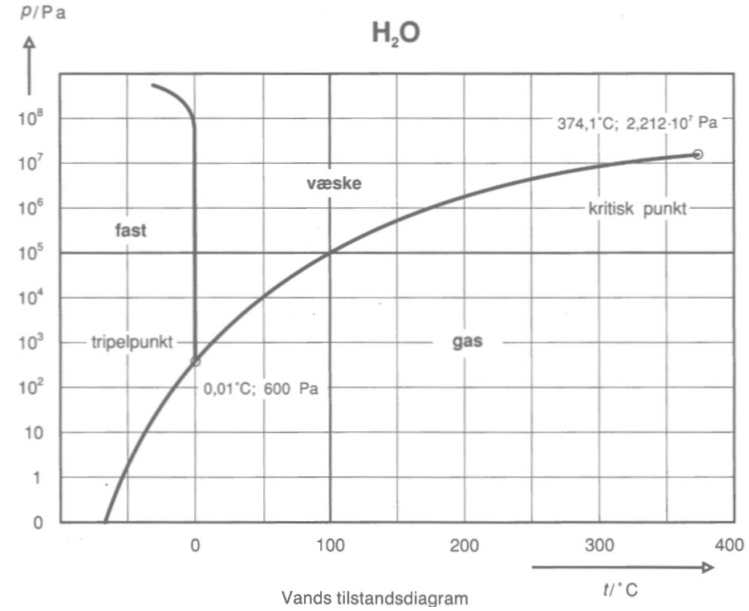
Tabel 7. Eksempler på ekstremofiler – bakterier, der kan overleve i omgivelser, man ikke normalt forbinder med at kunne opretholde liv.

En biologisk tilgang til astrobiologien[17] er gennemgået i noten *Astrobiologi af Vagn Kjeldsen*. (Se noten på astro-gym.dk.)

II.2.3 Betingelser for liv

II.2.3.1 Flydende vand

For at celler, som vi kender dem, skal kunne eksistere, skal de have et opløsningsmiddel at fungere i. Her på Jorden er vand det oplagte opløsningsmiddel, fordi der findes store mængder af det i Jordens lithosfære, og vandmolekyler er polære, dvs. de ødelægger ikke fedtceller, som cellemembraner er lavet af.



Figur 60: Tilstandsdiagram for H2O. [29]

Vi kender normalt vand som værende flydende i temperaturintervallet 0-100 ºC. Dette er dog under forudsætning af, at trykket er omkring 1 atm. (1 atm = 1013 hPa.) Som figur 60 viser, kan vand være flydende ved andre temperaturer end i intervallet 0-100 ºC, såfremt det findes under andre tryk.

Af figuren kan man se, at vand kan være flydende fra omtrent -25 ºC (Tryk omkring 0,7 GPa) og op til 374,1 ºC. (Ved trykket 22,12 MPa.) Til højre for det kritiske punkt, opfører vand sig anderledes, og det vil vi ikke se på her.[18]

17 Man kan nok med nogen ret sige, at ægte astrobiologi *kræver* inddragelse af biologi.

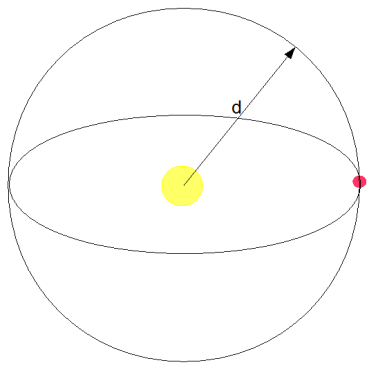
18 På smeltegrafen står temperaturen 0,01 ºC anført – den gælder ved 600 Pa. Ved 1013 hPa er temperaturen faldet til 0,0 ºC. (Smeltegrafen hælder med hældningstallet $-1{,}29 \cdot 10^7$ Pa/K.)

II.2.3.2 Livszonen

Solen eller en anden stjernes tilsyneladende lysstyrke, *F*, aftager som afstandskvadratloven, der er vist på figur 61. Fluxen ved planeten kaldes for *solarkonstanten*, og den kan beregnes ved hjælp af formlen

$$F = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \tag{16}$$

For Solen er $L = 3{,}846 \cdot 10^{26}$ W.



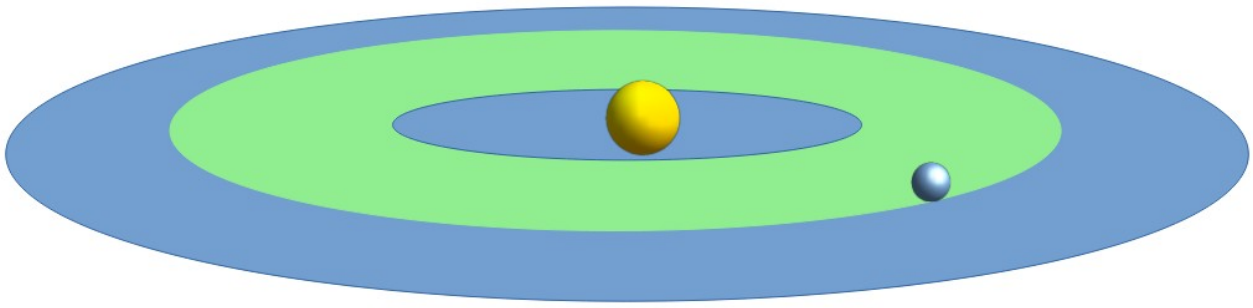
Figur 61: Solens effekt fordeles på et kugleformet areal, hvis radius d bestemmes af planetens afstand til Solen.

Man definerer det afstandsinterval fra Solen – eller en anden stjerne, hvor chancen for at finde flydende vand er til stede for *livszonen.* For en planet med en atmosfæren som Jordens, forventer man at solarkonstanten må variere i intervallet

$$F \in [800\,;1700]\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^{2.}} \tag{17}$$

I dag er solarkonstanten målt til 1368 W/m^2. Hvis atmosfæren på en exoplanet er anderledes end Jorden kan tallene variere meget. Faktisk er der forskere, der mener, at fluxintervallet kan ligge i intervallet [14; 9470] W/m^2. [57]

Livszonen kan illustreres som vist på figur 62.



Figur 62: Det grønne bælte skal illustrere det afstandsinterval, hvor der er chance for at finde flydende vand på planetens overflade.

II.2.3.3 Atmosfærestabilitet

Foruden flydende vand skal en atmosfære også være stabil. Dvs. trykket, densiteten og temperaturen skal være ret konstante. Sollyset vil langsomt fordampe en atmosfære, hvis ikke den får tilført nyt materiale. Denne tilførsel kan for eksempel ske ved jordskælv og vulkanudbrud, hvor gas fra planetens indre kan tilføres atmosfæren.

Gasmolekylerne i atmosfæren bevæger sig med forskellige hastigheder, og hastighederne er fordelt efter en såkaldt *Maxwell-fordeling*, dvs. der vil næsten altid være nogle molekyler som bevæger sig så hurtigt, at de kan forlade atmosfæren. Jo varmere atmosfæren er, des flere kan forlade den. Det viser sig, at gennemsnitshastigheden af gasmolekylerne er givet ved formlen

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_m^2=\frac{3}{2}\cdot k\cdot T \Leftrightarrow v_m=\sqrt{\frac{3\cdot k\cdot T}{m}}=158\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\sqrt{\frac{T}{m(u)}} \tag{18}$$

Ovenfor er Boltzmanns konstant k = 1,381·10^{-23} J/K.

Det kan vises, at betingelsen for at en atmosfære er stabil, kræver at følgende sammenhæng mellem middelhastigheden, v_m, af molekylerne og deres undvigelseshastighed, v_e, skal være opfyldt

$$v_m<\frac{1}{6}\cdot v_e=\frac{1}{6}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{R}}, \tag{19}$$

hvor G = 6,674·10^{-11} Nm^2/kg^2, M er planetens masse, og R er dens radius. (Alt indtastes i SI-enheder.) [28]

II.2.3.4 Kulstofkredsløbet

For livet her på Jorden sørger atmosfæren for, at der er en nogenlunde konstant mængde kuldioxid i vores atmosfære – i hvert fald hvis tidsskalaen ligger i størrelsesordenen nogle få tusinde år.

Betragt figur 63. En vulkan udspyr aske og røg, som indeholder CO_2. Kuldioxiden reagerer med vandet, som findes i atmosfæren. Dermed laves kulsyre. Reaktionsskemaet ser ud som vist herunder.

$$H_2O+CO_2\rightarrow H_2CO_3 \tag{20}$$

Kulsyren kan regne ned på enten jordoverfladen eller i havet. Rammer den jordoverfladen kan den reagere med f. eks. kalciumsilikat. Processen kan gå to veje, og danne kalciumcarbonat, $CaCO_3$, og/eller en form for kiselsyre, H_4SiO_4. [51].
Reaktionsskemaerne er vist nedenfor.

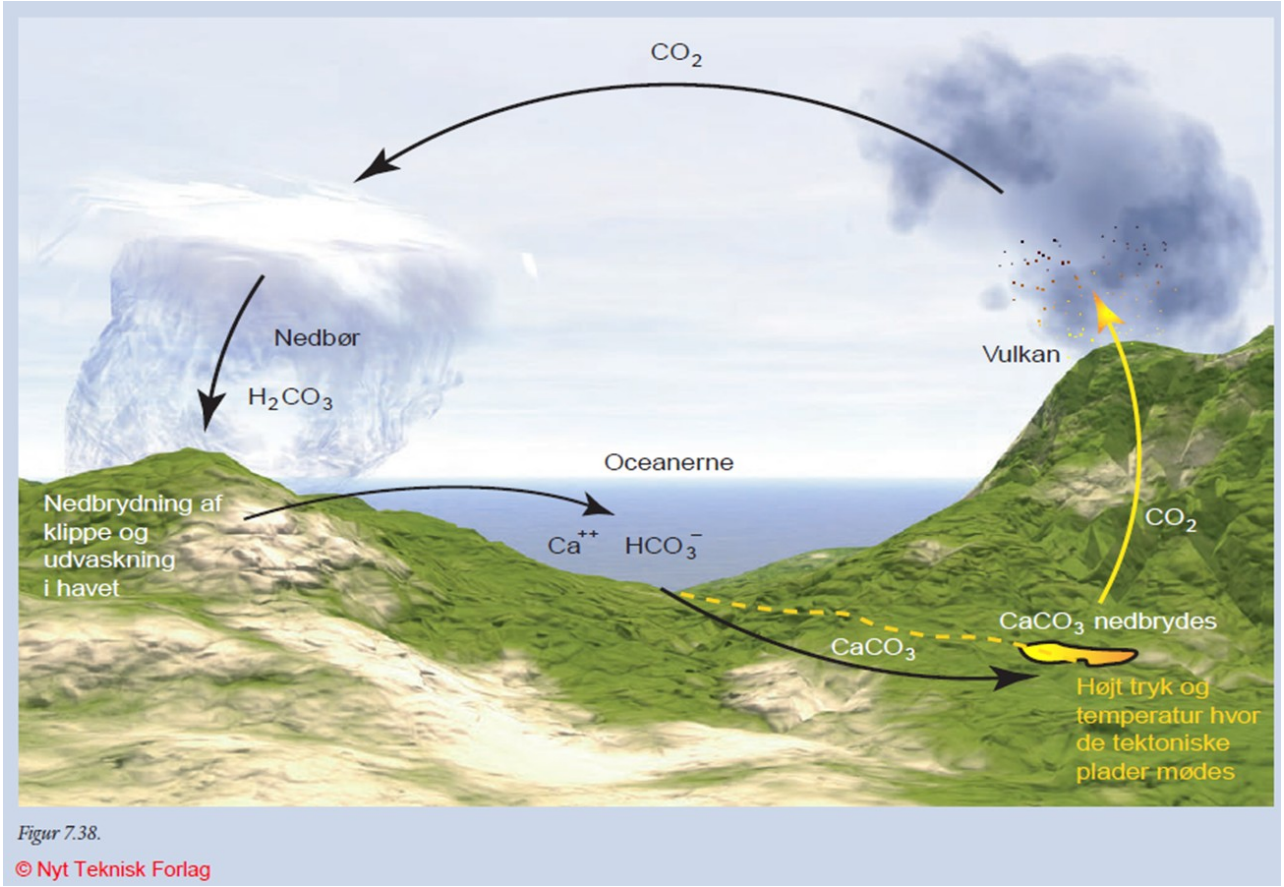
$$2H_2CO_3+Ca_2O_4Si\rightarrow 2CaCO_3+2H_2O+SiO_2 \tag{21}$$

$$2H_2CO_3+Ca_2O_4Si\rightarrow H_4SiO_4+2CaCO_3 \tag{22}$$

Hvis kulsyren rammer havet, dannes hydrogencarbonat, hvis reaktionsskema står nedenfor.

$$H_2CO_3+H_2O\rightarrow H_3O^+ + HCO_3^- \tag{23}$$

Kalciumkarbonaten findes på ion-form i vandet, og Ca^{++} kan bruges af plankton og alger til at bygge skeletter. Kuldioxiden i hydrogenkarbonaten eller kulsyren kan planter på land og i vandet bruge til at danne kulstofforbindelser. Når plantelivet dør, kan det presses ned under jordoverfladen og danne hydrocarboner, dvs. gas, olie og kul, som kan lagres i millioner af år – med mindre mennesket altså graver dem op og forbrænder dem og derved ændrer i kulstofkredsløbet.



Figur 63: Model af kulstofkredsløbet. [28]

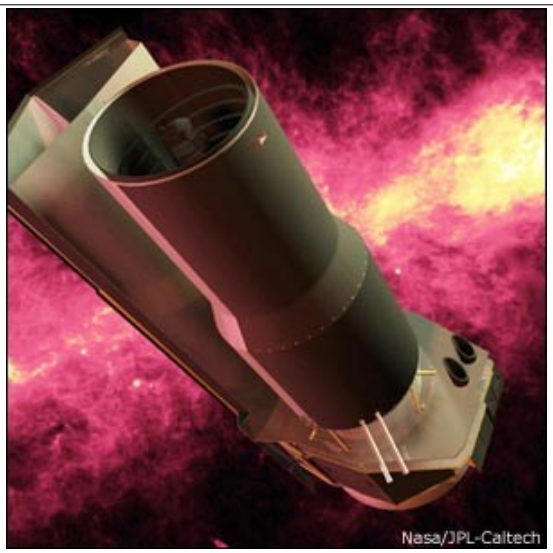
Interesserede kan læse mere om kulstofkredsløbet i [51].

II.2.4 Bestemmelse af temperatur og tryk på fremmede kloder

II.2.4.1 Satellitmålinger

Her på Jorden er det ret nemt at måle tryk og temperatur, da vi let kan anbringe et barometer og et termometer i de områder, vi vil udforske. Men hvordan gør man på fremmede kloder?

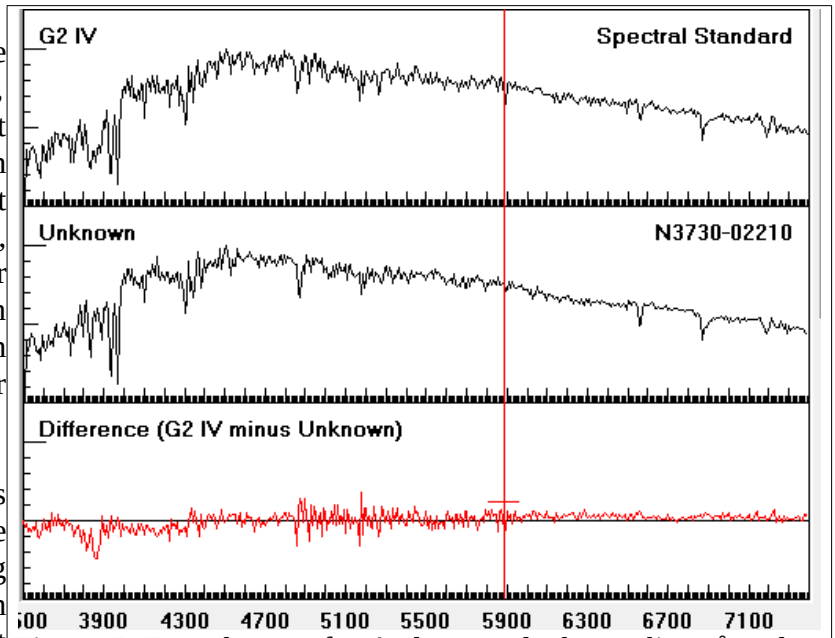
Svaret for Solsystemets planeter er i princippet indlysende simpelt – man bygger en rumsonde, som flyver hen til de ønskede planeter, og så måler man parametrene, hvorefter resultaterne sendes tilbage til Jorden. På den måde kender vi allerede data for flere af Solsystemets planeter og Måner. Se tabel 8.



Figur 64: NASA har lavet Spitzer Space Telescope. Et infrarødt observatorium. [31]

Hvis man derimod vil bestemme tryk og temperatur for kloder udenfor Solsystemet, kan man med vores teknologi ikke flyve måleudstyr derhen. Derfor må man ty til andre metoder. Man kan for eksempel måle temperaturen på en fjern planet vha. kikkerter. Således har Spitzer Space Telescope f.eks. målt dag- og nattemperaturer på en Jupiterlignende planet, *υ And* b, (udtales: ypsilon andromedae b) omkredsende stjernen *υ Andromeda*.

Der er fundet 3 planeter om denne stjerne, og de hedder *υ And -b, -c, -d*. Metoden går ud på at måle det infrarøde lys, som planeten udsender. Hvis man måler det igennem et gitter eller et prisme, opspaltes lyset ved diffraktion eller brydning til et spektrum. Hvis man analyserer spektralinjerne, kan man bestem-me temperaturen. Se figur 65.



Figur 65: Et spektrum af υ And – men det kunne lige så godt være fra en planet.

Resultatet for planeten var, at dens atmosfæretemperatur varie-rede med over 1400 ºC mellem nat og dag! Dvs. vi med sikker-hed kan sige, at liv, som vi kender det, slet ikke har en chance på den klode. [32]

At måle temperatur og tryk i en exoplanetatmosfære kan som sagt ske ved, at man analyserer spektrallinjerne[19] fra lyset, som atmosfæren udsender. Denne teknologi bruges allerede nu for stjerneatmosfærer. Efterhånden som den teknologiske udvikling giver bedre måleudstyr, vil man sikkert engang i fremtiden kunne måle temperatur og trykforhold på planeter langt fra vores solsystem.

Læseren kan f. eks. besøge James Webb-teleskopets hjemmeside og læse mere om teleskopet og dets resultater.

19 Læs mere her: http://www.faqs.org/faqs/astronomy/faq/part7/section-3.html

(Små)Planet/månenavn	Atmosfæretemperatur (K) Min-Gennemsnit-Max	Atmosfæretryk (MPa)
Merkur	90-**440**-700	~0
Venus	228[20]-**737**-773	9,2
Jorden	185-**287**-331	0,1013
Månen	40-**250**-396	$3\cdot10^{-16}$
Mars	133-**210**-293	$0{,}7\cdot10^{-3}$-$0{,}9\cdot10^{-3}$
Jupiter	110-**152**-XXX	0,070
Saturn	82-**143**-XXX	0,140
Uranus	59-**68**-XXX	0,120
Neptun	50-**53**-XXX	>>0,100
Pluto	33-**44**-55	$0{,}30\cdot10^{-6}$

Tabel 8. [30]

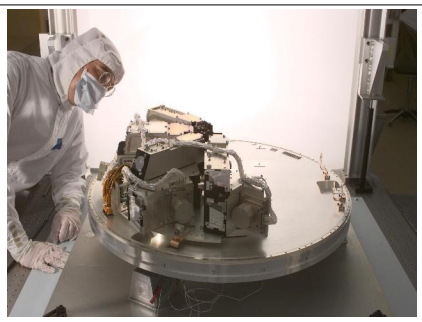
II.2.4.2 Spitzer – fakta

Spitzer-observatoriet består af en kikkert med en spejldiameter på 0,85 m. Der er tilsluttet udstyr til kikkerten, så observatoriet kan måle lys i bølgelængdeområdet 3-180 µm.

Kikkerten er bygget af Lockheed-Martin, og udstyret er lavet af Cornell University, University of Arizona samt Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics.

Parameter	Value
Total Observatory mass at launch	861 kg
Dimensions (height × diameter)	4.5 m × 2.1 m
Average operating power	375 W
Solar array generating capacity at launch	500 W
Nitrogen reaction control gas at launch	15.59 kg
Estimated reaction control gas lifetime	17 yr
Mass memory capacity	2 Gbytes
Telescope primary diameter	0.85 m
Telescope central obscuration	14.2%
Superfluid helium at launch	337 l
Estimated nominal cryogenic lifetime	5.3 yr
Data transmission rate (high-gain antenna up to 0.58 AU from Earth)	2.2 Mb s^{-1}
Command communication rate	2 kbps

Tabel 9. Lidt Spitzerdata. [32]



Figur 66: Spektrometer, IRS, til at analysere det infrarøde lys. Der er yderligere to instrumenter om bord. Et fotometer samt et infrarødt kamera. [32]

Kikkerten blev anbragt i sin bane i 2009, og den flyver i en bane omkring Solen med afstanden 1 AU, men 0,62 AU efter Jorden, i et såkaldt Lagrange-punkt.

Apparaturet

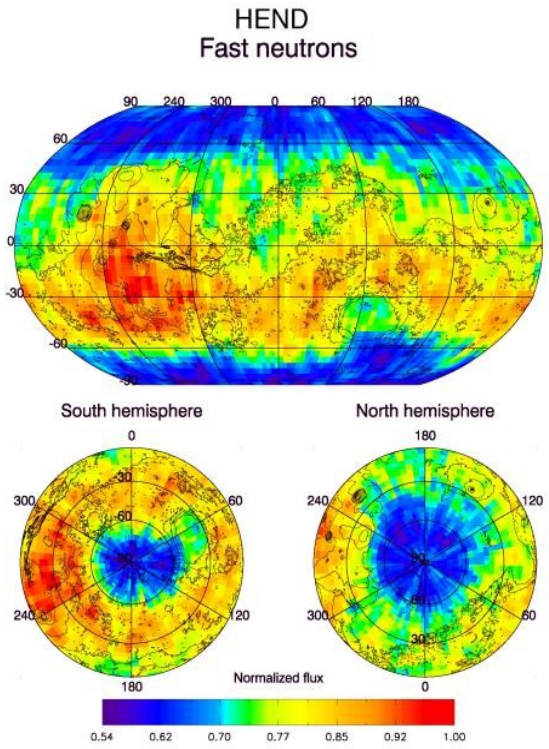
På figur 64 og 67 kan du se Spitzer-satellitten, inden den blev opsendt samt noget af det udstyr, der er installeret i teleskopet.

20 Gælder kun i øverste skyer.

Podcasts

Hvis du vil vide mere om forskellige resultater fra Spitzer-missionen, kan du prøve dette websted: https://www.spitzer.caltech.edu/. Her kan du også se en podcast omkring målingen af en planets temperatur.

Figur 67: Spitzer inden affyringen i en Delta II-raket. [32]



Figur 68: Den blå farve viser områder med megen hydrogen. Billedet er taget af Mars Odessey i 2001. [31]

II.2.5 Steder at søge efter livsbetingelser

II.2.5.1 Det nære solsystem

Figur 69: Området Nanedi Valles hvor væske har skabt et flodleje. Det er lidt usikkert, hvordan 'floddeltaet' er dannet, men det må have været et flydende materiale. Billedet er taget af sonden Mars Express. [33]

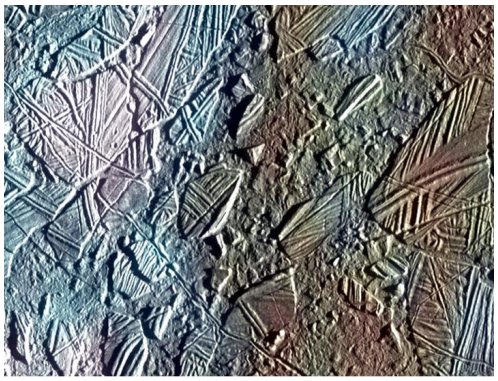
Vi ved, at Jorden ikke er det eneste sted, hvor der enten er eller har været flydende stoffer. Nedenfor er der et kort oprids af interessante steder at undersøge for liv.

Mars
Mars har engang haft flydende vand på overfladen, men efter at planetens varmeproduktion[21] er aftaget, er vandet henholdsvis fordampet, frosset ned ved polerne, eller er under Mars-overfladen. Flydende vand kan muligvis eksistere i underjordiske lommer, og der kan der være mulighed for at finde liv. Figur 68 viser hvor der er høj koncentration af hydrogen på Mars' overflade. Hydrogen er hovedbestanddel i vand, men det findes også i mange andre forbindelser. Derfor er det ikke et helt sikkert bevis på, at der er tale om vand. På figur 69 kan man dog se udtørrede flodlejer.

Pr. 15/3-07 er det lykkedes forskere fra ESA/NASA at finde frossen vand på Mars' sydpol. Området er på størrelse med Texas, og det er ca. 3,7 km tykt. Hvis sådan en klump is smeltede, ville den kunne dække hele planeten i et 11 m tykt vandlag. Dermed må mysteriet om, hvor Mars' forsvundne vand er, være løst. Det meste har været der hele tiden. Man kan læse mere her: http://www.esa.int.

Europa
Galileo-missionen har vist, at Jupiters måne, Europa, måske har et flydende hav under dets iskappe. Astrobiologer vil i fremtiden undersøge nærmere, om der er flydende vand på Europa, samt om der findes præbiologiske organiske stoffer. (Stoffer, der bruges som byggestene for liv.)

På figur 70 kan man se Europas rillede overflade, som indikerer, at der er flydende materiale under overfladen. Det gør den interessant for astrobiologerne.



Figur 70: Europa set på tæt hold.[34]

Titan

21 Stenplaneters varmeproduktion kommer fra henfald af radioaktive isotoper i planeten. Hvis planeten er på Mars' størrelse, vil forholdet mellem rumfanget og overfladearealet være så lille, at planeten afkøles hurtigere end for eksempel Jorden. Derved ophører vulkaner samt jordskælv tidligt i planetens 'liv', og atmosfæren degenererer dermed. Uden atmosfære vil drivhuseffekten på planeten ophøre, og den vil blive afkølet kraftigt.

Saturn-månen Titan er den eneste måne i Solsystemet med en tyk atmosfære samt en avanceret sammensætning af organiske molekyler. Atmosfæren består, ligesom vores egen atmosfære, primært af kvælstof.

Figur 71: Titans overflade. [35]

Cassini-missionen lod i 2005 en probe svæve ned gennem Titans atmosfære og proben foretog målinger undervejs. Senere målinger har blandt andet påvist aminosyrer samt 5 nukleotidbaser, som kan bruges til at bygge DNA. Det er adenin, cytosin, thymin, guanin og uracil og aminosyrerne er glycin og alanin. [49]

Nogle af resultaterne fra missionen kan du finde på Internettet. (Se også opgave II.2.6.6)

Kometer
Vi ved allerede nu, at kometer indeholder store mængder vand samt aminosyrer. Kometerne har muligvis leveret aminosyrer til Jorden, før livet opstod. Da kometer ofte kommer meget tæt på Jorden, er det oplagt at undersøge disse. Derfor er der flere projekter i gang, som skal udmønte i sonder, der sendes mod kometer for at tage prøver og sende dem retur til Jorden.

For eksempel fløj sonden *Stardust* (opsendt 7/2-1999) til kometen Wild 2, ankom i januar 2004, tog prøver og returnerede dem til Jorden, så vi fik dem i 2006. På Wild 2 fandt man også glycin, og man fandt mange spændende egenskaber ved kometer. Du kan læse mere på siden: http://stardust.jpl.nasa.gov/news/news116.html.

Muses-C/Muses-CN lettede i januar 2002 og skal hjembringe prøver fra asteroiden 25143 Itokawa.

Rosetta-missionen, som startede 2/1 2004 fløj mod komet 67 P/Churyumov-Gerasimenko og landede på kometen i 2014. Landingsmodulet Philae studerede kometens overflade, indtil den løb tør for strøm. Der findes opdaterede oplysninger om denne mission på webstedet http://rosetta.esa.int/.

Figur 72: En tegners ide om hvordan Phoenix ser ud på overfladen af Mars. [36]

Der er mange flere missioner, som er beskrevet på hjemmesiden http://astrobiology.nasa.gov/missions.

II.2.5.2 Phoenix-missionen (Mars)

I forrige afsnit kunne man læse om egnede steder at undersøge. Mars har allerede været besøgt flere gange, men vi er slet ikke færdig med den planet endnu.

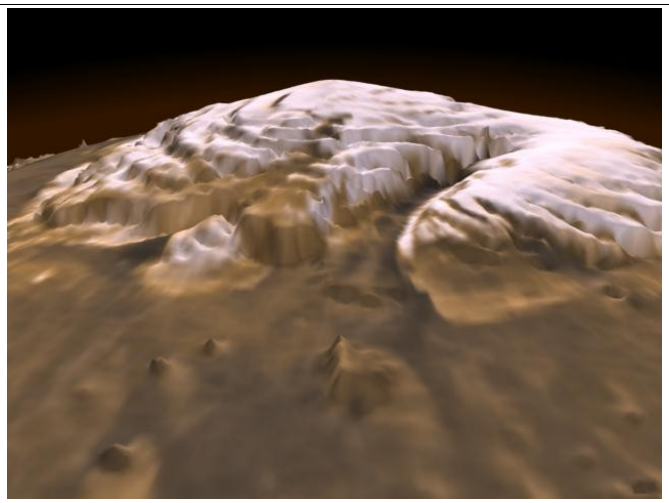
Phoenix-missionen gik ud på at anbringe et måleapparat på Mars. Dette apparat målte indholdet af H_2O og diverse mineraler i marsjorden, samt mængden af CO_2 i atmosfæren. Marsjordens pH-værdi skulle også bestemmes. Disse data giver mulighed for at finde ud af om Mars-mudder kan danne grobund for liv.

De tre hovedspørgsmål, der søges besvaret er

1. Hvordan har den tidslige udvikling af vand ved Nordpolen på Mars set ud?
2. Er der mulige levesteder for mikrober?
3. Hvilke muligheder for liv er der i området mellem is og mudder et stykke nede i Marsjorden?

Måling på H_2O

I dag er der kun vandis eller vandgas på Mars' overflade. Flydende vand findes normalt ikke. Der er dog tegn på nylige vandudslip fra undergrunden, men når dette vand når op til overfladen, fordamper det meget hurtigt, så flydende vand på overfladen er yderst sjældent og meget kortvarigt.



Figur 73: Tre-dimensionelt billede af Mars' nordpol. Billedet er lavet af Mars Orbiter Laser Altimeter. Kappen er ca. 1200 km i diameter og isen er på det tykkeste sted 3 km. Der er kløfter over 1 km dybe. Islaget er i gennemsnit 1,03 km tykt og rumfanget af isen er $1{,}2 \cdot 10^6$ km^3. (Det svarer til ca. halvdelen af Grønlands iskappe.) [37]

Flydende vand fandtes måske ved polerne for bare 100 kyr siden. Grunden til, at Marspolerne med ca. 100 kyr tidsrum kan have flydende vand, skyldes, at Mars' rotationsakse flytter sig – ligesom rotationsaksen på en snurretop ændrer sig, når farten af den aftager.

Dette er interessant, da astrobiologer i dag har fundet ud af at f.eks. sporer kan overleve i iskolde-, iltfrie- og helt tørre omgivelser i millioner af år, for, når de rette betingelser igen opstår, at genoptage stofskiftet.

Ved at undersøge is fra polerne er det håbet, at meteorologer bliver så gode til at modellere Marsklimaet, at de vil kunne blive i stand til at forudsige, hvor evt. flydende vand vil opstå i fremtiden.

Nordpolsisen udgør kun 10 % af den krævede vandmængde for at have vand nok til ur-havet på Mars. Den resterende vand ligger på Sydpolen samt nedfrosset under det meste af Mars' overflade. Dermed er der også en lille chance for, at der findes underjordiske steder på planeten, der har flydende vand.

Men hvorfor er vand nu så vigtigt?

Hvis celler skal kunne overføre kemiske forbindelser (ioner), skal det ske i et opløsningsmiddel. Vand er et sådant middel, og vand har også den egenskab, at det ikke ødelægger cellerne. Et opløsningsmiddel som f. eks. alkohol opløser fedt, hvilket kan ødelægge celler.

Vanddamp og is er også opløsningsmidler, men deres evne til at transportere kemiske forbindelser er meget ringere end for vand, og dermed vil celleprocesser gå ganske langsomt.

Celleprocesser kræver proteiner som katalysatorer i deres stofskifte, og proteiner kræver vand for at kunne katalysere ordentligt.

Vand har også den klare fordel, at det er flydende over et relativt stort temperaturinterval, og når det endelig fryser, så flyder isen ovenpå og virker som isolering for vandlagene nedenunder.

Endelig har vand den fordel, at vandmolekyler er polære – dvs. kemiske forbindelser som salt og sukker er letopløselige i vand, mens fedtstoffer ikke er. Derfor kan energi nemt transporteres i vand, og cellemembraner, som er lavet af fedt, går ikke i stykker i vand.

Jordbundsanalyse

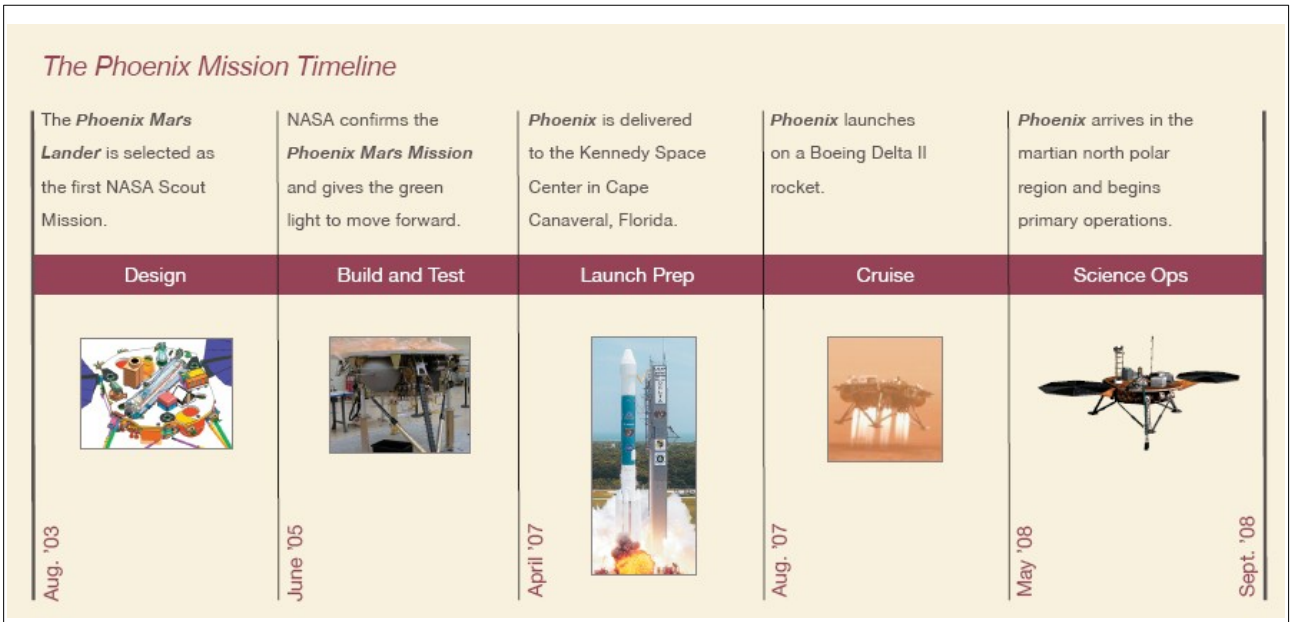
Phoenix-roveren kan grave jordprøver op og opvarme jorden i små ovne, så den afgiver nogle af de gasser, som den indeholder. Disse gasser opfanges af en gas-analysator, som derefter kan måle mængden af CO_2, vanddamp, kvælstof, kulstof og fosfor. Dermed kan man finde ud af om Marsjorden har tilstrækkeligt med kemisk potentiel energi til, at mikrober kan overføre energi ved elektronbytning. (Her på Jorden afgiver glukose elektroner, mens ilt optager dem, men på Mars kan det være andre molekyler og ioner, der sørger for den proces.)

Marsjorden bliver også opløst i vand, så pH-værdi og salinitet[22] kan måles. Der skal også undersøges, om der er mange frie radikaler, der jo er cellegifte.

Jordeksperimenter fra Marslaboratoriet i Århus viser, at hvis man graver dybt nok (nogle cm), så vil jorden skærme for de radikaler, som Solens UV-lys vil lave, og derfor tror vi, at Marsjorden under overfladen kan levere gunstige livsbetingelser.

Resultater

Phoenix har blandt andet fundet perchlorat i Marsjorden – et materiale som mikrober her på Jorden kan bruge som føde. Der er fundet spor af flydende vand i Marsjorden, det sner jævnligt deroppe og missionen har fundet mange andre ting. Læseren anbefales at besøge http://phoenix.lpl.arizona.edu for at lære mere om missionen.



Figur 74: En tidslinie over Phoenix-missionen. [32]

22 Salinitet = saltindhold.

Phoenix-missionen er færdig nu, da solpanelerne på sonden er dækket til af is. Missionen viste sig dog at være mere langvarig end beregnet, så den var en succes.

Danmark er også deltager i udforskningen af Mars. F.eks. har Århus Universitet et Marslaboratorium. Du kan læse mere om dette laboratorium på adressen:
https://projects.au.dk/marslab/

II.2.6 Livets byggesten

Alt (pånær elektromagnetisk stråling samt ikke-baryonisk stof og mørk energi) er opbygget af atomer og molekyler. Levende organismer er bygget op af lange komplicerede molekyler – f.eks. DNA-molekyler, proteiner mv. Det er derfor naturligt at spørge, hvordan atomerne og molekylerne overhovedet er blevet dannet.

II.2.6.1 Atomdannelse

I Big Bang blev der dannet ca. 75 % brint og 25 % helium. Der blev også dannet minimale mængder lithium og beryllium. Alle andre grundstoffer er dannet i stjerner ved fusionsprocesser, neutronindfangning, i supernovaeksplosioner (stjerneeksplosioner) og ved kollisioner mellem neutronstjerner.

Grundstoffer op til Ni-62 (Z = 28) dannes i fusionsprocesser i tunge stjerners indre, hvorved energi kan frigøres. Ni-62 har en bindingsenergi pr. nukleon på 8,795 MeV.[23] (Fe-56 har en bindingsenergi på 8,790 MeV/nukleon.) Tungere grundstoffer kan ikke dannes ved fusion af atomkerner, da disse processer kræver energi. De øvrige grundstoffer dannes derimod ved neutronindfangning og radioaktivt henfald. Nedenfor er nævnt de forskellige dannelsesprocesser for grundstoffer tungere end jern.

S-processen
s-processen (**s**løv) forekommer i røde giganter og supergiganter. Her sker der en 'stille' neutronudstrømning på ca. 10^5-10^{11} neutroner/cm^2 pr. s, og disse neutroner kan ramme f.eks. jern, så endnu tungere grudstoffer kan dannes. Bemærk at hele kernen ikke er blevet til jern endnu, da stjernen ellers ville kollapse.

Neutronerne, som bidrager til s-processerne kan f.eks. dannes ved at C-13 eller Ne-22 fusionerer med He-4. Disse processer skriver man på følgende måde:

$$^{13}C + {}^{4}He \rightarrow {}^{16}O + n$$
$$^{22}Ne + {}^{4}He \rightarrow {}^{25}Mg + n$$

Processerne fortsætter indtil Pb-206. Pb-206 absorberer 3 neutroner og henfalder så til Bi-209, som bestråles af en neutron; den henfalder tilbage til Pb-206. Skrevet op ser de sidste s-processer ud som følger:

$$^{209}_{83}Bi + n \rightarrow {}^{210}Bi + \gamma$$
$$^{210}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + e^{-} + \bar{\nu}$$
$$^{210}Po \rightarrow {}^{206}Pb + \alpha$$

23 1 MeV = $1{,}602 \cdot 10^{-13}$ J.

s-processen når ikke at danne alle grundstoffer med atomtal 27-82. Mange af grundstofferne med Z < 82 dannes også ved r-processen (se nedenfor.) I tabellen herunder ses nogle grundstoffer, som fortrinsvist dannes ved s-processen.

Z	Symbol	Navn	Z	Symbol	Navn
38	Sr	Strontium	56	Ba	Barium
39	Y	Yttrium	57	La	Lanthan
40	Zr	Zirkonium	58	Ce	Cerium
41	Nb	Niobium	82	Pb	Bly

Tabel 10. [38]

R-processen

r-processen (**r**æs) sker når neutronstrømmen er 'stor' (omkring 10^{22} neutroner/cm^2 pr. s), for eksempel i en supernovaeksplosion, hvor elektroner presses ind i protoner og danner neutroner, eller når to neutronstjerner kolliderer. Processen går så stærkt, at de nye isotoper ikke kan nå at henfalde ved β-henfald, før de atter modtager neutroner. Dermed kan de tungeste naturlige grundstoffer dannes. (Uran.) Hvis atommasserne overstiger ca. 270 u vil de også kunne henfalde ved spontan fission, og derfor bliver de allertungeste grundstoffer ekstremt sjældne.

Tabellen nedenfor viser nogle grundstoffer, der fortrinsvist er lavet ved r-processen.

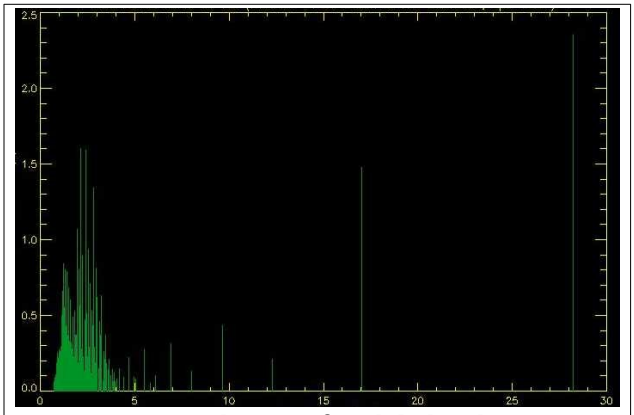
Z	Symbol	Navn	Z	Symbol	Navn
33	As	Arsen	67	Ho	Holmium
35	Br	Brom	68	Er	Erbium
44	Ru	Ruthenium	69	Tm	Thulium
47	Ag	Sølv	71	Lu	Lutetium
52	Te	Tellurium	75	Re	Rhenium
53	I	Iod	76	Os	Osmium
54	Xe	Xenon	77	Ir	Irridium
55	Cs	Cæsium	78	Pt	Platin
63	Eu	Europium	79	Au	Guld
64	Gd	Gadolinium	90	Th	Thorium
65	Tb	Terbium	92	U	Uran
66	Dy	Dysprosium			

Tabel 11. [38]

II.2.6.2 Molekyledannelse

Aminosyrer kan dannes ved kraftige elektriske udladninger (lyn) i en blanding af mindre molekyler. Det er svært at sige, i hvor stor målestok dette skete på den tidlige Jord, men vi kender dog til gigantiske molekylefabrikker – nemlig verdensrummet. I interstellare tåger (gasskyer) kan molekyler dannes på overfladen af silikater, når gasserne bestråles af stjernelys. Silikaterne er 'sod'-partikler, som er dannet i røde stjerner.

Det er svært at detektere disse molekyler, da molekylespektre har rigtig mange linjer – og da der findes mange forskellige molekyler, kan et målt spektrum indeholde utallige linjer, som er uhyre svære at identificere korrekt. Hvis man måler spektret fra jordoverfladen, adderes mange linjer fra vores egen atmosfære, hvilket komplicerer analysearbejdet endnu mere. På figur 75 er vist spektret for det allermest simple molekyle – nemlig H_2.



Figur 75: Et spektrum af molekylær brint. 1. aksen viser bølgelængden i µm. 2. aksen viser intensiteten af H2-linierne. [39]

Alligevel har besværlighederne ikke afholdt radioastronomer fra at bestemme en stor mængde forskellige molekyler i gasskyerne og kometerne. Nogle af molekylerne er rigtig giftige for mennesker, men nogle er også aminosyrer, som kan bruges til at bygge proteiner.

Nedenfor er anført hvilke identificerede molekyler, der var fundet indtil april 2015. [40]

I listen kan man se, at aminosyren glycin samt molekylet HCN er nævnt. HCN-polymerer[24] findes overalt i rummet; bl.a. på overfladen af kometer, hvoraf nogle har ramt Jorden. HCN kan bruges til at lave aminosyrer, som proteiner er lavet af. (HCN + H_2O laver heteropolypeptider[25], som igen kan lave proteiner.)

Hvis molekylet anført i tabellerne nedenfor er skrevet med blåt, er det fundet på både gas- og fast form. Farvet baggrund betyder, at identifikationen er lavet i enten det infrarøde, -visuelle eller det ultraviolette bølgelængdeområde. Alle øvrige er målt i radio- eller mikrobølgeområdet. Er der anført et '?' betyder det, at detektionen af molekylet ikke er sikker.

24 Polymerer er lange molekylekæder bygget af det samme lille molekyle. I dette tilfælde lange kæder af HCN-molekyler.

25 Polypeptider er peptider indeholdende 10-100 aminosyrer. (Peptider er f.eks. proteiner eller et molekyle indeholdende mere end 1 aminosyre.) Hetero betyder, at de enkelte peptider er bundet til et atom, der ikke er C.

Molekyler med 2 atomer			
H_2 hydrogen	CO carbon monoxide	CSi carbon monosilicide	CP carbon monophosphide
CS carbon monosulfide	NO nitric oxide	NS nitric sulfide	SO sulfur monoxide
HCl hydrogen chloride	NaCl sodium chloride	KCl potassium chloride	AlCl aluminum monochloride
AlF aluminum monofluoride	PN phosphorus mononitride	SiN silicon mononitride	SiO silicon monoxide
SiS silicon monosulfide	NH imidyl radical	OH hydroxyl radical	C_2 diatomic carbon
CN cyanide radical	HF hydrogen fluoride	FeO iron monoxide	LiH lithium hydride
CH methylidyne	CH^+	CO^+	SO^+
SH mercapto radical	O_2 ? oxygen	N_2 nitrogen	

Molekyler med 3 atomer			
H_2O water	H_2S hydrogen sulfide	HCN hydrogen cyanide	HNC hydrogen isocyanide
CO_2 carbon dioxide	SO_2 sulfur dioxide	MgCN magnesium cyanide	MgNC magnesium isocyanide
NaCN sodium cyanide	N_2O nitrous oxide	NH_2 amidogen radical	OCS carbonyl sulfide
CH_2 methylene	HCO formyl radical	C_3 triatomic carbon	C_2H ethynyl radical
C_2O ketenylidene	C_2S	AlNC	HNO nitrosyl hydride
SiCN silicon monocyanide	N_2H^+	SiNC	*c* - SiC_2 silicon dicarbide
HCO^+ formyl cation	HOC^+	HCS^+	H_3^+
OCN^- solid-phase only			

Molekyler med 4 atomer			
NH_3 ammonia	H_2CO (?) formaldehyde	H_2CS thioformaldehyde	C_2H_2 acetylene
HNCO isocyanic acid	HNCS thioisocyanic acid	H_3O^+ hydronium ion	SiC_3
C_3S	H_2CN	*c* - C_3H	*l* - C_3H
HCCN	CH_3 methyl radical	C_2CN cyanoethynyl radical	C_3O
$HCNH^+$	$HOCO^+$ protonated CO_2		

Molekyler med 5 atomer			
CH_4 methane	SiH_4 silane	CH_2NH methyleneimine	NH_2CN cyanamide
CH_2CO ketene	HCOOH (?) formic acid	HCC-CN cyanoacetylene	HCC-NC isocyanoacetylene
c - C_3H_2	*l* - C_3H_2	CH_2CN cyanomethyl	H_2COH^+ protonated formaldehyde
C_4Si	C_5	HNCCC	C_4H

Molekyler med 6 atomer			
CH_3OH methanol	CH_3SH methanethiol	C_2H_4 ethylene	$H(CC)_2H$ diacetylene
CH_3CN methylcyanide	CH_3NC methylisocyanide	$HC(O)NH_2$ formamide	HCC-C(O)H propynal
HC_3NH^+ protonated cyanoacetylene	HC_4N cyanopropenylidene	C_5N	C_5H
H_2CCCC butatrienylidene			

Molekyler med 7 atomer			
$CH_2CH(OH)$ vinyl alcohol	*c* - C_2H_4O ethylene oxide	$HC(O)CH_3$ acetaldehyde	H_3C-CC-H methylacetylene
CH_3NH_2 methylamine	$CH_2CH(CN)$ acrylonitrile	HCC-CC-CN cyanobutadiyne	C_6H hexatriynyl radical

Molekyler med 8 atomer		
CH_3COOH acetic acid	$HC(O)OCH_3$ methyl formate	$HOCH_2C(O)H$ glycolaldehyde
H_3C-CC-CN cyanomethylacetylene	H_2C_6 hexapentaenylidene	$H(CC)_3H$ triacetylene
H_2C=CH-C(O)H propenal		C_7H

Molekyler med 9 atomer		
$(CH_3)_2O$ dimethyl ether	CH_3CH_2CN ethylcyanide	CH_3CH_2OH ethanol
CH_3C_4H methylbutadiyne	HCC-CC-CC-CN cyanohexatriyne	C_8H

Molekyler med 10 atomer	
$(CH_3)_2CO$ acetone	$HOCH_2CH_2OH$ ethylene glycol
H_3C-CH_2-C(O)H propanal	$CH_3(CC)_2CN$ methylcyanoacetylene
NHH-CHH-COOH Glycin	Glycin er nævnt i det levende univers

Molekyler med 11 atomer
HCC-CC-CC-CC-CN cyanooctatetrayne

Molekyler med 12 atomer	
C_6H_6 benzene	$(CH_2OH)_2C(O)$ dihydroxyacetone

Molekyler med 13 atomer
HCC-CC-CC-CC-CC-CN cyanodecapentayne

Se http://science.gsfc.nasa.gov/691/cosmicice/interstellar.html
for den nyeste liste.

I dettte kapitel har vi blandt andet set på kometers rolle for at livet har kunnet opstå på Jorden. I næste kapitel vil vi undersøge det modsatte, nemlig hvordan himmellegemer fra rummet kan skabe problemer for livet.

II.2.6.3 Øvelse. Livsbetingelser i Solsystemet

Benyt tilstandsdiagrammet vist på figur 60 samt tabel 8 til at finde ud af hvilke kloder i Solsystemet, der kan indeholde flydende vand i atmosfæren i kortere eller længere perioder.

II.2.6.4 Øvelse. Temperaturmåling på exoplanet

Se videosekvensen EpsAndTemp.m4v. (Søg filen på Internettet eller spørg din lærer.)

II.2.6.5 Øvelse. Spitzer-teleskopet

Besøg webstedet http://www.spitzer.caltech.edu og find ud af hvordan Spitzer-teleskopet virker, og hvorfor det er anbragt udenfor Jordens atmosfære.

II.2.6.6 Øvelse. Titan

Nogle af resultaterne fra Cassini-missionen kan findes på Internettet. Prøv med udgangspunkt i https://solarsystem.nasa.gov/missions/cassini/overview/ og andre sider på Internettet at besvare nedenstående spørgsmål.

a) Hvad er målet med Cassini-missionen?
b) Hvad er Titan-atmosfærens sammensætning?
c) Hvilket stof på Titan svarer til vands rolle på Jorden?
d) Kan man forestille sig liv, der er baseret på andre opløsningsmidler end vand?

II.2.6.7 Øvelse. Jupiters og Saturns måner

I denne opgave skal du finde ud af om månerne Io, Ganymede og Titan er i stand til at opretholde stabile atmosfærer. Formlerne (18) og (19) kan anvendes.

a) Udfyld tabellen nedenfor ved at anvende data fra tabel 12.

Månenavn	**Molekylemasse[26] (u)**	v_m **(m/s)**	**1/6 · v_{esc} (m/s)**	**Stabil atmosfære (Ja/Nej)**
Io				
Ganymedes				
Titan				

	Io	**Ganymedes**	**Titan**
***M* (kg)**	$8{,}9319 \cdot 10^{22}$	$1{,}4819 \cdot 10^{23}$	$1{,}345 \cdot 10^{23}$
***R* (km)**	1815	2631	2575
***T* (K)**	130	109	94
Atmosfære	SO_2	O_2	98,5 % N_2 1,5 % CH_4

Tabel 12: Data for 3 måner.

b) Hvis temperaturen på en planets- eller månes atmosfære stiger, hvad vil det betyde for stabiliteten af atmosfæren?
c) Hvad sker der med stabiliteten af en atmosfære, hvis massen af månen/planeten stiger?

26 Slå atommasser op på ptable.com.

d) Hvad sker der med stabiliteten af en atmosfære, hvis radius af månen/planeten stiger?

II.2.6.8 Øvelse. Alien Earths

a) Besøg webstedet http://www.alienearths.org/
b) Læs teksten til punktet ”Search for Life” og udfør øvelserne.
c) Skriv en kort sammenfatning af øvelsen om Winogradskysøjlen.
d) Hvad kan Drakes ligning bruges til?

II.2.6.9 Øvelse. Kometer som vandbærere

Kometer er fortrinsvist lavet af is, sten og frossen kulilte, og de antages her kugleformede. Antag at gennemsnitsdiameteren af en komet er 10 km og densiteten er 600 kg/m^3. Jordens radius er i middel 6371 km. Ca. 40 % af kometernes masse er lavet af vandis.

Figur 76: Kilde ukendt.

a) Find rumfanget af en komet.
b) Find massen af isen for en komet.

Der er anslået $1{,}6 \cdot 10^{21}$ kg vand på Jorden.

c) Hvor mange kometer skulle Jorden rammes af, hvis kometerne skulle levere alt Jordens vand?
d) Hvis Jorden var helt kugleformet, hvor dybt et lag vand ville så ligge på hele kloden? (Du kan tilnærme rumfanget af vandet som Jordens overfladeareal gange tykkelsen af vandlaget.)

Relevante formler

Rumfang $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$

Overfladeareal af kugle $A = 4 \cdot \pi \cdot R^2$

Masse $m = \varrho \cdot V$, hvor ϱ er densiteten af kometen.

II.2.6.10 Øvelse. Livszoner

Hvis en planet har en atmosfære, som ligner Jordens er fluxintervallet for potentielt liv angivet som i (17).

a) Antag en stjerne, som lyser 2 gange så kraftigt som Solen. Hvad er livszonen for en sådan stjerne?

II.3 Naturkatastrofer fra rummet

Igennem Jordens historie har der været store begivenheder, som på drastisk vis har ændret livsbetingelserne. Der har for eksempel været gigantiske vulkanudbrud, store klimaændringer og der har været nedslag af asteroider og kometer på Jorden.

Hver gang en sådan katastrofe er hændt, skulle livet, lokalt eller nogle gange endda globalt, tilpasse sig de nye forhold. I dette kapitel vil vi se på effekterne af nedslag fra rummet.

Figur 77: Billede fra Tunguska i Sibirien, hvor et himmellegeme faldt ned den 30/6-1908. [7]

Figur 77 viser et foto fra et nedslag i Sibirien. Ca. 2000 km^2 skov blev jævnet med jorden, dvs. ca. 80 millioner træer blev væltet. [7] Der var ingen krater ved nedslaget, så der må være tale om en eksplosion i atmosfæren. Der er ikke registreret alvorligt tilskadekomne ved nedslaget, hvilket skyldes at Tunguska ligger ganske øde, men man kan jo forestille sig katastrofens omfang, hvis impaktoren[27] havde ramt en storby.

Figur 78 viser et krater i Australien. Krateret er dateret til at være ca. $3 \cdot 10^5$ yr gammelt, det er 880 m i diameter, og det er 60 m dybt. [8]

Figur 78: Wolfe Creek Crater i Australien. [8]

De to første eksempler viser, hvordan livet, i hvert fald lokalt, kan påvirkes af et nedslag, men der har været meget større nedslag, som har ændret livet på hele Jorden. I dag er vi ret sikre på, at et kæmpenedslag i havet ud for Yucatan-halvøen for 66 millioner år siden har udryddet ca. halvdelen af alt liv på jorden. [9] Denne hændelse behandles i opgave II.4.5.

En meteorit kan falde ned til jordoverfladen i et stykke, eller den kan blive opvarmet så meget, at den eksploderer i mindre stykker, som så rammer overfladen.

27 En *impaktor* er defineret som et legeme, der slår ned på jorden. Det kan være en asteoride, en meteorit eller en komet.

II.3.1.1 Eksperiment. Kraterforsøg

Formålet med øvelsen er at finde en sammenhæng mellem et nedslags energi og kraterdiameteren. Til rådighed er en vaskebalje med knastørt finsand, en stålkugle, en vægt, en skydelære og et målebånd.

Fremgangsmåden er at du først glatter sandoverfladen ud, dernæst lader du en stålkugle falde frit fra forskellige højder. Du skal måle højden, h_0, for hvert fald, og du skal måle diameteren af det dannede krater. Se figur 79 for definitionen af diameteren. Kuglens diameter og masse skal måles med skydelæren. Hvis kuglen rammer bunden af vaskebaljen, duer målingen ikke, og du skal vælge en mindre højde eller en mindre kugle.

Man beregner energien af nedslaget ved at anvende formlen for mekanisk energi

$$E_{mek}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2+m\cdot g\cdot h=m\cdot g\cdot h_0\,, \tag{24}$$

da starthastigheden er 0. Tyngdeaccelerationen g = 9,82 m/s^2.

Vær omhyggelig med målingerne og anfør alle målinger i en tabel som vist nedenfor. Du skal lave *mindst* 15 målinger!

M_{kugle} = _____kg. d_{kugle} = _____m.

Måling nr.	h_0 **(m)**	E_{mek} **(J)**	d **(m)**	v **(m/s)**
1				
2				
osv				

Tegn en (E, d)-graf samt en (v, d)-graf og lav potensregression. Sammenlign din regressionsfunktion med de andre gruppers. Er de ens? (Har kuglens diameter betydning for resultatet?)

II.3.2 Kraterdiametre

En formel til at finde sammenhængen mellem kraterstørrelse på Jordens overfladen og nedslagshastigheden, er angivet i *Collins et al. [1]*

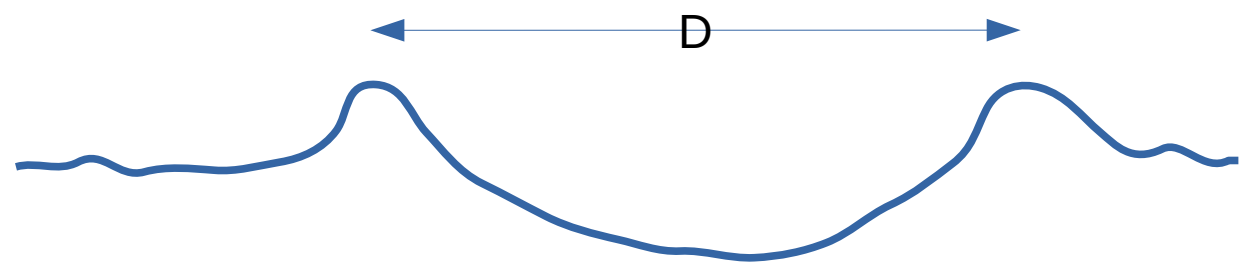
$$D=1{,}451\cdot\left(\frac{\rho_{impaktor}}{\rho_{target}}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot L^{0{,}78}\cdot v_{impaktor}^{0{,}44}\cdot g^{-0{,}22}\cdot\sin^{\frac{1}{3}}(\theta)\,. \tag{25}$$

Impaktor kan være en asteroide, en meteorit eller en komet.
D: Kraterdiameter. L: Impaktorens diameter. g: Tyngdeaccelerationen.
ρ_i: Impaktorens densitet. ρ_{Target}: Underlagets densitet. θ: Nedslagsvinkel målt fra vandret.
v_{impaktor}: Impaktorens hastighed før den rammer jorden.

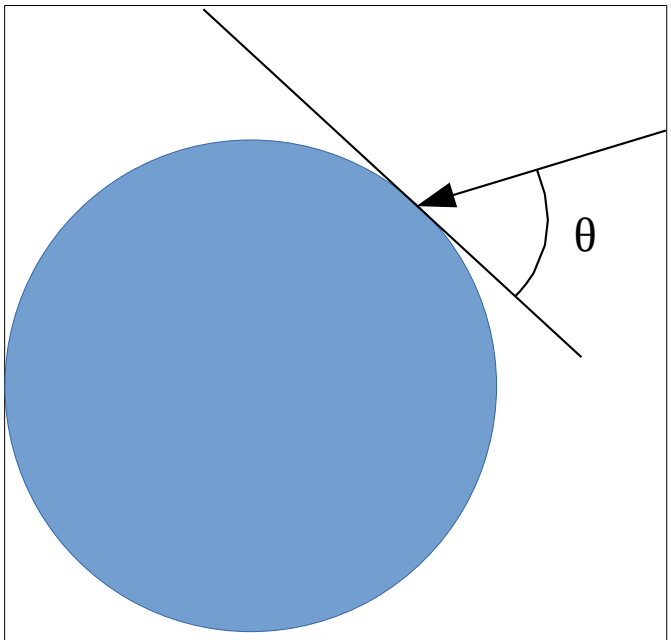
Alle størrelser indsættes i SI-enheder og diameteren kommer ud i meter. Formlen er god op til kraterdiametre på ca. 3,2 km. Hvis krateret er større end 3,2 km, er der en lidt anderledes måde at finde sammenhængen mellem de indgående størrelser:

$$D_1 = 1{,}161 \cdot \left(\frac{\rho_{impaktor}}{\rho_{target}}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot L^{0{,}78} \cdot v_{impaktor}^{0{,}44} \cdot g^{-0{,}22} \cdot \sin^{\frac{1}{3}}(\theta) \wedge D = 0{,}410 \cdot D_1^{1.13}. \tag{26}$$

Ovenfor er D diameteren af det færdige krater, mens D_1 er kraterdiameteren målt i en højde, der svarer til omgivelsernes højde over havet, *inden* krateret falder sammen til sin færdige form.



Figur 79: Kraterets diameter måles fra toppen af randen til toppen af randen.



Figur 80: Nedslagsvinklen.

II.3.3 Kraterdybde

Et estimat for kraterdybden kan beregnes vha nedenstående formel, hvor kraterdiameteren, D, indsættes i m og kraterdybden, d, også bliver m.

$$d = 36{,}76 \text{ m} \cdot \left(\frac{D}{\text{m}}\right)^{0{,}301} \tag{27}$$

II.3.4 Energi af impaktor

Energien af en impaktor kan udtrykkes ved formlen for kinetisk energi, da den potentielle energi er betragteligt mindre end den kinetiske energi (Se i øvrigt opgave 3.1):

$$E_{mek} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

II.3.4.1 Eksempel. Jernmeteorit

En jernmeteorit har en diameter på 50 m. Densiteten af jern er 7870 kg/m^3. Den lander i noget sedimentklippe, som har densiteten 2500 kg/m^3. Hastigheden er 15 km/s, og den falder lodret ned. Positionen er 35 ºN, dvs. g = 9,80 m/s^2. (Se formel for g, som funktion af breddegrad i Databogen.)

Kraterets diameter og dybde bliver dermed

$$D = 1{,}451 \cdot \left(\frac{7870}{2500}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot 50^{0{,}78} \cdot 15000^{0{,}44} \cdot 9{,}80^{-0{,}22} \cdot \sin^{\frac{1}{3}}(90) = 1{,}87 \text{ km}.$$

$$d = 36{,}76 \cdot 1870^{0{,}301} \text{ m} = 355 \text{ m}$$

Impaktorens masse kan beregnes, hvis vi antager, at den er kuglerund

$$m=\varrho\cdot V=\varrho\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(\frac{50\text{ m}}{2}\right)^3\cdot 7870\text{ kg/m}^3=5{,}151\cdot 10^8\text{ kg}.$$

Energien af impaktoren er

$$E_{impaktor}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=\frac{1}{2}\cdot 5{,}151\cdot 10^8\text{ kg}\cdot\left(1{,}5\cdot 10^4\text{ m/s}\right)^2=5{,}79\cdot 10^{16}\text{ J}$$

Man angiver ofte energienheden i Mton TNT. 1 Mton TNT = $4{,}185\cdot 10^{15}$ J. Dvs. nedslagsenergien kan også angives som

$$E_{impaktor}=\frac{5{,}79\cdot 10^{16}\text{ J}}{4{,}185\cdot 10^{15}\text{ J/Mton TNT}}=13{,}8\text{ Mton TNT}.$$

Densiteter af undergrunden

Type	**ρ (kg/m³)**
Sand	1600
Sedimentklippe	2500
Krystallinsk klippe	2750

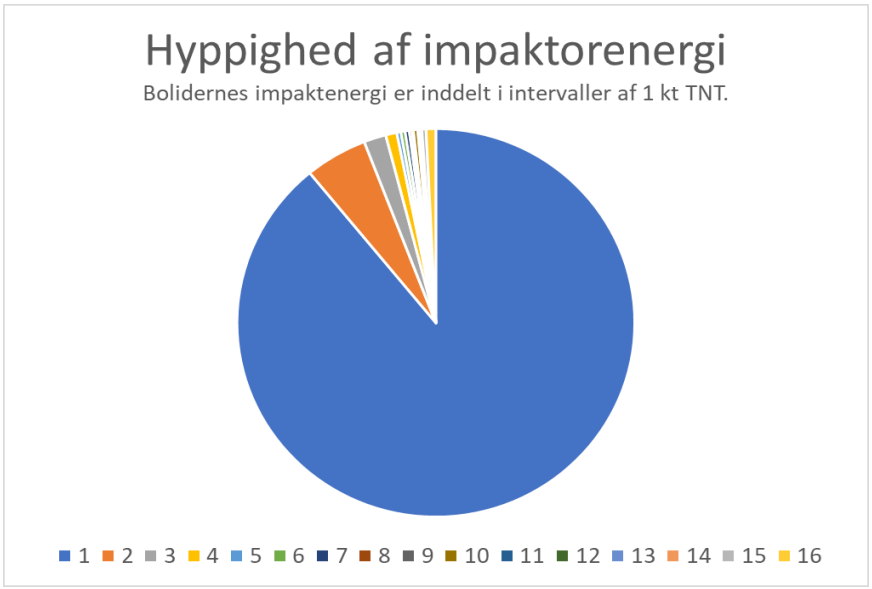
Tabel 13: Densiteter for undergrunden. [1]

II.3.5 Strålingsenergi i atmosfæren

En *bolide* er et et meget lysstærkt stjerneskud, som er lyset fra en impaktor, der flyver ned gennem atmosfæren. En *ildkugle* er, når impaktoren eksploderer i atmosfæren. (Termerne *bolide* og *ildkugle* bruges dog lidt i flæng.) Lyset fra bolider og ildkugler skyldes, at luften exciteres/ioniseres pga. friktionen fra impaktoren, og ved henfald til grundtilstanden udsendes synligt lys. Derudover kommer også varmestråling fra impaktoren. Varmestrålingen opstår pga. friktion mellem impaktor og atmosfæren. Det viser sig, at man kan beregne strålingsenergien udtrykt ved impaktorenergien, hvis impaktoren er mindre end ca. 100 m. [42]

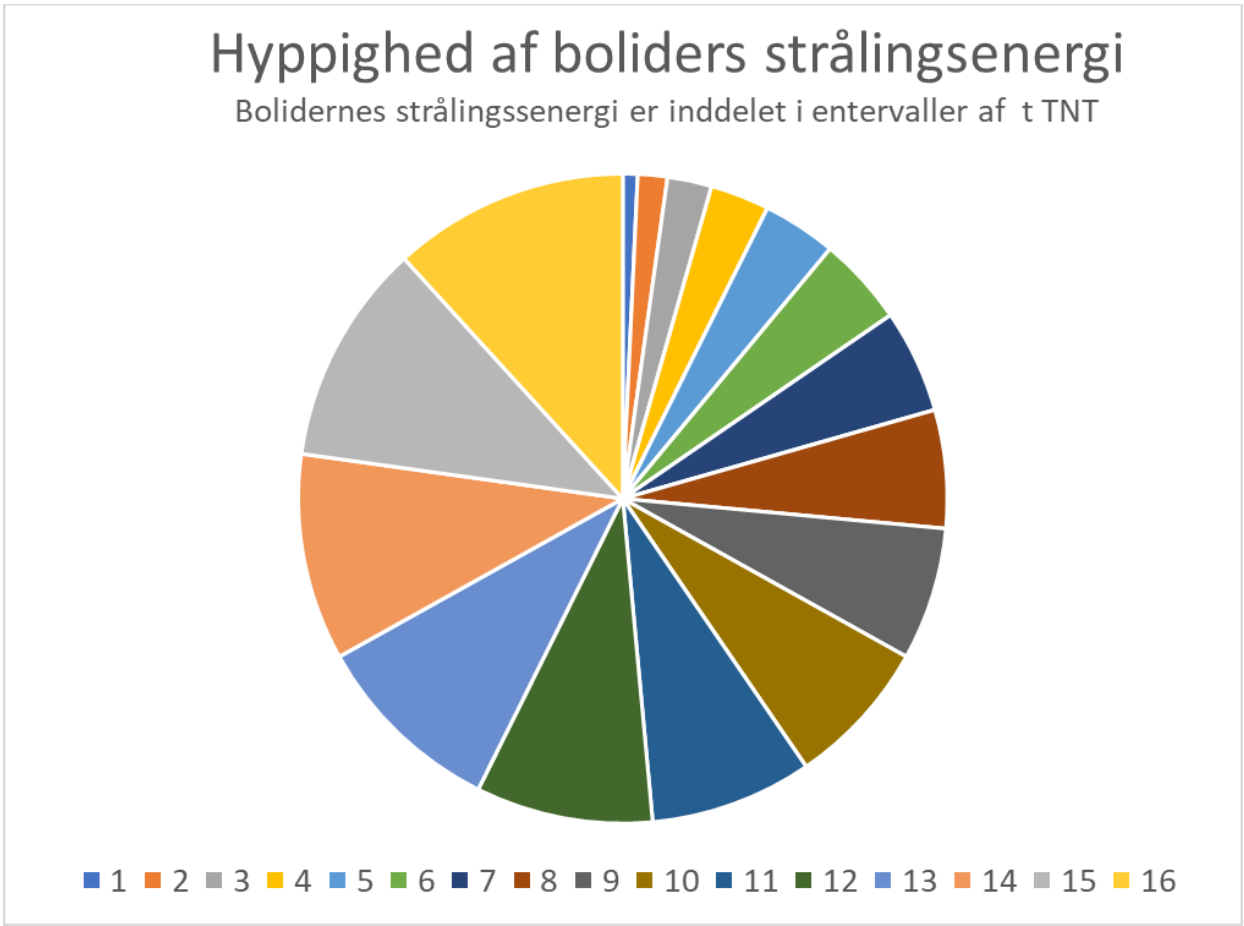
Formlen er

$$E_{stråling}=2{,}2\cdot 10^{-3}\cdot\left(\frac{E_{impaktor}}{\text{J}}\right)^{1{,}13}\text{ J}. \tag{28}$$



Figur 81: Impaktorers nedslagsenergi. Data taget fra CNEOS [55].

På figurerne 81 og 82 kan man se energifordelingen af boliders nedslagsenergi (impaktorenergi) og bolidernes strålingsenergi.



Figur 82: Boliders strålingsenergi. Data taget fra CNEOS. [55].

II.3.6 Seismiske effekter

I noten *Dinosaurernes udryddelse* er angivet en formel til at bestemme størrelsen af det jordskælv, som fremkommer ved et nedslag. I *Collins et al* er der en lidt anderledes formel, og den er

$$M = 0{,}67 \cdot \log(E) - 5{,}87 \tag{29}$$

Man indsætter nedslagsenergien i enheden ”J”, og derefter beregnes størrelsen af et tilsvarende jordskælv målt med Gutenberg-Richterskalaen.

Jo længere væk man kommer fra nedslagsstedet, des mindre vil et jordskælv føles. Sammenhængen mellem den oplevede styrke *M(r)*, hvor *r* (i enheden m) angiver afstanden til skælvet er:

$$\begin{aligned} M(r) &= M - 2{,}38 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{r}{\mathrm{m}}\right) \text{ for } \frac{r}{\mathrm{m}} < 60000. \\ M(r) &= M - 4{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\frac{r}{\mathrm{m}}\right) - 1{,}1644 \text{ for } 60000 \le \frac{r}{\mathrm{m}} \le 700 \cdot 10^{3}. \\ M(r) &= M - 1{,}66 \cdot \log\left(\frac{r}{R_{Jord}}\right) - 6{,}399 \text{ for } \frac{r}{\mathrm{m}} \ge 700 \cdot 10^{3}. \end{aligned} \tag{30}$$

Når man har *M(r)* kan man benytte tabel 14 samt figur 84 til at få et overslag over den oplevede skadevirkning.

II.3.6.1 Eksempel. Jordskælv.

Fra eksempel II.3.4.1 fandt vi en nedslagsenergi på $5{,}79 \cdot 10^{16}$ J. Det svarer til et jordskælv med styrken

$$M = 0{,}67 \cdot \log(5{,}79 \cdot 10^{16}) - 5{,}87 = 5{,}36.$$

Hvis man er 100 km fra nedslagsstedet får man en tilsyneladende styrke på

$$M(100\,\mathrm{km}) = 5{,}36 - 4{,}80 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{5} - 1{,}1644 = 3{,}7.$$

På mercalliskalaen svarer det til en styrke på III-IV, som man føler som knagen af døre og rysten af vinduer.

Gutenberg-Richter- og Mercalli-skalaen
0-1. -
1-2. I.
2-3. I-II.
3-4. III-IV.
4-5. IV-V.
5-6. VI-VII.
6-7. VII-VIII.
7-8. IX-X.
8-9. X-XI.
> 9. XII.
Kilde [1].

Tabel 14: Sammenæng mellem richter- og mercalliskalaen.

II.3.7 Dinosaurernes uddøen

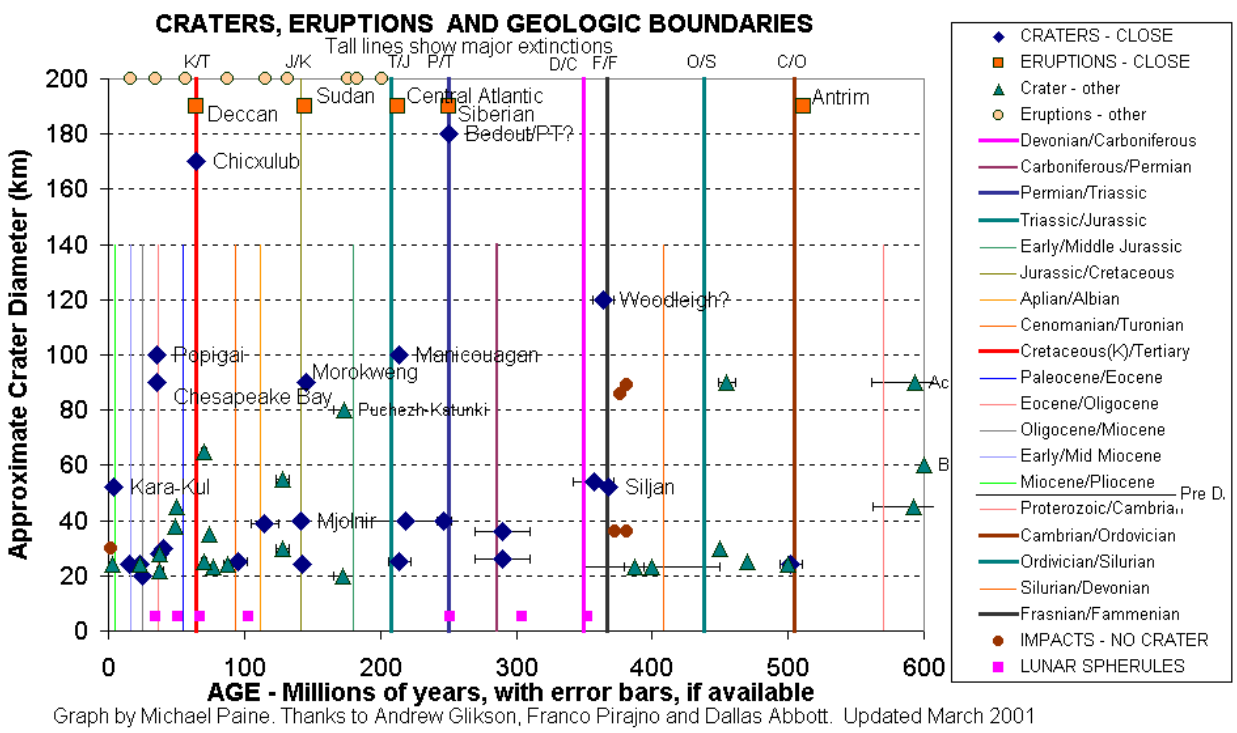
Igennem Jordens historie har der været flere meget store asteoride/komet-nedslag på Jorden. På figur 83 kan man se en sikkert ufuldstændig liste over store nedslag på Jorden. Især to nedslag stikker ud – Chicxulubkrateret og Bedout-krateret.

Nedslaget ved Chicxulub på Yucatan-halvøen skete for 65 Myr siden, og det er anslået, at Bedout-nedslaget, som ligger i havet ud for Nordvestaustralien skete for ca. 250 Myr siden.

Vi ved, at dinosaurerne blev udsat for ganske voldsomme begivenheder for 65 Myr siden, og det endte med at udrydde store dele af livet på Jorden. I dag findes dinosaurerne ikke, men deres efterkommere, fuglene, gør. Krokodiller, skildpadder og hajer er eksempler på dyrearter, der overlevede nedslaget ved Chicxulub.

Illustrationen viser også, at der var enorme vulkanudbrud på Jorden på samme tid. I dag findes resterne af disse udbrud ved Deccan Traps i Indien. På tiden for vulkandbruddene lå Indien dog der, hvor Madagaskar ligger i dag.

Begge naturkatastrofer har sikkert haft del i dinosaurernes uddøen. Vulknaudbruddene har udsendt selen, Se, arsen, As, og antimon, Sn, som er fundet i forstenede dinosauræg. Disse grundstoffer ødelægger skallerne, så de bliver skøre, og derfor er det sandsynligt, at mange æg slet ikke blev udrugede. Dermed ville dyrenens forplantningsevne enten blive svækket eller helt gå i stå.



Figur 83: Nedslag på Jorden. [52]

Da asteoridenedslaget skete, blev der antændt utallige brande, som forurenede atmosfæren og gav en såkaldt atomvinter, der kølede Jorden ned i nogle år. Dermed blev planteproduktionen ødelagt, og fødekæderne brød sammen. Støvet og asken fra vulkanudbruddene har ikke hjulpet meget på det problem, selvom svovl udsendt fra vulkanerne gav en umiddelbar nedkøling af atmosfæren.

Interesserede kan f. eks. i *Universets melodi* læse mere om asteoride-nedslaget og vulkanerne ved Deccan Traps og deres betydning for dinosaurernens uddøen. [5].

Mht. Bedout, så er det ikke sikkert, om Bedout ér et asteoridenedslag eller om det er et andet form for krater. [54]. Der skete dog en masseudryddelse ved slutningen af Perm-epoken for 250 Myr siden, men på det tidspunkt var der også massive vulkaner i Siberien – kaldet Siberian Traps. [53.]

Hvis man vil vide mere om emnet, kan man tage fat i kilderne i referencelisten. F.eks. [2], [5], [15] og [28].

Mercallis intensitetsskala

(i en moderniseret udgave)

I Mærkes ikke eller kun af øvede iagtagere under særlige omstændigheder.

II Mærkes af et lille antal personer i ro, især i de øvre etager i bygninger.

III Mærkes af flere personer i ro og indendørs. Retning og varighed kan bedømmes. udendørs. Rystelse af vinduer og døre, knagen i bjælkerne.

IV Mærkes af personer i bevægelse indendørs, nogle sovende vækkes, mærkes kun af få udendørs. Rystelse af vinduer og døre, knagen i bjælkerne.

V Mærkes almindeligt af alle, mange sovende vækkes. Rystelse af møbler og sende, anslag af husklokker, enkelte revner i gips.

VI Almindelig opvågning af sovende, enkelte personer flygter ud i det fri, almindelig forskrækkelse. Gyngen af lysekroner, døre springer op, pendulure går i stå.

VII Alle løber udendørs, almindelig skræk. Væltning af løse genstande, løsning af loftsgips. Kirkeklokker anslås.

VII Alle løber udendørs, almindelig skræk. Væltning af løse genstande, løsning af loftsgips. Kirkeklokker anslås.

VIII Almindelig panik. Væltning af skorstene, revner i mure, møbler vælter.

IX Delvis ødelæggelse af middelgode bygninger, revner i jorden.

X Ødelæggelse af middelgode bygninger, jernbaneskinner bøjes.

XI Kun få bygninger bliver stående. Broer ødelægges. Brede revner i jorden.

XII Komplet ødelæggelse, ting kastes op i luften. Jordoverfladen bølger.

Figur 84: Mercalliskalaen. [2]

II.4 Opgaver til afsnit II.3

II.4.1 Opgave. Kinetisk og potentiel energi

Asteroiders hastigheder ligger i intervallet 12-20 km/s og kometers hastigheder ligger i intervallet 30-70 km/s. [1]

a) Opskriv formlen for den kinetiske energi af en impaktor.

Formel (9) giver den potentielle energi for impaktoren og Jorden.

b) Benyt formelsamlingen til at finde værdier for G og Jordens masse og radius. (R i formel (8) angiver i dette eksempel Jordens radius + højden af impaktoren over jordoverfladen – i enheden ”m”.)
c) Prøv at beregne tabet i potentiel energi, som funktion af impaktormassen, m, fra en højde på h = 100 km over jordoverfladen ned til jordoverfladen.
d) Antag energibevarelse og beregn $v\left(R_{Jord}\right)^2 - v\left(R_{Jord}+h\right)^2$.
e) Er det en god antagelse, at se bort fra den potentielle energi af impaktoren?

II.4.2 Opgave. Ildkugler og bolider i atmosfæren

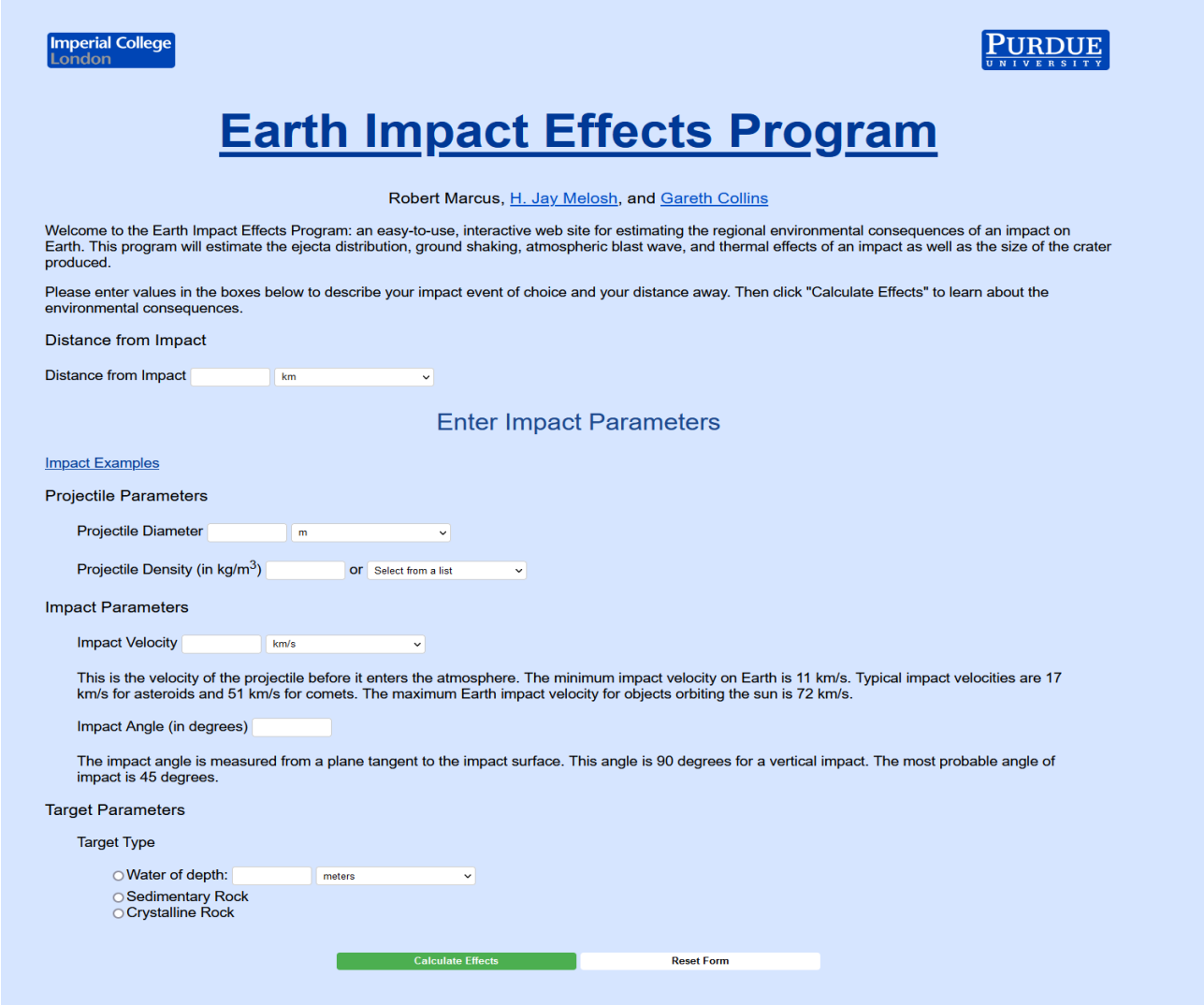
a) Besøg webstedet https://cneos.jpl.nasa.gov/fireballs/.
b) Læs introduktionen ved på forsiden at trykke på den knap, der hedder ”Introduction.”
c) Tryk derefter på knappen ”Map Data” og undersøg kortet ved at trække musen hen over de forskellige cirkler.
d) Tryk på knappen ”Excel” under tabellen og download alle dataene.
e) Kontroller formel (28) ved at benytte strålingsenergien og impaktenergien for et par bolider. Husk at omregne kt TNT til J først.
f) Tegn et histogram, der viser hyppigheden af bolider med forskellige impaktenergier. (Brug intervaller af størrelsen 1 kt TNT gående fra 0 -15 kt TNT.) Bemærk, at det er besværligt at vise søjlen for de små bolider – derfor er der på figur 82 lavet et lagkagediagram.

II.4.3 Opgave. Nedslagsenergi og kraterdiameter

Formel (25) angiver en sammenhæng mellem en impaktors hastighed og kraterdiameteren. Her skal du finde en sammenhæng mellem diameteren og impaktorens energi.

a) Opskriv formlen for impaktorens energi.
b) Isoler v i formlen.
c) Indsæt udtrykket for v i formel (25) og reducer udtrykket.
d) Sammenlign tallene i den fundne formel med din regressionskurve for diameter og energi fra kraterforsøget.
e) Hvis du kan lide at regne, kan du anvende formlen $m=\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(\frac{L}{2}\right)^3$ og bortsubstituere massen.

II.4.4 Opgave. Kollisionssimulator



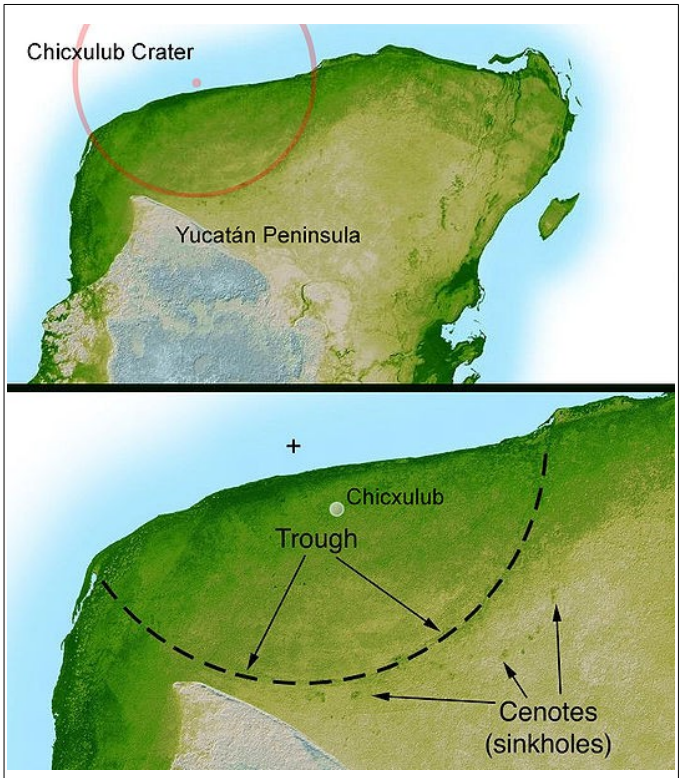
Besøg webstedet http://www.purdue.edu/impactearth eller https://impact.ese.ic.ac.uk/ImpactEarth/ImpactEffectsMap/

a) Udvælg nogle passende data og kør simuleringen. Noter de inputværdier, du har valgt.
b) Argumenter for hvorfor du netop har valgt de data, du har indtastet.
c) Noter resultaterne fra simuleringen.
d) Juster en af startparametrene og se hvilken effekt det giver. Skriv resultatet ned.
e) Gentag punkt d en gang mere.
f) Hvis du arbejder med link 2 ovenfor, så kan du også vælge en lokalitet og se effekterne indlejret på kortet.

Figur 85: Barringerkrateret i Arizona.

II.4.5 Opgave. Chicxulubkrateret – en detektivopgave

I denne opgave skal du undersøge egenskaberne for den asteroide, der udryddede dinosaurerne. Derudover skal du bruge de oplysninger, der findes nederst i opgaven her.



Figur 86: Det store krater i Mexico. Breddegraden for nedslagsstedet er 21º.

a) Hvor stor skal radius for en stenmeteorit hhv. jernmeteorit være, for at levere den observerede mængde iridium?

b) Beregn diametrene L_{sten} og L_{jern}.

Antag at impaktoren slog ned i klippe med densiteten 2500 kg/m^3. Antag at faldet skete med vinklen 45º.

c) Hvor stor var nedslagshastigheden for hhv. en sten- og jernasteroide? (Se formel (26). Benyt f. eks. et CAS-værktøj til at isolere farten.)

d) Hvor stor er nedslagsenergien for stenmeteoritten hhv. jernmeteoritten?

e) Hvilken slags meteorit er der størst sandsynlighed for at have forårsaget krateret?

f) Prøv at indtaste dine beregnede værdier af impaktordiameter og hastighed ind i TI nSpire-programmet **Impaktor** *eller* kollisionssimulatoren fra Purdue og se hvor stort et krater, det giver.

g) Beregn den tilsyneladende størrelse af det jordskælv en dinosaur vil mærke i en afstand af 2000 km fra nedslagsstedet.

h) Forklar hvad dinosaruren mærker ved jordskælvet.

Formelværktøjskasse

$$Volumen\ af\ kugle: V=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3$$

$$Masse,\ densitet,\ rumfang: m=\rho\cdot V$$

$$E_{mekanisk}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$$

$$m_{Irridium}=\sigma\cdot m_{meteorit}.$$

$$d_{krater}=150\ \text{km}$$

$$m_{Iridium}=2{,}0\cdot 10^8\ \text{kg}$$

$$\rho_{Fe}=7900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{sten}=2500\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\sigma_{Fe}^{I}=3{,}7\cdot 10^{-6}\,\frac{\text{kg_Iridium}}{\text{kg_meteorit}}$$

$$\sigma_{sten}^{I}=8{,}8\cdot 10^{-8}\,\frac{\text{kg_Iridium}}{\text{kg_meteorit}}.$$

Iridiumkoncentration i stenmeteoritter er fundet i [3] og iridiumkoncentration er jernmeteoritter er fundet i [4] Iridiummassen er fundet i [5]

II.5 Referencer

1. *G. S. Collins et al*: ”Earth Impact Effects Program.” *Meteoritics & Planetary Science 40*, Nr. 6, 817-840. **2005**.
2. "Danske jordskælv - en rystende historie" af *prof. emer. Erling Bondesen*. Geologisk Nyt 6, 2001.
3. Biointeractive.org: ”Calculating iridium fallout from an asteroid impact”, **Juli 2014.**
4. *Geophysical Abstracts* 194, pp. 198, marts **1963**.
5. *Nørgaard et al*, ”Universets melodi,” kapitel 2. Gyldendal, **2001**.
6. *Brown et al*., ”The flux of small near-Earth objects colliding with the Earth.” Nature, vol. 420, 21 Nov. **2002**, pp. 294-296.)
7. https://imgur.com/gallery/fWwYaEy
8. https://www.Universetoday.com/19616/earths-10-most-impressive-impact-craters/
9. https://www.smithsonianmag.com/science-nature/dinosaur-killing-asteroid-impact-chicxulub-crater-timeline-destruction-180973075/
10. http://www.dlh.dk/mat/fysik/leonider/index.htm.
11. http://www.astro.ku.dk/~lars_c/tbp/solar/meteor.htm#pictures.
12. P. Challis and R. Kirshner, (Harward), P. Garnavich (Univ. Notre Dame). http://antwrp.gsfc.nasa.gov/apod/ap000217.html
13. http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-1999/pr-17-99.html
14. http://csep10.phys.utk.edu/astr161/lect/solarsys/angmom.ht ml
15. “Planeter” af Kaare Lund Rasmussen, Munksgaard 1999.
16. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:InnerSolarSystem-en.png.
17. http://www.solarviews.com/eng/asteroid.htm/
18. http://www.systime.dk/cd/orbit/deniplaneter/nineplanets/asteroids.html
19. http://www.solarviews.com/eng/asteroid.htm.
20. “Osnabrück Observatorium.” A. Hänel. http://nostromo.physik.uni-osnabrueck.de/students/ahaenel/komet/kom_obse.htm
21. H. A. Weaver, T. E. Smith (Space Telescope Science Institute) samt NASA. “Hubble’s Panoramic Picture of Comet Shoemaker-Levy 9.” http://www.jpl.nasa.gov/sl9/image2.html
22. “Comet Hale-Bopp (August 1 1997.)” http://www.eso.org/outreach/info-events/hale-bopp/comet-hale-bopp-summary-aug01-97-rw.html. ESO-skrivelse.
23. “New Observations of Comet Hale-Bopp from La Silla.” ESO Press Release 16/98. 22 Oct. 1998.
24. http://www.hkr.se/web-mna/stud/stud97/steget/kepler.htm
25. http://www.science.gmu.edu/~hgeller/
26. http://es.rice.edu/ES/humsoc/Galileo/Images/Astro/Conceptions/copernican_universe.gif
27. Orbit 2, Systime, 1. udg, 1. oplag, medfølgende CD-rom.
28. Helle og Henrik Stub, *Det levende univers*, Nyt Teknisk forlag, 2017.
29. DATAbogen, F & K-forlaget side 140. (8. udg, 1. oplag.)
30. Wikipedia.
31. NASA.
32. https://www.spitzer.caltech.edu/news/ssc2006-18-nasas-spitzer-sees-day-and-night-on-exotic-world samt https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/overview/upsilon%20and
33. ESA/DLR/FU Berlin (G. Neukum).
34. http://www2.jpl.nasa.gov/galileo/images/topTen02.html.

35. http://esamultimedia.esa.int/images/cassini_huygens/huygens_land/Picture7.png.
36. jpl.nasa.gov.
37. gsfc.nasa.gov.
38. Data er taget fra en kilde som henviser til: http://kencroswell.com/alchemy.html
39. www.u-cergy.fr
40. http://science.gsfc.nasa.gov/691/cosmicice/cometary.html
41. ned.ipac.caltech.edu
42. *Brown et al*: ”The flux of small near-Earth objects colliding with the Earth.” Nature, Nov. **2002,** pp. 294-296. (Henvist fra webstedet https://cneos.jpl.nasa.gov/fireballs/ Se regneark med data.)
43. https://www.britannica.com/place/Jupiter-planet/Early-history-of-Jupiter
44. https://spaceplace.nasa.gov/barycenter/en/
45. https://solarsystem.nasa.gov/news/792/10-things-to-know-about-the-kuiper-belt/
46. NAAP Labs. (https://astro.unl.edu/downloads/)
47. http://www.solarsystemscope.com/
48. http://hypertextbook.com/facts/1999/TopazMurray.shtml
49. http://www.sciencedaily.com/releases/2010/10/101008105847.htm
50. http://firda.vgs.no/popvit/leonidar.htm
51. https://www.global-klima.org/Kap%202/s2_5a_10.html
52. Fundet på adressen http://www.vdrsyd.com/planet/crater.html
53. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031018216306915
54. https://en.wikipedia.org/wiki/Bedout
55. https://cneos.jpl.nasa.gov/fireballs/
56. https://science.nasa.gov/resource/kuiper-belt-in-depth/
57. https://en.wikipedia.org/wiki/Habitable_zone
58. https://science.nasa.gov/solar-system/asteroids/facts/
59. https://en.wikipedia.org/wiki/User:ScottyBoy900Q

Derudover er brugt information fra

60. "Paul R. Weissman," Scientific American sept. 1998, p. 62-67.
61. "Jane X. Luu and David C. Jewitt," Scientific American maj 1996.
62. “The Comet Primer.” http:/medicine.wustl.edu/¨kronkg/comintro.html.

III Observationer i astronomi

Figur 87: En Maksutov-kikkert.

III.1 Øjet som detektor

III.1.1 Introduktion

Det menneskelige øje er en af de mest fantastiske sanser, mennesket har. Alligevel er mange menneskers syn ikke perfekt. Folk benytter sig ofte af hjælpemidler som for eksempel briller, kontaktlinser, kikkerter osv. Derfor kunne man umiddelbart tro, at øjet ikke er særlig anvendeligt som observationsredskab i astronomi.

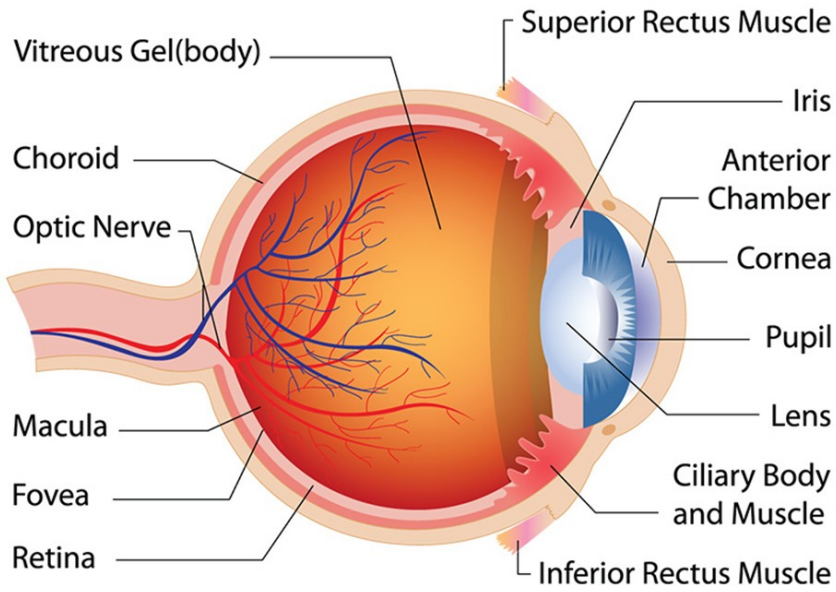
Dette er dog ikke korrekt. Som det følgende vil vise, er øjet en fremragende lysdetektor, som også er ganske anvendelig i astronomi, og derfor vil vi i det følgende betragte øjet som en observationsredskab.

III.1.2 Øjets opbygning

III.1.2.1 Stave og tappe

I et øje findes der to slags lysdetektionsceller. Det ene er ansvarligt for farvesynet, mens det andet er ansvarligt for det sort/hvide syn.

Den ene slags celler kaldes for stave, mens den anden type kaldes for tappe. Stavene og tappene ligger placeret i det område af øjet, der kaldes retina – se figur 88.



Figur 88: Skitse af øjet. Retina er nethinden, og fovea er den gule plet. [1]

Når lys rammer disse celler, sker der en fotokemisk reaktion, der danner en elektrisk impuls, som via synsnerven sendes til hjernen, som så kan fortolke de modtagne nerveimpulser. Dvs. det er hjernen, der *fortolker* synsimpulserne – øjet nøjes med at registrere lyset, man kigger på. Blandt

andet derfor kan ens øjne ‘bedrage en.’ Det sker, hvis hjernen på forhånd antager et bestemt synsindtryk og dermed fejlfortolker det, som øjet rent faktisk registrerer.

Stavene, som ligger spredt over et bredt område på retina, er mere følsomme overfor lys end tappene, som ligger mere koncentreret lige bagved linsen omkring den gule plet (fovea). Stavene giver det sorthvide indtryk af objekter og tappene giver farveindtrykket. Da tappene kræver meget mere lys end stavene for at fungere ordentligt, er virker tappene ikke om natten. Derfor kan vi kun benytte os af stavene om natten, og derfor kan vi kun se sort/hvidt om natten.

Tappene er forbundet til nervesystemet via såkaldte ganglier, hvor der omkring fovea centralis er ca. 1 ganglie forbundet med en tap (eller stav.) Længere ude deles mange stave om en enkelt ganglie. Dermed kan et meget kraftigere signal sendes til hjernen via synsnerven ude fra de yderligt liggende områder af retina. Ganglierne er forbundet med nervesystemet, som via synsnerven sender signalet til hjernen, hvor impulserne analyseres og fortolkes.

Da der er mange stave ude i de ydre områder, og da signalerne fra ganglierne er kraftigere herude, er øjet *mere* følsomt overfor svagt lys i de yderligt liggende områder af retina i forhold til i de inderste områder. Signalet bliver opfattet som sort/hvidt lys, da stavene er i overtal langt fra fovea centralis. Stavene er som tidligere nævnt også mere lysfølsomme end tappene.

III.1.2.2 Linsen og glaslegemet

Hornhinden (cornea) fungerer som en ydre linse foran forkammeret. Cornea dækker over et vandfyldt område, forkammeret, som hedder aqueous humor eller anterior chamber. I forkammeret ligger iris, som fungerer som en blænde for pupillen, hvor lyset trænger ind i linsen og videre gennem glaslegemet, som på billedet hedder vitreous gel. Glaslegemet er et væskefyldt område, der holder øjeæblet udspilet på den rigtige form.

Iris fungerer som en blænde, der kan lukke en vis mængde lys ind i pupillen. Den kan have en bredde på mellem 2-3 mm op til 7-8 mm. Lysmængden kan varieres med en faktor ca. 16, hvilket umiddelbart lyder af meget. Det viser sig dog, at der er en anden effekt, som er meget mere betydningsfuld set fra en astronoms synsvinkel. Det er gennemgået i næste afsnit.

Linsen fokuserer det indkomne lys på et område bag på indersiden af øjet – altså retina.

III.1.2.3 At se i mørke

Når man umiddelbart efter at have været i kraftigt lys, kigger på nattehimmelen, kan man ikke rigtigt se noget. Øjet skal først tilvænnes den svagere lysintensitet. Dette sker blandt andet ved at pupillen udvider sig og derved lukker mere lys ind i øjet.

At øjet udvider sig er dog ikke det fuldstændige svar på, hvad der sker. Prøv at udføre følgende lille eksperiment: Stå i et mørkt lokale og vent et minuts tid, så øjet kan vænne sig til mørket. Lad en makker tænde en lommelygte og lys forsøgspersonen i øjet. Pupillen reagerer inden for et par sekunder! Da det tager mange minutter at vænne sig fuldstændigt til mørket og pupillen reagerer på et sekund, må der altså være tale om anden effekt, der øger øjets lysfølsomhed.

Svaret skal søges i kemikaliet, *rhodopsin*, som dannes i øjet og akkumuleres i stavene og tappene. Rhodopsin dannes i store mængder, når det er mørkt, og i mindre mængder når det er lyst. Dette stof kan øge stavenes og tappenes lysfølsomhed betragteligt. Det er faktisk dette kemikalie, der gør, at øjet har en følsomhed på ca. 10^{13} (!) og ikke en faktor 16, som pupillen bidrager med. Rhodopsin

tager ca. 30 minutter om at øges til sit maksimum, men der foregår dog en svag stigning i koncentrationen helt op til 2 timer efter, at mørket er indtruffet.

En anden effekt, man kan udnytte, er, at øjet er i stand til at summere (integrere) opfanget lys. Hvis man kigger mod et tilsyneladende usynligt objekt, så kan tålmodighed – dvs. ca. 6 sekunders observeren på objektet - gøre, at objektet alligevel kan opfattes. Desværre har træthed en tendens til at få øjet til at flakke, og så ødelægges evnen. Derfor er det vigtigt ikke at være alt for træt, hvis man vil benytte denne mulighed.

Alt i alt kan øjet registrere lys med luminanser fra $1{,}05 \cdot 10^{-8}$ lm/m^2 og helt op til $1{,}30 \cdot 10^{5}$ lm/m^2. Det første tal svarer til de mest lyssvage stjerner, vi kan se i buldermørke, og det andet tal svarer til at kigge ind i Solen. (Noget man naturligvis aldrig må gøre, da retina så brænder af!) Enheden ”lm” udtales *lumen*.

Med hensyn til farveopfattelsen, så er der nogle enkelte objekter, man godt kan se under de rette observationsbetingelser. Tappene fungerer nemlig stadigvæk ved en luminans på $2{,}4 \cdot 10^{-6}$ lm/m^2. Enkelte stjerner som f.eks. Rigel og Betelgeuse i Orion, lyser stærkere end ovenstående grænseværdi, så deres blå og røde farver kan godt opfattes. Ligeledes kan Mars’ røde farve genkendes og Orion-tågen M42’s svagt grønne skær kan også med lidt held opfattes.

Tappene og stavene er som sagt ikke lige lysfølsomme, og de har heller ikke samme bølgelængdeafhængighed, så den personligt opfattede farve er ikke altid den farve, som objektet rent faktisk lyser med. Denne effekt kaldes Purkinje-effekten. Hvis 2 mennesker kigger på det samme objekt i den samme kikkert er det ikke sikkert, at de opfatter lysstyrken og farven på objektet på samme måde.

III.1.2.4 Synet og helbredet

Et øje fungerer bedst, hvis man har tilstrækkeligt med A-vitamin og zink i kroppen. Hvis man tror, man er i underskud for disse stoffer er det en god ide at tage nogle kosttilskud for at afhjælpe manglen. Dog opnås ingen effekt ved at tage for meget A-vitamin og zink. Faktisk kan for meget A-vitamin være farligt.

Et højt blodsukkerniveau styrker også synet, så det er en god ide at have spist, inden man observerer. Bemærk dog, at et abnormt højt blodsukkerindhold, som diabetikere for eksempel kan få, kan give sygdommen grøn stær, som fører til blindhed.

Et højt iltindhold i blodet er også synsforbedrende. Således kan tung vejrtrækning forbedre synsevnen en smule, især hvis man befinder sig i bjergegne. Igen er overdrivelse af det onde, og hyperventilering kan lede til besvimelse. Da rygning substituerer noget af ilten, O_2, med CO i blodet, kommer kroppen i iltmangel og derved formindskes synsevnen en smule. Derfor er det ikke godt at ryge, hvis man vil observere svage objekter.

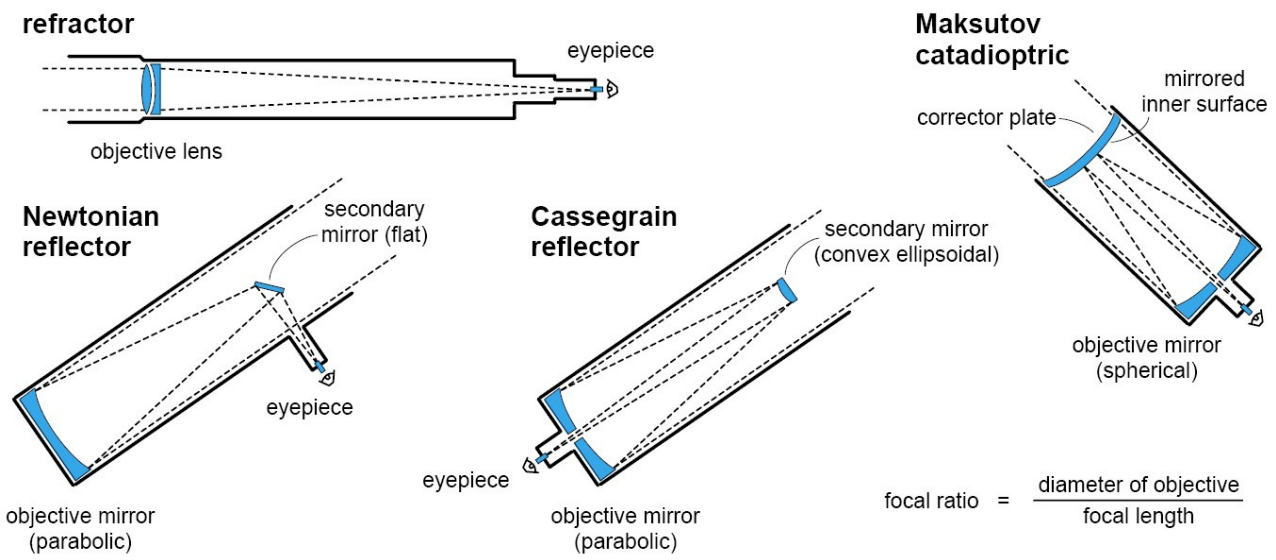
Alkohol formindsker øjets evne til at se kontraster. Det forstyrrer også kontrollen over øjenmusklerne og dermed forstyrres også muligheden for at udnytte øjes evne til at opsummere (integrere) lys.

Skarpt UV-lys og sollys kan forsinke dannelsen af rhodopsin med *flere dage*, hvorfor solbriller med UV-beskyttelse er vigtige redskaber i dagene op til en kompliceret observationsnat. UV-lys kan også gøre øjenlinsen mat og øge ældningsprocessernes hastighed i retina. Derfor er brilleglas med UV-beskyttelse generelt en god ting, hvis man normalt bærer briller.

Endelig formindskes pupillens evne til at åbne sig med alderen. Hvis man er teenager eller i 20'erne kan pupillerne åbnes til 7-8 mm, mens en 80 årigs pupiller kun kan åbnes til 3-5,5 mm. Blandt andet derfor ser ældre mennesker generelt ikke så godt som yngre. Dette problem kan dog foreløbig ikke afhjælpes.

III.2 Kikkerten

Der findes mange slags kikkerter, og vi vil her omtale de mest almindelige. Se figur 89.



Figur 89: Forskellige teleskoptyper. [2]

De forskellige kikkerttyper har hver deres fordele og ulemper - *refraktoren* kan med nutidens avancerede linser lave et krystalklart billede i forhold til spejlteleskoper af samme størrelse. Desværre er linser meget dyrere at lave end spejle, og de bliver også meget tungere og ganske uhåndterlige, når man vil lave store kikkerter. Derfor bruges, praktisk taget, kun spejlteleskoper i nutidens observatorier. En håndkikkert er en refraktor.

Newton-kikkerten har et parabolsk hovedspejl og et lille plant spejl stukket ind i toppen af kikkerten, så lyset kan afbøjes ind mod okularet. Kikkerten kan konstrueres til at have en meget lille *f*-værdi (se næste afsnit), som giver et stort synsfelt. Den største ulempe ved typen er, at der er en billedfejl i optikken, som kaldes coma.

Cassegrain-kikkerten har et parabolsk primærspejl og et konvekst hyperbolsk sekundærspejl. Den er mere kompakt end en Newtonsk kikkert; ellers er dens ulemper tilsvarende Newton-kikkerten.

Schmidt-Cassegrain-kikkerten har en sfærisk linse forrest, som minimerer optiske fejl, som de 2 foregående spejlkikkerter har - desuden beskyttes primær- og sekundærspejlene for støv, skidt og fugt, fordi det hele er lukket inde. Ulempen er, at kikkerten er dyrere end de 2 foregående. Den er ikke vist på billedet, men den ligner Maksutov-kikkerten.

Maksutov-kikkerten har et sfærisk primærspejl samt en korrektionslinse, der minder om Schmidt-Cassegrain'ens. (Formen er anderledes.) Kikkerten er endnu mere kompakt end Schmidt-Cassegrain'en, og den har endnu færre optiske fejl end de andre spejlkikkerter, men den er sværere

at konstruere og derfor er den dyrere end de andre spejlkikkerter. Den er også sværere at fokusere end Schmidt-Cassegrain-kikkerten.

Skolen har både en Maksutov- og en Scmidt-Cassegrain-kikkert.

III.2.1 Forstørrelse, *f*-tal og synsfelt

Kikkerten har forskellige okularer, og dermed kan man observere områder med forskellige forstørrelser samt forskellige feltstørrelser. Man kan beregne feltstørrelsen/synsfeltet og forstørrelsen af opsætningen ud fra følgende formler

$$m=\frac{f_{kikkert}}{f_{okular}} \wedge \varphi=\frac{\varphi_{okular}}{m} \tag{31}$$

hvor *f*'erne angiver brændvidderne for hhv. kikkerten og okularerne, *m* angiver forstørrelsen af teleskopsystemet, φ_{okular} er okularets tilsyneladende synsfelt og φ er kikkertsystemets feltstørrelse, dvs. den vinkeludstrækning man kan se, når man kigger igennem kikkerten.

Bemærk, at hvis forstørrelsen, *m*, øges, så falder feltstørrelsen, dvs. man ser et mindre udsnit af nattehimmelen.

Foruden at observere visuelt, kan man isætte en såkaldt CCD-detektor. Dens virkemåde er beskrevet i "Mørkt stof i universet," af Allan Hornstrup. [3] Hvis man påsætter en CCD-detektor i stedet for et okular, gælder følgende formel

$$\varphi=2\cdot\tan^{-1}\left(\frac{p_i\cdot N_i}{2\cdot f_{kikkert}}\right) \tag{32}$$

N er antallet af pixler i enten x- eller y-retningen. p_i er pixelbredden i enten *x*- eller *y*-retningen. Se i øvrigt data for vore okularer og CCD-detektor nedenfor.

Der er også en størrelse, der kaldes f/-faktoren. Den giver et mål for hvor hurtigt kikkerten kan indsamle lys. Dvs. hvis f/-faktoren er lille, så er kikkerten god til svage objekter. Man beregner f/-faktoren ud fra følgende formel

$$\text{f/}=\frac{f_{kikkert}}{D} \tag{33}$$

Ovenfor er *D* hovedspejlets/objektivets diameter.

III.2.2 Rosborgs udstyr

Skolen har 1 Celestron håndkikkert der forstørrer 20 gange samt en Celestron Schmidt-Cassegrain C8+ kikkert og en Maksutov-kikkert.

Schmidt-Cassegrain'en har en brændvidde på 2000 mm og en diameter på 8'' = 20,2 cm. Dvs. det er en f\10-kikkert. (Brændvidden kan reduceres til 1250 mm med en påsat fokalforkorter og så bliver kikkerten til en f/6,3-kikkert.) Det giver et rimeligt stort synsfelt og god lysfølsomhed. Kikkerten er monteret med computer, så den kan styres på en let måde.

Navn	Brændvidde	Tilsyneladende synsfelt
Søgekikkert på 20 cm-kikkerten (m=6)		42°
Celestron 25 mm okular	25 mm	52°
Meade 4,7 mm	4,7 mm	84°
Meade 6,4 mm	6,4 mm	52°
Meade 9 mm	9 mm	40°
Meade 14 mm	14 mm	84°
Meade 25 mm	25 mm	44°
20 cm-teleskopets brændvidde, $f_{teleskop}$	2000 mm	f\10-kikkert (f\6,3 m. fokalforkorter.)
Celestron NexStar 127 SLT Maksutov	1500 mm	f\11,8-kikkert.

For Canon-kameraet[28] gælder: $N_x = 5184 N_y = 3456 p_x = p_y = 4{,}3\ \mu m$
For NexImage5-kameraet gælder: $N_x = 2592 N_y = 1944 p_x = p_y = 2{,}2 \mu m$

III.2.2.1 Øvelse - kikkertforstørrelse

Beregn kikkertforstørrelserne hvis man bruger okularerne med brændvidderne 25 mm, 14 mm og 6,4 mm til 20 cm-teleskopet.

-o-

III.3 Afstandsmåling til stjerner med parallaksemetoden

Læseren er sikkert bekendt med enheden *lysår*, som er den afstand lyset i vakuum kan tilbagelægge på et år. Dvs.

$$1\ \text{ly} = 1\ \text{yr} \cdot c = 1\ \text{yr} \cdot 2{,}9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 365{,}256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\ \text{s} \cdot 2{,}9979 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 9{,}4609 \cdot 10^{15}\ \text{m}$$

Astronomer benytter dog normalt ikke denne enhed. I stedet benyttes enheden parsec (forkortet pc). Denne enhed er et mere naturlig valg, som det følgende vil vise.

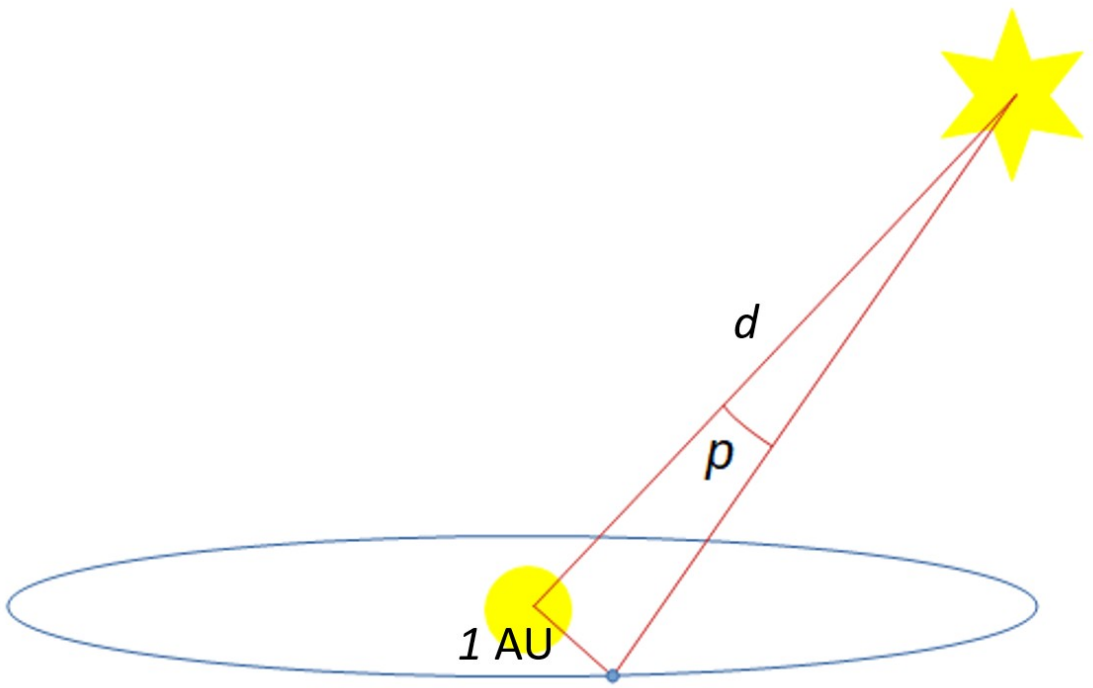
Betragt figur 90. En stjernes tilsyneladende position på himmelen *varierer* i løbet af årets gang, fordi Jorden bevæger sig i forhold til den. På figuren ses stjernen øverst til højre og Jordens bane er markeret med blåt. Jordbanens radius er 1 AU. (1 *Astronomical Unit*, som er defineret som Jordens middelafstand til Solen.) Vinklen, p, kaldes for *parallaksen*, og den er ganske lille, men den er dog målelig for milliarder af stjerner i Mælkevejen, hvis man benytter det rumbaserede GAIA-teleskop.

Betragt den retvinklede trekant øverst i figur 90. Tangens-reglen for retvinklede trekanter giver os

$$\tan(p) = \frac{1\ \text{AU}}{d} \tag{34}$$

Eftersom p er meget lille - den er af størrelsesorden nogle brøkdele af et buesekund, kan man benytte en tilnærmet værdi for tan(p). Fra matematikken er nemlig vist, at tan(p) ≈ p hvis p er væsentligt mindre end 1 radian.

28 Dette kamera tilsluttes kun Celestron-kikkerten.



Figur 90. Jorden kredser om Solen, og dermed ændres sigtelinjen til en nærtliggende stjerne.

Dvs. formel 34 kan omskrives til

$$d = \frac{1\ \text{AU}}{p(\text{rad})} \tag{35}$$

Astronomer benytter som bekendt buesekunder som vinkelenhed. Derfor er det praktisk at omregne ovenstående formel, som gælder for radianer, så vi direkte kan indsætte vinkelværdier i buesekunder. 1 rad = 180°/π og 1° = 3600", dvs. 1 rad = 180·3600"/π = 206264,8". Altså får vi

$$d = \frac{1\ \text{AU}}{\left(\frac{p(")}{206264{,}8}\right)} = \frac{206264{,}8\ \text{AU}}{p(")} \equiv \frac{1\ \text{pc}}{p(")} \tag{36}$$

Ovenfor betyder tegnet med 3 streger, at vi har defineret 1 pc = 206264,8 AU.

Målinger har vist, at 1 AU = $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m, dvs. 1 pc = $3{,}086 \cdot 10^{16}$ m = 3,262 ly. Eftersom et lysår og en parsec er defineret så forskelligt, er det påfaldende, at enhederne ligger så tæt på hinanden.

III.3.1 Øvelse – Stjernen α Cen

For stjernen α Centauri har man målt en parallakse p = 0,76".
a) Kontroller at afstanden til stjernen er 1,3 pc.
b) Hvor lang er afstanden i km?
c) Hvis et rumskib flyver 11 km/s, hvor lang tid vil det så tage at flyve ud til stjernen?

-o-

Parallaksemetoden er fra Jordoverfladen anvendelig for de stjerner, som har en parallakse over 0,01", hvilket svarer til omkring et par tusinde stjerner. Når man vil benytte metoden for stjerner, som ligger endnu længere væk, må man ty til satellitter, f.eks. den europæiske GAIA-satellit. Den kan måle parallakser ned til $24 \cdot 10^{-6}$". Hvis målenøjagtigheden skal være 10 % viser det sig, at teleskopet kan måle afstande i en radius på 4200 pc rundt om Solen. Derfor kan metoden bruges til at måle afstande for de nærmeste milliarder stjerner.

III.3.2 Øvelse – Afstande og SIMBAD-kataloget

Åbn SIMBAD[29]-kataloget og vælg selv mindst 3 stjerner, du kender navnene på. Aflæs deres parallakser i millibuesekunder (mas) og beregn afstandene til stjernerne.

III.4 Størrelsesklassebegrebet

Når man betragter nattehimmelen, vil man snart opdage at stjernerne ikke lyser med samme styrke. Nogle lyser kraftigt (Solen f.eks.) og andre lyser mindre kraftigt. Hvis man øver sig tilstrækkeligt længe, kan man lære at opdele stjernerne i forskellige lysklasser - også kaldet størrelsesklasser. F.eks. kunne man lægge de mest lysstærke stjerner i klasse 1, de næstmest lysstærke stjerner i klasse 2 osv.

Ovenstående metode var netop hvad antikkens astronomer gjorde, og deres metode lever - i en lettere modificeret version - i bedste velgående den dag i dag. Det var Hipparchus (162-127 f. Kr.) der opfandt dette system. Han inddelte stjernerne i 6 størrelsesklasser med de kraftigste stjerner i størrelsesklasse 1 og de svageste i størrelsesklasse 6. Metoden forekommer dog ikke alt for logisk, for de fleste opfatter det som en smule besværligt, at jo svagere en stjerne lyser, des større størrelsesklasse har den, men historien har bundet os til at fortsætte med at bruge det gamle størrelsesklassesystem.

Lad os nu se på hvad der sker, når øjet eller et kamera modtager lyset fra en stjerne. Vi måler stjernens *tilsyneladende luminositet l*, når vi observerer denne; dvs. vi måler en effekt, som rammer et vist areal - f.eks. pupillen i øjet, en CCD-detektor eller en kamerafilm. Enheden for luminositeten er $[l] = W/m^{2.}$.

Nu er det sådan, at systemet ”øjet med hjerne” opfører sig logaritmisk og ikke lineært! F.eks. vil to 40 W pærer tilsyneladende *ikke* lyse dobbelt så kraftigt som en enkel 40 W pære; selvom der kommer dobbelt så meget effekt ud fra to pærer end en. Der skal altså mere end 2 pærer til, (afhængig af øjnene der ser) for at det ser ud som om, lysstyrken er fordoblet. Derfor bliver det nødvendigt, at manipulere med luminositeten, *l*, hvis den skal ligne det gamle størrelsesklassesystem, som er indrettet efter det, øjnene ser.

I 1850 undersøgte astronomen N. R. Pogson fra Nottingham, England, Hipparchus' gamle størrelsesklassesystem, og han fandt, at en forskel på 1 størrelsesklasse svarede til en luminositetsfaktor-forskel på ca. 2,5. Derfor lavede han den matematiske *definition*, at en forskel på netop 5 størrelsesklasser skulle svare til en faktor 100 i luminositetsforskel. ($2{,}5^5 \approx 100$.) Han kunne altså definere formlen

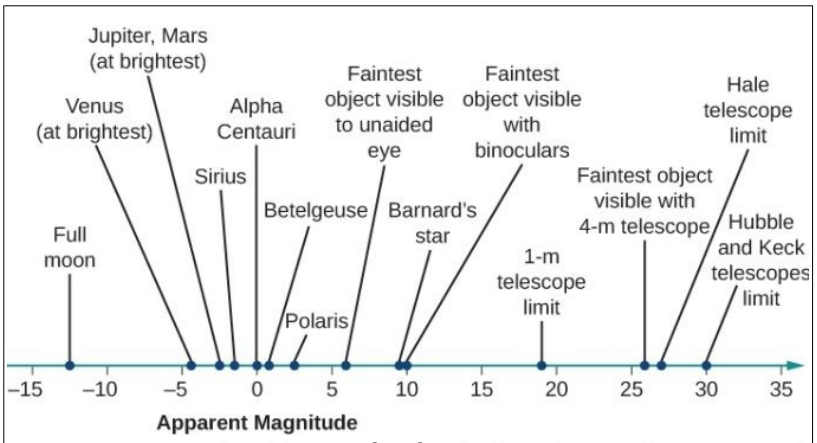
$$\frac{l_1}{l_2} = 2{,}5119^{m_2 - m_1} \tag{37}$$

hvor *m* angiver størrelsesklassen.

29 https://simbad.u-strasbg.fr/simbad/

Under undersøgelsen af Hipparchus' system opdagede Pogson, at Hipparchus ikke havde været *alt* for præcis i sine angivelser af stjernernes størrelsesklasser. Hipparchus benyttede trods alt kun sine øjne som observationsinstrument, og derfor findelte Pogson skalaen. Solen og Månen var heller ikke med i skalaen. Med Pogsons formel kan man i dag finde stjerner med størrelsesklasser, der ikke er heltallige, nogle er endog under 1 - ja selv negative værdier findes. F. eks. har stjernen Sirius (Hundestjernen) en størrelsesklasse på -1,6, og fordi vi er så tæt på Solen, har Solen en tilsyneladende størrelsesklasse på -26,7.

De absolut svageste objekter, vi i dag kan se i kikkerter, har tilsyneladende størrelsesklasser på omkring 30; dvs. skalaen strækker sig over et ganske stort interval i forhold til Hipparchus' oprindelige interval på 6 størrelsesklasser. Figur 91 viser en oversigt over kendte objekters størrelsesklasser.



Figur 91: Størrelsesklasser for forskellige himmellegemer. [4]

Eftersom øjet altså er et logaritmisk 'instrument,' og vi derfor gerne vil have et mål, der svarer til det, vi ser, må vi nødvendigvis isolere m_2-m_1 i formel 37

$$\log\left(\frac{l_1}{l_2}\right)=(m_2-m_1)\cdot\log(2{,}5119)=(m_2-m_1)\cdot 0{,}40 \Leftrightarrow$$

$$-2{,}5\cdot\log\left(\frac{l_2}{l_1}\right)=m_2-m_1 \qquad (38)$$

Bemærk minusset der fremkommer, fordi vi har ombyttet indexerne i udtrykket for log. Formel 38 kan bruges til at bestemme en stjernes størrelsesklasse, når man kender størrelsesklassen for *mindst én* anden stjerne.

Man har dog i praksis valgt *mange* meget stabile stjerner, kaldet *standardstjerner*, til at kalibrere observationerne, så der altid vil være standardstjerner på nattehimmelen uanset tidspunkt og sted på Jorden, hvorfra der observeres. Disse standardstjerner er for eksempel anført i *The Astronomical Almanac,* og der findes også nogle i kilde [5].

III.4.1 Øvelse – Stjernerne Procyon og Sirius

Man har målt den tilsyneladende luminositet for stjernen Procyon i et sekund, og den er målt til 5791 tællinger med en såkaldt CCD-detektor. Umiddelbart bagefter har man målt på Sirius i et sekund, og den tilsyneladende luminositet blev målt til 31245 tællinger. Fra tidligere observationer ved man, at Sirius i standardenheder har en størrelsesklasse på -1,46.

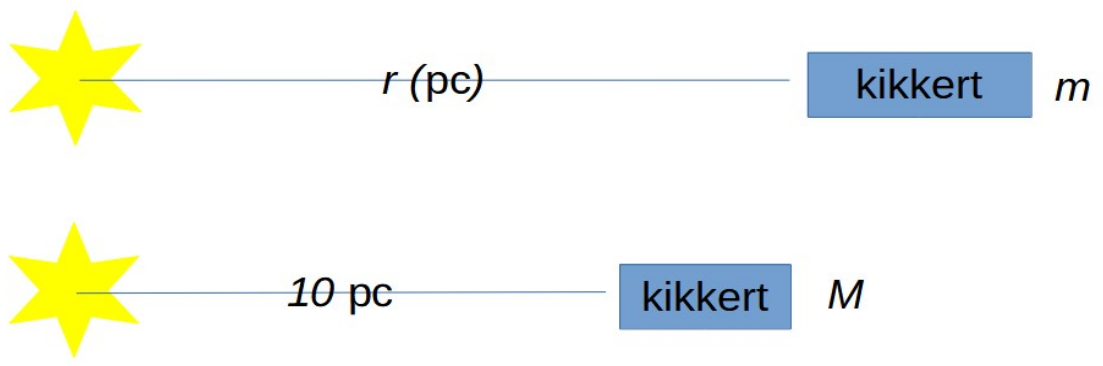
Vis at Procyons tilsyneladende størrelsesklasse er 0,37.

Som en sidebemærkning kan det nævnes, at Procyon er den 8. mest lysstærke stjerne på nattehimmelen, og den ligger i 'Lille Hund.' (Ifølge den græske mytologi er stjernebillederne Store Hund og Lille Hund jagthunde, der hjælper Orion i hans jagt.)

-o-

III.4.2 Absolut størrelsesklasse og afstande

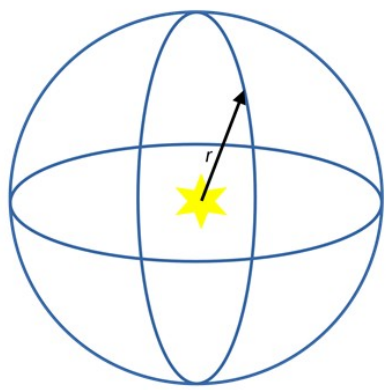
Formel 38 er som nævnt god til at inddele stjernerne i bestemte størrelsesklasser ud fra nogle valgte standardstjerner, men ved passende antagelser kan man manipulere den til at fortælle, hvor langt væk stjerner befinder sig. Betragt figur 92. En observatør betragter en stjerne ved to afstande. Jo tættere man er på stjernen, des kraftigere vil den tilsyneladende lyse.



Figur 92: Samme stjerne observeres i afstandene, r, og 10 pc. *I afstanden 10 pc defineres størrelsesklassen til M.*

Hvis det var muligt at lande på stjernen, kunne man måle hvor meget effekt, der slipper ud pr. arealenhed fra overfladen, dernæst kunne man måle stjernens overfladeareal og endelig kunne den *absolutte luminositet*, *L*, bestemmes. (Dvs. *L* udtrykker en effekt og ikke effekt pr. areal, som den tilsyneladende luminositet gør.)

Det kan naturligvis ikke lade sig gøre i praksis. Men vi kan jo også bare lægge en fiktiv kugleskal uden om stjernen i en vilkårlig afstand, *r*, og så regne på den problemstilling. Dette er vist i figur 93.



Figur 93: I afstanden r fra en stjerne skal al stjernelyset gennem-stråle kuglefladen. Jo større afstanden bliver, des mindre bliver den tilsyneladende luminositet gennem kugleskallen.

Den tilsyneladende luminositet i afstanden, *r*, vil naturligvis blive mindre end ved overfladen af stjernen, men til gengæld vil overfladearealet blive meget større end inde ved stjernens overflade. Eftersom arealet af en kugleskal med radius *r*, er $A = 4\cdot\pi\cdot r^2$, vil vi altså i afstanden, *r*, måle en tilsyneladende luminositet, *l*, på

$$l=\frac{L}{A}=\frac{L}{4\cdot\pi\cdot r^2} \qquad (39)$$

hvor L er den absolutte luminositet, dvs. effekt for stjernen.
Man *definerer* den *absolutte størrelsesklasse, M,* af en stjerne til at være den *tilsyneladende størrelsesklasse, m,* ved afstanden 10 pc. Dvs. formel 38 giver os

$$-2{,}5\cdot\log\left(\frac{l(r)}{l(10\,pc)}\right)=m-M \tag{40}$$

Vi kan nu bortsubstituere de tilsyneladende luminositeter i formel 40 ved hjælp af formel 39. Det giver

$$m-M=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{\frac{L}{4\cdot\pi\cdot r^2}}{\frac{L}{4\cdot\pi\cdot(10\ \mathrm{pc})^2}}\right)=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{10}{r/\mathrm{pc}}\right)^2\Leftrightarrow$$

$$m-M=5\cdot\log(d)-5 \tag{41}$$

Ovenfor er $d=r/\mathrm{pc}$ et dimensionsløst mål for afstanden.

III.4.2.1 Øvelse – eftervisning af formel 41

I udledningen af formel 41 har vi udeladt en del mellemregninger. Gennemfør selv udledningen af formlen i detalje. (Bemærk, at du skal være god til logaritmeregneregler, hvis du vil løse opgaven.)

-o-

Formel 41 fortæller os, at hvis man kan måle en stjernes tilsyneladende størrelsesklasse, m, og man kan finde en anden metode til at bestemme stjernens absolutte størrelsesklasse, M, så kan man bestemme afstanden til stjernen. Der findes heldigvis en metode til at bestemme stjernens absolutte størrelsesklasse. Den kan for eksempel findes ved *spektralklassebestemmelse,* eller den kan bestemmes af teoretiske astronomer.

III.4.2.2 Øvelse – afstanden til Procyon

Man har ved spektralklasseanalyse målt Procyons absolutte størrelsesklasse, M = +2,6. Procyons tilsyneladende størrelsesklasse m = 0,37.

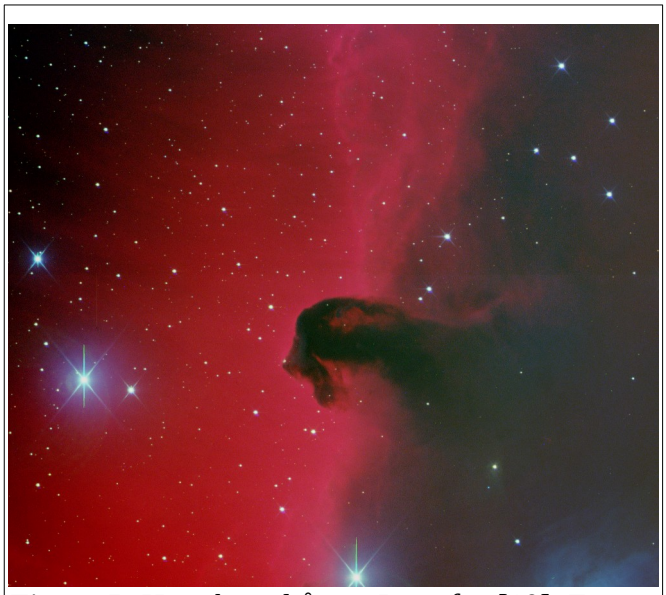
a) Vis at afstanden til Procyon er 3,58 pc.

-o-

III.4.3 Overfladestørrelsesklasser

I de første afsnit var det underforstået, at de observerede objekter var punktkilder, men det giver ikke så god mening for planetariske tåger og galakser. Betragt figur 94 og 95.

Figur 94: Helixtågen - en død stjerne. Data fra [10]. Egen billedbehandling.



Figur 95: Hestehovedtågen. Data fra [10]. Egen billedbehandling.

Selvom det samlede lys fra de 2 objekter har en vis størrelsesklasse, så er det jo spredt ud over et større område, og derfor synes lyset svagere, end størrelsesklassen umiddelbart skulle fortælle en.

Derfor indføres begrebet *overfladestørrelsesklasse*, som har enheden mag/kvadratbueminut eller mag/kvadratbuesekund.

Vi tager udgangspunkt i formel (38) og benytter os af logaritmelregnereglerne. Det giver os følgende formel

$$m = -2{,}5 \log(l) + k \tag{42}$$

Konstanten, k, bestemmes af en referencestjernes tilsyneladende luminositet, l, og dens standardstørrelsesklasse.

Overfladelysstyrken, μ, er defineret som

$$\mu = -2{,}5 \cdot \log\left(\frac{l}{A}\right) + k \tag{43}$$

Ovenfor er A vinkeludstrækningen af det område, hvor lyset kommer fra. Ved at bortsubstituere konstanten i formlerne (42) og (43) fås

$$\mu = m + 2{,}5 \cdot \log(A) \tag{44}$$

III.4.3.1 Eksempel – Helixtågen NGC 7293

Husk at jo større størrelsesklasse, des svagere lyser objektet, og på et mørkt sted kan man se op til m = 6 med et rask øje. Et tabelopslag for størrelsesklassen[30] for Helixtågen giver m_V = 7,60, så det kunne give anledning til at tro, at en håndkikkert er nok til at kunne se Helixtågen. Det viser sig dog

30 Indeks V forklares i næste afsnit.

at være umuligt at se tågen med en håndkikkert. Forklaringen er, som figur 94 viser, at lyset er udbredt over et stort område.

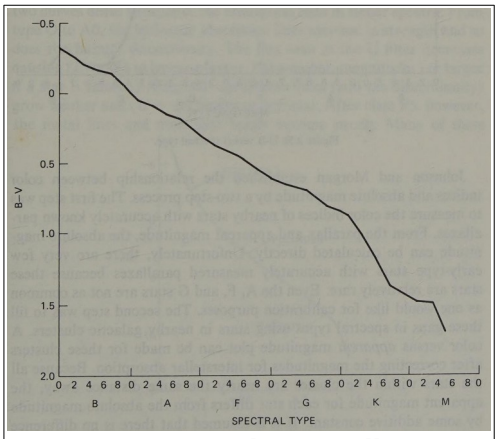
En opmåling af tågens overfladeareal giver A = 240 kvadratbueminutter og ved indsættelse i formel (44) får man at μ = 13,55 mag/arcmin^2. Her er enheden skrevet, som man gør internationalt.

Det er jo en meget stor størrelsesklasse, og derfor er det også nødvendigt med en stor kikkert, hvis man vil se tågen – og i praksis kræver det et kamera, så man kan eksponere i flere sekunder.

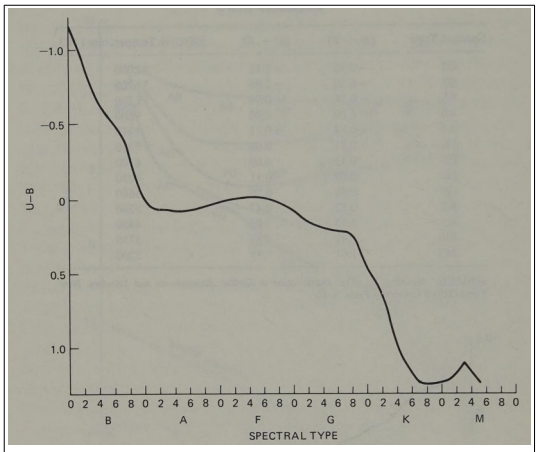
III.4.4 UBVRI-størrelsesklasser

Vi har ovenfor antaget, at når man observerer en stjerne, måler man alle bølgelængder i lyset fra denne, men i virkeligheden er man ofte interesseret i at kigge på strålingen fra bestemte bølgelængdeintervaller. Derved kan man bestemme stjernens *farveindex* samt spektralklasse og desuden dens absolutte størrelsesklasse, M. I praksis er metoden at indsætte et farvefilter foran ens detektor og så optage typisk 3 billeder af stjernen. Man måler ofte gennem et blåt (B), et grønt (V) og et rødt (R) filter, men ultraviolette (U) og infrarøde (I) filtre bruges også. Ved de to sidstnævnte filtre, er det bedst at observere fra toppen af et bjerg eller endnu bedre – ude fra rummet.

Man angiver den tilsyneladende størrelsesklasse med bogstaverne *U, B, V, R, I* i stedet for m. Bemærk at man her benytter store bogstaver, selvom der er tale om tilsyneladende størrelsesklasser. Farveindexerne er givet som forskellen mellem hhv. *U, B, V* og *R*. F.eks. er et farveindex givet ved *U-B*, et andet ved *B-V* og et tredie som *V-R*. Bemærk at man ikke bruger indexerne *U-R, U-V* samt *B-R* til noget. Når man har farveindekserne kan stjernernes spektralklassetyper bestemmes. Spektralklasserne fortæller en del om stjerner – f.eks. deres temperaturer og dermed deres farve. De siger også noget om størrelserne af stjernerne. Der er mere om det i kapitlet *Solen og andre stjerner,* men her vil vi anføre et par grafer, der kan bruges til at bestemme spektralklassen. De er vist i figur 96 og 97.



Figur 96: Sammenhæng mellem B-V og spektraltypen. [7]



Figur 97: Sammenhæng mellem U-B og spektraltype. [7]

Vi antog også underforstået, at stjernelyset udsendes fuldstændigt isotropt (lige meget i alle retninger) og vi tog desuden ikke hensyn til eventuel interstellar absorption. Pånær nogle patologiske eksempler - f.eks. kæmper i omløb omkring kompakte objekter - udsender stjerner deres lys fuldstændigt isotropt, så den antagelse er ok. Der *findes* dog støv og lignende i universet, som kan absorbere noget af stjernelyset på dets vej ned til Jorden. Det viser sig, at man kan justere i formel 41, så absorption medtages for det synlige område. Den justerede formel er

$$V - M_V = 5 \cdot \log(d) - 5 + A_V \tag{45}$$

Ovenfor er A_V absorptionen målt gennem et visuelt filter. Man kan bestemme absorptionen ved først at måle farveindekset *B-V* for stjernen og derefter på anden vis bestemme, hvad $(B\text{-}V)_0$ bør være for en stjerne af den givne type. Dermed kan farveexcessen, $E_{B\text{-}V}$, beregnes til

$$E_{B-V} = (B-V) - (B-V)_0 \tag{46}$$

Det viser sig, at følgende formel gælder

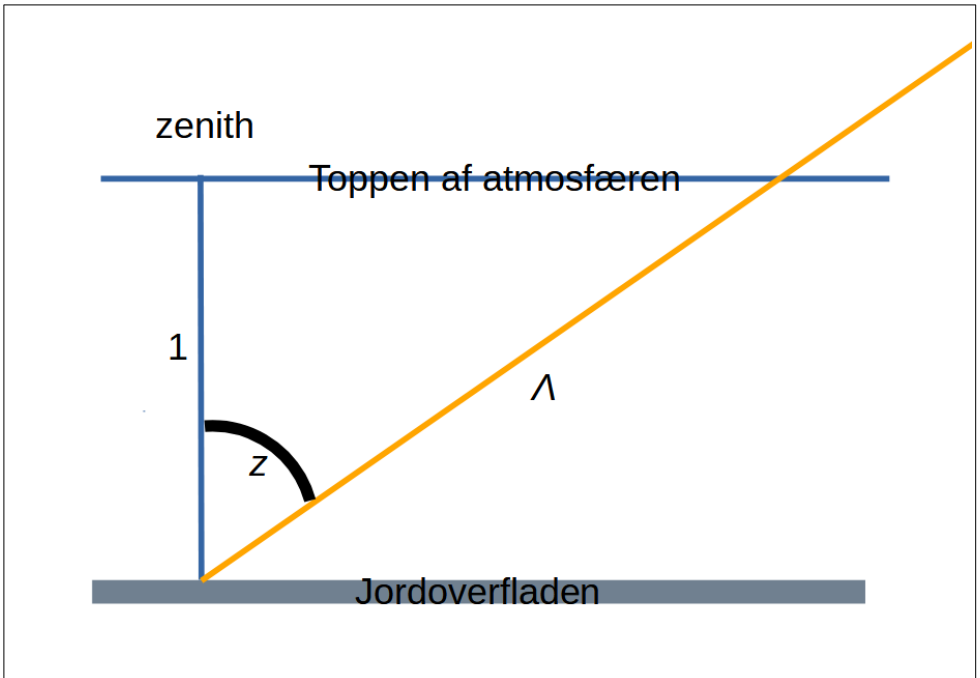
$$A_V = 3{,}1 \cdot E_{B-V} \tag{47}$$

Der er endnu en effekt, *ekstinktionen*, som kan fjerne ganske meget lys, dvs. den bliver vi nødt til at tage højde for, hvis vi foretager vore egne observationer. Den behandles i det følgende.

III.4.5 Ekstinktion fra atmosfæren

På en skyfri dag vil man ved solopgang samt solnedgang se, at Solen virker rødgul. Når den står højt på himmelen, er den derimod gul. Farveændringen skyldes påvirkning fra Jordens atmosfære.

I atmosfæren findes der støv, molekyler, vanddråber osv. Disse partikler kan absorbere eller sprede lys og effekterne afhænger af lysets bølgelængde. F.eks. kan især molekyler i atmosfæren sprede blåt lys relativt let, mens lys af længere bølgelængder nemmere kan slippe igennem. En lysstråle, der indeholder lys med mange forskellige bølgelængder - en solstråle f.eks. - vil derfor skifte farve ved passagen ned gennem atmosfæren.



Figur 98: En simpel plan atmosfæremodel.

Hvis strålen skal passere et tykt lag atmosfære, vil meget blåt lys blive spredt og hvis atmosfærelaget er tyndt, vil kun lidt blåt lys blive spredt.

Betragt figur 98. På figuren kan man se, at hvis lysstrålen passerer ned fra lodret - kaldet *zenith* - passerer den et vist lag atmosfære, som vi definerer til at have længden 1 luftmasse. Hvis den entrer atmosfæren med en vinklen, *z*, skal den passere gennem et endnu tykkere atmosfærelag. Dvs. jo længere nede i horisonten stjernen (eller Solen) befinder sig, des mere blåt lys vil blive spredt/absorberet. Derfor virker stjernerne mere røde og utydelige for store vinkler, *z*. Vinklen, *z*, kaldes for *zenithdistancen.*

Ovenstående effekt er også ansvarlig for, at himmelen er blå, og hvis atmosfæren var lavet af andre slags molekyler, kunne himmelen have en anden farve.

Atmosfæren er ret forskellig som funktion af tiden, højden og vejret. Både massefylde, tryk og sammensætning ændres hele tiden, og de er forskellige i forskellige højder over jordoverfladen, så det er svært at bestemme en bestemt tykkelse for atmosfæren. Derfor definerer vi vores egen enhed, *luftmassen*, således: Hvis lyset passerer lodret ned gennem atmosfæren, så har den gennemløbet 1 luftmasse uanset atmosfærens sammensætning og aktuelle højde.

Dvs. hvis vi tilnærmer atmosfæren til at være planparallel, benytter cosinusreglen for retvinklede trekanter, samt ovenstående definition, kan man beregne hvor stor en luftmasse, Λ, lyset skal passere

$$\Lambda = \frac{1}{\cos(z)} \tag{48}$$

III.4.5.1 Øvelse - luftmasse

Benyt figur 98 til at vise formel 48. Du skal bruge cosinus-reglen for retvinklede trekanter.

-o-

I virkeligheden krummer atmosfæren, dvs. formlen ovenfor er ikke korrekt for alle zenithdistancer. Den passer dog ganske fint for $z < 60°$. Hvis man vil have mere nøjagtige resultater for store zenithdistancer, viser en nøjere beregning at flg. formel gælder

$$\Lambda = \frac{1}{\cos(z)} - 0{,}0018167 \cdot \left(\frac{1}{\cos(z)} - 1\right) - 0{,}002875 \cdot \left(\frac{1}{\cos(z)} - 1\right)^2 - 0{,}0008083 \cdot \left(\frac{1}{\cos(z)} - 1\right)^3 \tag{49}$$

Når en foton entrer atmosfæren[31], har den en vis sandsynlighed, *p*, for at blive absorberet pr. luftmasseenhed. Dvs. hvis vi har *l* fotoner, der indløber hvert sekund pr. kvadratmeter, vil tilvæksten af fotonerne, d*l*, efter en luftmasseafstand på dΛ være

$$dl = -p \cdot l \cdot d\Lambda \Leftrightarrow l'(\Lambda) = -p \cdot \Lambda$$

Minusset skyldes, at tilvæksten er negativ - der sker jo et *fald* i antallet af fotoner. (Man benytter bogstavet 'd' for 'små' tilvækster i modsætning til 'Δ' for store tilvækster.) Dvs. hvis fotonerne skal gennemløbe afstanden, Λ, får man, at der nede ved overfladen resterer

$$l(\Lambda) = l_0 \cdot \exp(-p \cdot \Lambda) \tag{50}$$

31 Her antager vi atmosfæren til at være *grå*, dvs. ekstinktionen antages uafhængig af bølgelængden og dermed fotonenergien. Derfor kan *l(Λ)* også opfattes som den tilsyneladende luminositet.

fotoner. l_0 angiver antallet af fotoner ved atmosfærens top.

III.4.5.2 Øvelse – ekstinktion

Hvis du har lært integration, så prøv at integrere dig frem til formel 50. Hvis ikke du har lært integration, men du har lært differentiation, kan du differentiere formel 50 og kontroller at den opfylder differentialligningen. Har du ikke lært nogle af de ovenstående matematikarter, må du nøjes med at tro på, at formlen passer.

-o-

Vi ved nu nok til at bestemme den tilsyneladende luminositet for en stjerne udenfor atmosfæren. Antag, at vi måler på en stjerne med zenithdistance, z. Vi ønsker at finde stjernens tilsyneladende størrelsesklasse, m_0, *udenfor* atmosfæren. Det kan vi gøre vha. formel 38 og 50, som netop fortæller os hvor mange fotoner, der absorberes i atmosfæren. Dvs. $l_1=l_0$ og $l_2 = l_0\cdot\exp(-p\cdot\Lambda)$. Derudover sættes $m_2 = m$ og $m_1 = m_0$. Disse udtryk kan indsættes i formel 38

$$-2{,}5\cdot\log\left(\frac{l_2}{l_1}\right)=m_2-m_1\Leftrightarrow m-m_0=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{l_0\cdot\exp(-p\cdot\Lambda)}{l_0}\right)=+2{,}5\cdot p\cdot\Lambda\cdot\log(e)\equiv k\cdot\Lambda\Leftrightarrow$$
$$m_0=m-k\cdot\Lambda \qquad (51)$$

Ovenfor har vi benyttet, at $\log(x^a) = a\cdot\log(x)$, samt at vi ikke aner, hvad værdien af p er. Vi antager dog, at den er konstant, og derfor kan vi definere konstanten $k = 2{,}5\cdot p\cdot\log(e)$.

Dvs. hvis man måler en stjernes tilsyneladende størrelsesklasse for forskellige luftmasser, er det altså muligt at finde størrelsesklassen udenfor atmosfæren ved at aflæse skæringen på 2. aksen på en (Λ, m)-kurve. Man kan også aflæse *ekstinktionskoefficienten*, k, som hældningen på grafen. Her er det værd at gøre opmærksom på, at ekstinktionskoefficienten er forskellig for forskellige filtre.

III.4.6 Tilpasning til standardstørrelsesklasser

Ovenfor har vi set, hvordan man kan tage højde for spredning i atmosfæren, når man måler størrelsesklasser for stjerner. Men hvis ens resultater skal kunne deles af andre astronomer, skal man have fjernet instrumentafhængigheden. Alle astronomer bruger jo ikke samme udstyr.

Dette problem løses ved at gøre som følger:

a) Mål l og z på 7-10 standardstjerner.
b) Beregn $m = -2{,}5\cdot\log(l)$ for hver af standardstjernerne.
c) Beregn luftmassen $\Lambda = 1/\cos(z)$ for hver standardstjerne.
d) Beregn instrumentstørrelsesklasserne, $m_{0s} = m-k\cdot\Lambda$ for standardstjernerne.
e) Tegn en (m_{0s}, $m_{standard}$)-graf. Denne kalibreringskurve kan nu bruges til at bestemme standardstørrelsesklasser for alle andre observerede stjerner.

Vi har dermed vha. matematik (i store træk) lært at fjerne atmosfærens indvirkning på observationerne og samtidig standardiseret observationerne.

III.4.7 Eksponeringstider for observationer

Vi har nu set på størrelsesklasser og ekstinktion samt kikkerter og kameraer. Hvad gør man, når man skal observere?

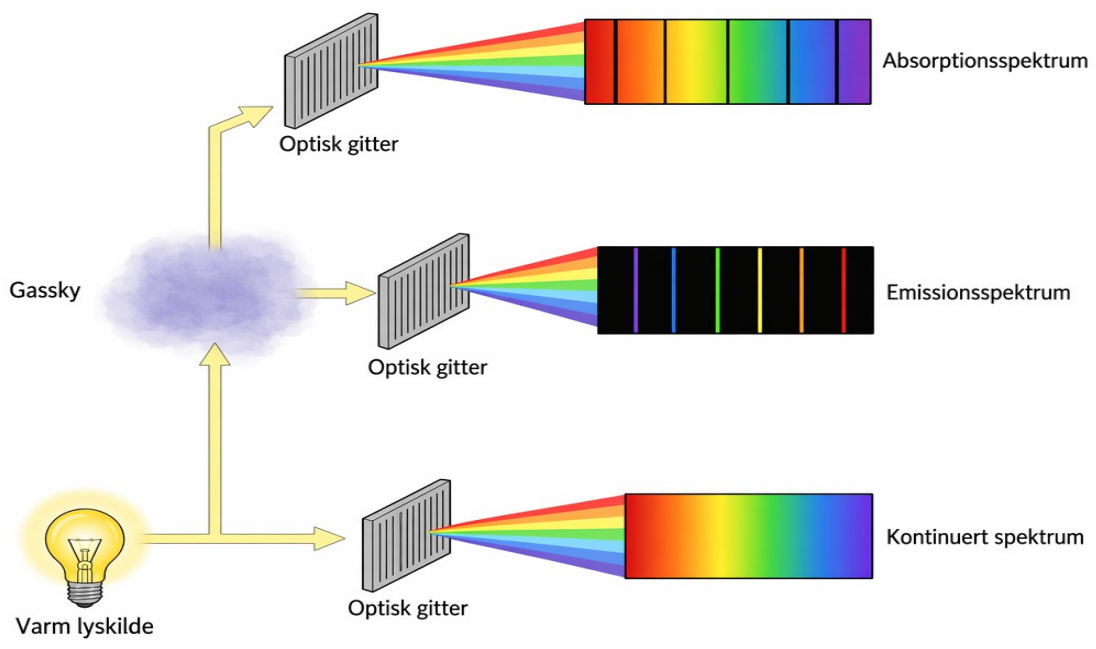
Har man sin egen kikkert kan man prøve sig frem, men låner man en kikkert – f.eks. det fjernstyrede undervisningsteleksop, FUT, har man begrænset observationstid, og derfor gælder det om at plænlægge sin observationstid, så man kan få observeret mest muligt med bedst muligt resultat. [11]

Til det er der udviklet forskellige værktøjer. På https://astro-gym.dk/planlaeg-observationer/ [12] er der et lille script, som kan bruges til at anslå eksponeringstider for FUT, men man kan også bruge det for andre kikkerter, hvis man kender deres data.

På samme side findes ogst værktøj til at se om et ønsket objekt er oppe på det ønskede observationstidspunkt og -sted.

III.5 Spektre

Foruden at måle på *mængden* af lys fra en stjerne, kan man også splitte lyset ad og undersøge dets indhold af information. Fra fysik c kender læseren gitterligningen



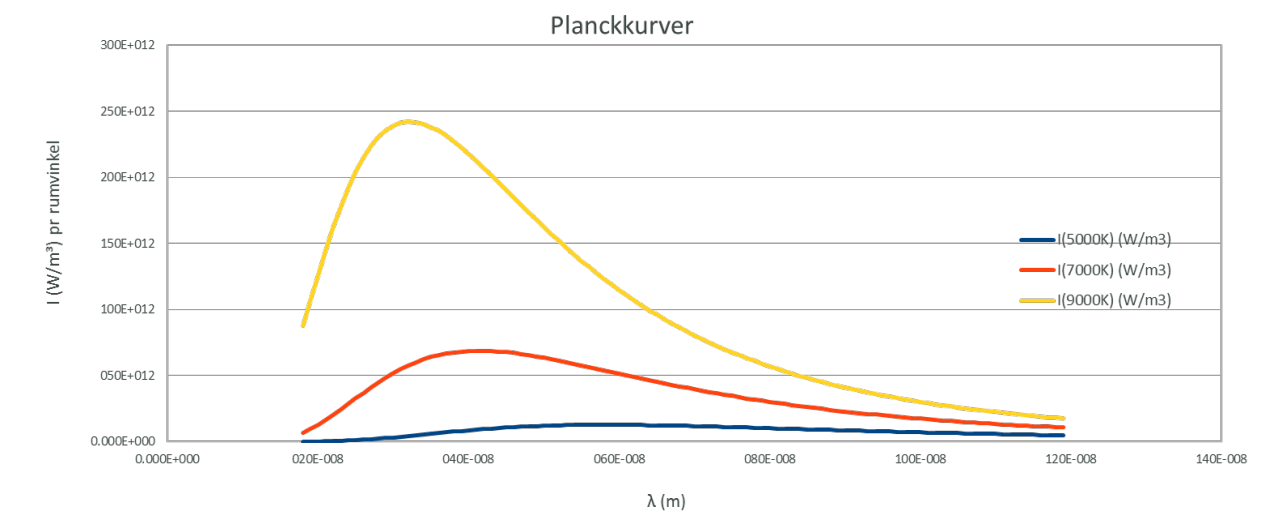
Figur 99: Principskitse af hvordan spektre dannes.[Miira.dk]

$$\lambda = \frac{n \cdot \sin(\theta_n)}{d} \tag{52}$$

λ er bølgelængden af lyset, n er ordenstallet, d er gitterkonstanten og θ_n er afbøjningsvinklen. Man kan altså splitte en lysstråle op i dens enkelte bølgelængder ved at lade lyset stråle gennem et optisk gitter. Ved at gøre dette, kan man opmåle et spektrum for en stjerne, og spektret siger en del om stjernens indhold og natur. Spektre i astronomi minder meget om spektre fra fysikken – der er noget gas, der

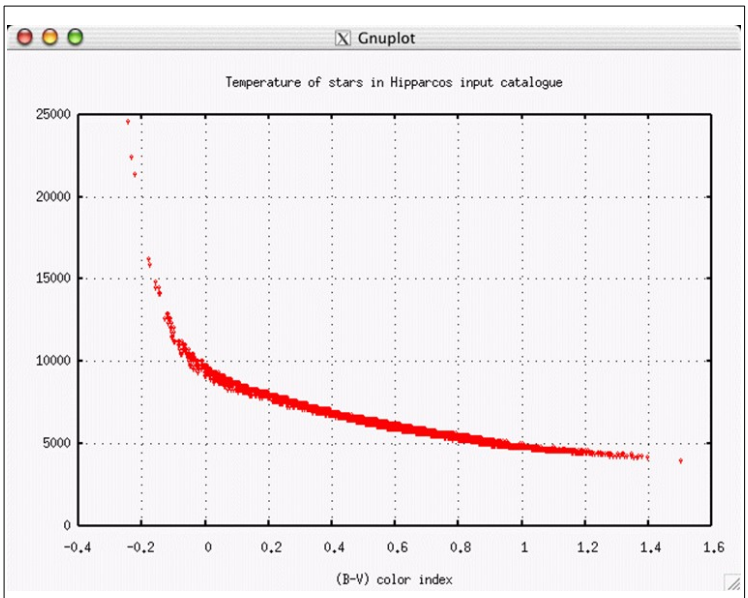
enten udsender lys eller absorberer lys. Varme- og tynde gaståger udsender emissionsspektre og stjerner udsender absorptionsspektre. Mekanismen bag dannelsen af spektre kan ses på figur 99. På tegningen har man vist et prisme i stedet for et optisk gitter, men det giver samme resultat.

III.5.1 Varmestrålingsspektrum/planckkurve – temperaturbestemmelse af stjerner



Figur 100: Planckkurver fra såkaldt absolutte sorte legemer. Læg mærke til at toppunktet vandrer mod venstre for stigende temperaturer.

Betragt figur 100. Ignorer enheden på 2. aksen men læs 2. aksen som ”lysstyrke.” 1. aksen viser bølgelængden af strålingen.



Figur 101: Sammenhæng mellem farveindeks og temperatur. [6]

Stjerner er *næsten* absolut sorte legemer, dvs. de reflekterer praktisk talt ikke stråling, der sendes mod dem. Men de udsender naturligvis deres egen stråling, så de er ikke sorte at se på. Fordi stjerner har denne egenskab, kan vi bruge teori fra planck-kurver til at bestemme stjernernes temperaturer. Det gør man ved at måle et spektrum, som ovenstående figur viser, og så aflæse toppunktet på kurven. Toppunkterne er nemlig temperaturafhængige, og vi kan bruge *Wiens forskydningslov* til at beregne temperaturen

$$T = \frac{0{,}0029\,\mathrm{K \cdot m}}{\lambda_{maks}} \qquad (53)$$

Bemærk at bølgelængden skal indsættes i enheden ”m”.

Man kan også bestemme en stjernes temperatur ved at måle farveindekset *B-V*, som er omtalt i afsnit III.4.4. Temperaturen kan derefter aflæses på figur 101.

III.5.2 Udstråling fra en stjerne

Hvis man regner på planckstråling, og antager stjernen for at være kugleformet med radius, *R,* kan man vise Stefan-Boltzmann's lov, som er

$$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \tag{54}$$

Temperaturen, *T,* ovenfor er ikke overfladetemperaturen, men den såkaldte *effektive temperatur*, der ligger et par hundrede km nede under stjernens overflade. σ = 5,67·10^{-8} W/(m^{2}K^4) er Stefans konstant. Hvis man deler med Solens værdier på begge sider af formlen, får man varianten

$$\frac{L}{L_{sol}} = \left(\frac{R}{R_{sol}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_{sol}}\right)^4 \tag{55}$$

Hvis man benytter formel 38 og 55 sammen kan man vise, at følgende regler også gælder

$$M - M_{sol} = -2{,}5 \cdot \log\left(\frac{L}{L_{sol}}\right) \tag{56}$$

og

$$M - M_{sol} = -5 \cdot \log\left(\frac{R}{R_{sol}}\right) - 10 \cdot \log\left(\frac{T}{T_{sol}}\right) \tag{57}$$

De kan nogle gange vise sig nyttige, for ved at kende størrelsesklasse og temperatur, kan vi altså regne os frem til stjernens radius.

Figur 102 viser eksempler på forskellige stjernespektre.

Man kan se ligheden med planck-kurverne på en del af spektrene, men der er nu overlejret absorptionslinjer, som er de dyk, der ses på graferne.

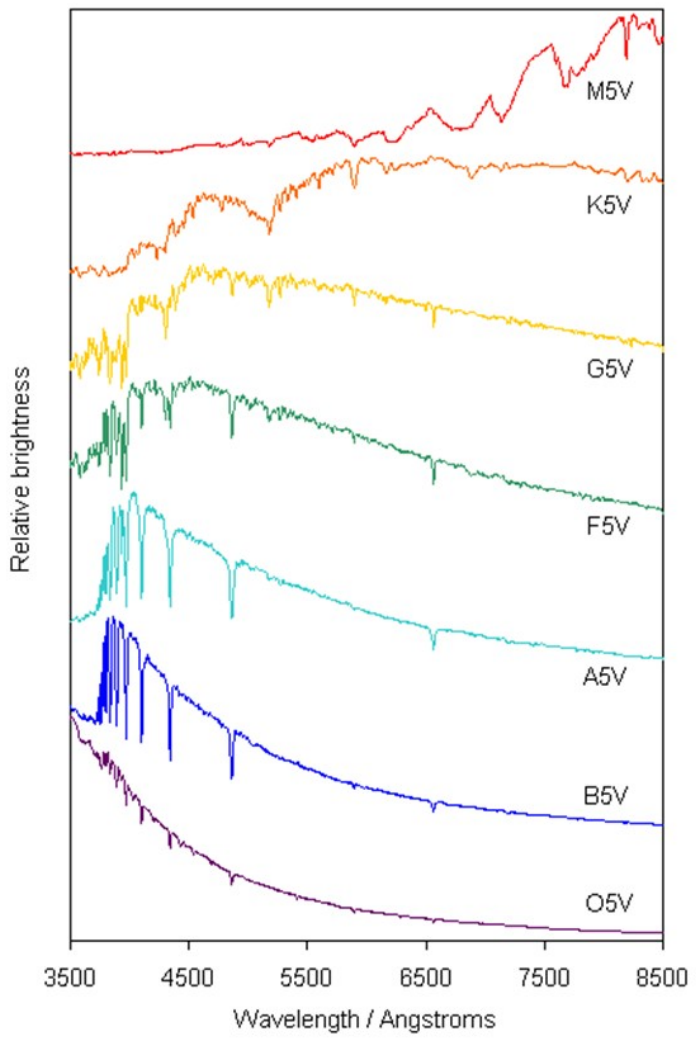
Hver linje fremkommer pga. en atomar overgang i de atomer, der findes i stjerner-nes atmosfærer. Derfor kan man ved at aflæse linjerne i spektret og sammenligne med tabelværdier blive i stand til at finde ud af, hvilke grundstoffer, der er i stjernernes atmosfærer.

Her skal man dog passe lidt på, for styrken af linjerne afhænger også af temperaturen i atmosfæren, så fraværet af linjer betyder ikke nødvendigvis, at gassen ikke er der. Læseren kan jo betragte spektret med titlen G5V. Dette svarer omtrent til Solens spektrum, og læg mærke til det lille hak ved 6563 Å, som svarer til 656,3 nm. Det er den røde balmerlinje fra hydrogen, og da der enormt meget hydrogen i Solens atmosfære, skulle man tro, at absorptionslinjen ville blive meget kraftig – det er den dog ikke, fordi temperaturen er ”for lav.” Der er mere om spektre i kapitlet *Solen og andre stjerner.*

III.5.3 Dopplereffekten

Det sidste vi vil se på her, er dopplereffekten, som også kendes fra fysik C. Læseren bedes erindre sig, at når en lys- eller lydgiver bevæger sig radialt i forhold til en observatør, vil bølgelængderne af det modtagne lys eller lyd ændres. Ved at optage et spektrum af en stjerne eller galakse og ved identifikation af spektrallinjerne, kan man bestemme lysgiverens fart. Formlen er

$$z=\frac{v}{c}=\frac{\lambda_{obs}-\lambda_{udsendt}}{\lambda_{udsendt}} \qquad (58)$$



Figur 102: Eksempler på stjernespektre. [9]

III.6 Sammenfatning

Vi har nu set på hvordan vi kan få information om stjerner ved at måle deres tilsyneladende luminositet, deres farveindeks og deres spektrallinjer. Vi har set, hvordan man kan tilpasse sine egene observationer til standardenheder, så andre kan få gavn af målingerne.

Har din skole et teleskop med noget måleudstyr, kan du selv undersøge åbne hobe eller stjerner, og derefter bearbejde målingerne – noget, som måske også kunne blive relevant i en SRP-opgave.

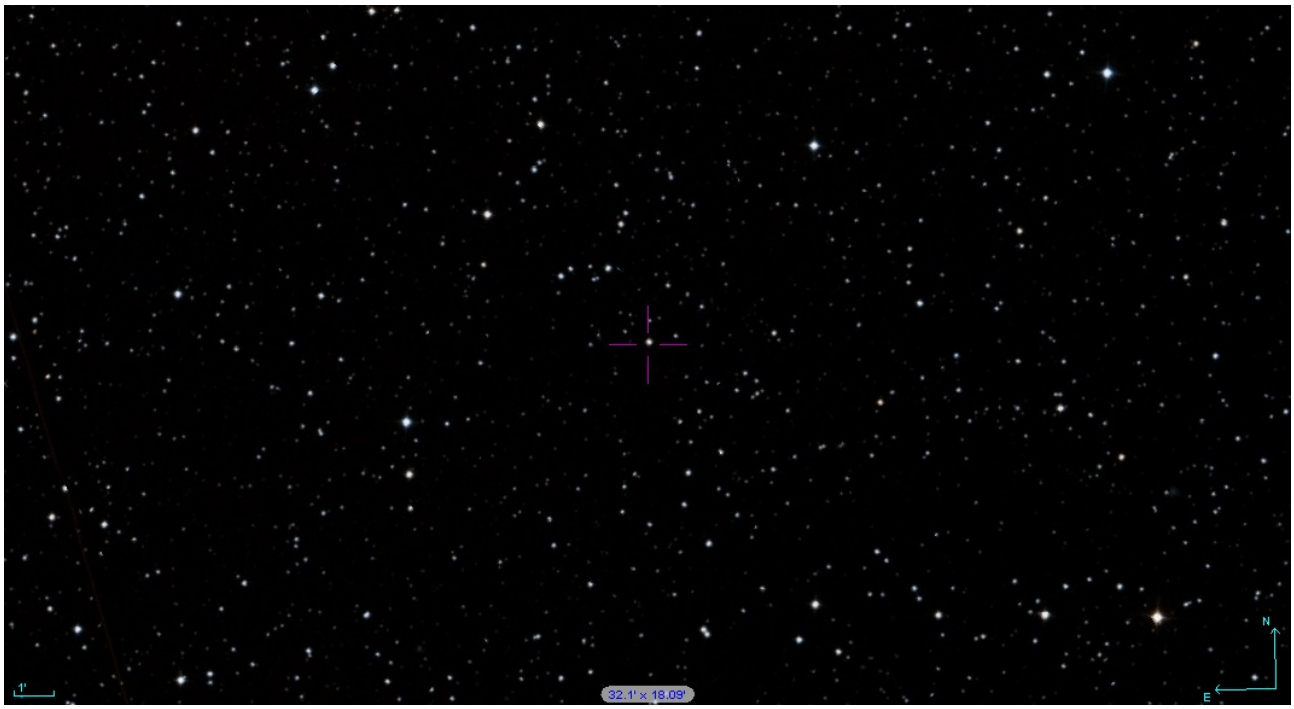
III.7 Referencer

1. https://jemsartisanlens.co.uk
2. https://assa.saao.ac.za/how-to-observe/equipment/telescopes/
3. Mørkt stof i Universet. Allan Hornstrup, Fysikforlaget, 1996.
4. https://www.astronomytrek.com/what-are-star-magnitudes/
5. An Atlas of Spectrophotometric Landolt Standard Stars. Af Maximilian Stritzinger et al. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* Vol. 117, No. 834 (August 2005), pp. 810-822 (13 pages)
6. Hipparchus. ESA.
7. Astronomical Photometry af Henden og Kaitschuk. 1982. https://www.amazon.com/Astronomical-Photometry-Arne-Henden/dp/0671609386
8. http://astronomy.nmsu.edu/pics/diagrams/a110/preview.htm
9. http://www.jb.man.ac.uk/distance/life/sample/stars/spectra.gif
10. https://archive.lco.global
11. FUT. https://fut.phys.au.dk/
12. https://astro-gym.dk

Anden læseværdig litteratur kunne være

13. Visual Astronomy of the Deep Sky. Roger N. Clark, Cambridge University Press & Sky Publishing Corporation, 1990.

IV Exoplaneter



Stjernen Qatar-1 har en (usynlig) planet kredsende om sig. (Kilde: Simbad-databasen.)

IV.1 Introduktion

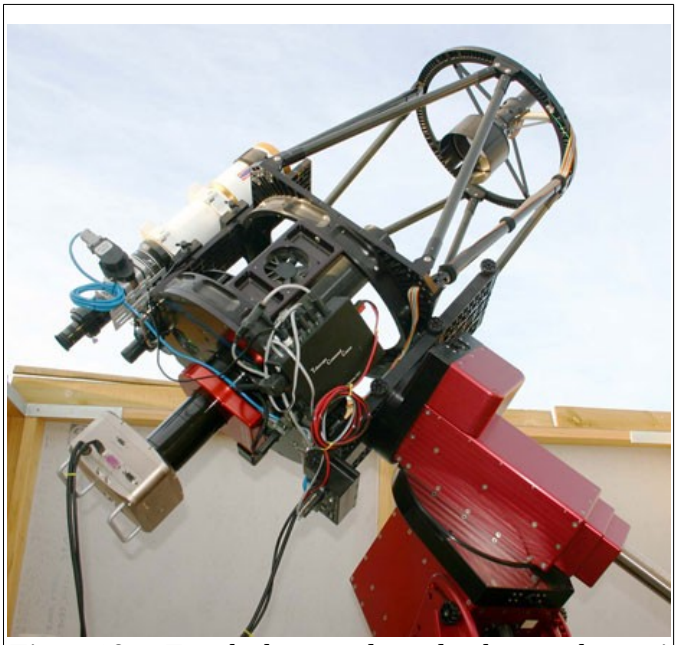
Siden den første exoplanet blev opdaget i 1995 af Mayor og Queloz, er der til dags dato (juni 2026) fundet over 6298 exoplaneter, og der er derudover flere tusinde kandidater, der mangler at blive endeligt bekræftet. [12], [20]

Dermed startede Mayor og Queloz en ny gren af astronomien, som man forventer store ting af – blandt andet kan vi lære at forstå, hvordan planetsystemer formes i langt større detalje end vores nuværende viden tillader os, vi kan måske få dybere indsigt i forståelsen af livet. Endelig bliver det måske muligt i en nærmere fremtid at finde liv på en anden klode.

I denne tekst lærer du at analysere data, så du kan finde radius, masse og banehældning af en exoplanet om dens stjerne, og du bliver i stand til at vurdere temperaturen af planet-atmosfærer.

IV.2 Detektion af lys

I afsnit III.4 blev størrelsesklassesbegrebet gennemgået. Det kan være nyttigt at repetere det afsnit, inden man læser videre.



Figur 103: Et teleskop med en detektor anbragt i enden. Læg mærke til at det ikke er nødvendigt med et kikkertrør, såfremt man observerer på et mørkt og ustøvet sted. [13].

På figur 103 er et spejlteleskop vist. Lyset kommer ind øverst fra højre, rammer et stort, krumt spejl, hvorefter det reflekteres op i det lille spejl, som sidder monteret oppe i toppen af kikkerten. Derefter reflekteres lyset ned i det grå kamera nederst til venstre på billedet. Teleskopet på billedet er i den viste opstilling netop blevet brugt til at søge efter exoplaneter.

På figur 104 kan man se et billede af nogle stjerner. Programmet Aladin har fortolket alle måletallene og tegnet et billede. Billedet er vist som et negativ.

IV.2.1 Differentialfotometri

Man kan nemt forestille sig, at hvis stjernelyset forstyrres på sin vej mod kameraet, kan det ødelægge kvaliteten af dataene. Dette sker i vid udstrækning, når lyset passerer ned gennem Jordens atmosfære, og derfor bruger astronomer også satellitter til at foretage ultrapræcise målinger. Vi kan dog til en vis grad tage højde for atmosfærens indvirkning på lyset, hvis vi benytter os af en disciplin, der kaldes differentialfotometri, hvor vi sammenligner lys fra flere stjerner.

Betragt figur 104. Der er vist flere stjerner, vi kan måle på. Vi vælger en. Vi anvender afstandskvadratloven (39). Se figur 93 for flere detaljer.

Afhængigt af ens udstyr vil en observatør måle en effekt eller et tælletal, f, som er proportional med $F(d)$.

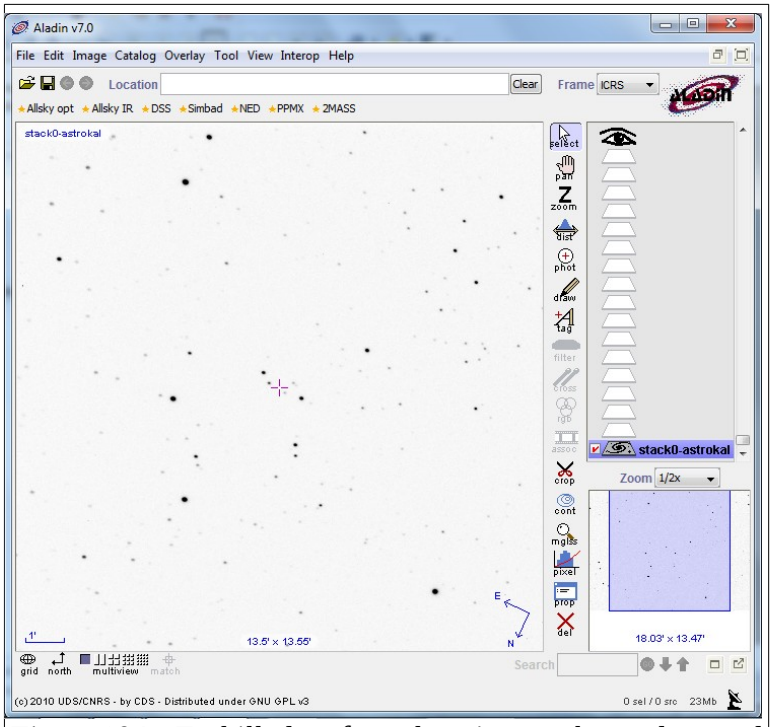
Instrumentstørrelsesklassen, m, defineres som

$$m = -2{,}5 \cdot \log(f). \tag{59}$$

Se evt. formel (38).

Denne størrelse afhænger af det anvendte udstyr, observationsstedet, stjernens højde over horisonten samt atmosfærens temperatur og sammensætning på observations-tidspunktet.

Det interessante ved instrumentstørrelsesklassen er, at de parametre i kikkertopsætningen, der giver varierende instrumentstør-relsesklasser virker på samme måde for to forskellige stjerner, der observeres på samme tidspunkt, og det viser sig, at hvis man måler forskelle i instrument-størrelsesklasser, så forsvinder bidraget fra disse parametre.



Figur 104: Et billede af nogle stjerner, hvor der med sikkerhed er fundet en planet om en af stjernerne. (Qatar-1b.) [5]. Billedet er vist med programmet Aladin, og billedet er optaget af André van der Hoewen

IV.2.1.1 Eksempel

Vi mistænker en stjerne for at have en exoplanet om sig. Vi måler et pixel-tælletæl fra stjernen, og vi får f_1 = 35671. Stjernen ligger i et område, hvor der er andre stjerner. En måling for en af de andre stjerner måles til f_2 = 40982.

Dermed bliver

$$m_1 = -2{,}5 \cdot \log(f_1) = -2{,}5 \cdot \log(35671) = -11{,}38$$
$$m_2 = -2{,}5 \cdot \log(f_2) = -2{,}5 \cdot \log(40982) = -11{,}53.$$
$$\underline{\underline{\delta m}} = -11{,}53 - (-11{,}38) = \underline{\underline{0{,}15}}.$$

En observatør på et andet observatorium vil måle forskellige m_1- og m_2-værdier, men forskellen, δm, vil være den samme.

Vi skal altså have data fra mindst to stjerner, når vi vil finde δm, og den stjerne vi sammenligner med, skal være en meget lysstabil stjerne, dvs. den må ikke pulsere. I praksis måler man flere referencestjerner, for at være sikker på, at i hvert fald én af de målte stjerner sender et konstant signal.

IV.2.2 Spektre

En nyttig måde at hente information fra lys på, er ved at sende lyset gennem et optisk gitter, et prisme eller en kombination heraf – et såkaldt grisme. Vi erindrer os gitterloven (52) og dopplerloven (58).

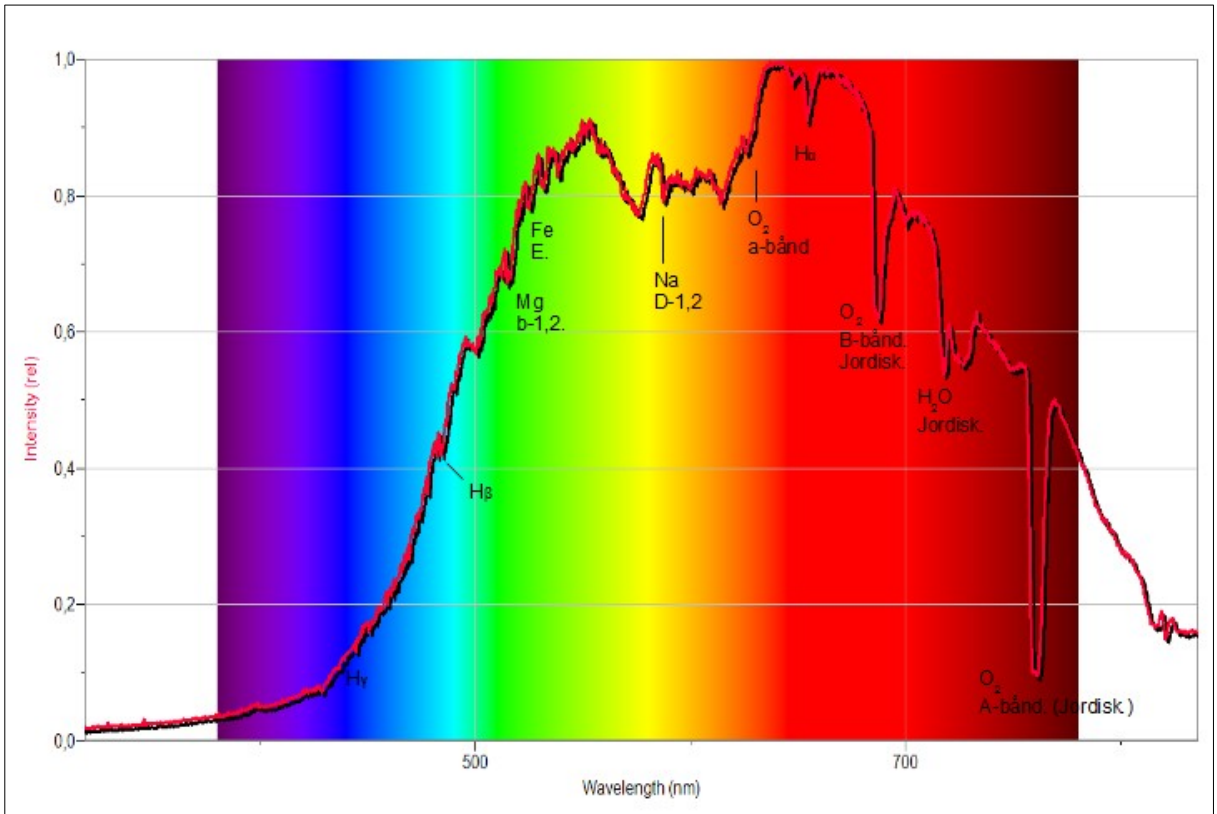
Der findes færdige spektroskoper med software, som direkte kan måle og tegne spektret for en. Et eksempel på et sådant spektrum er vist på figur 105.

IV.2.2.1 Eksempel. Radialhastighedsbestemmelse

Brint har i luft en spektrallinje på 656,28 nm. (I vakuum er bølgelængden 656,46 nm). En observatør finder denne linje i et målt stjernespektrum og aflæser bølgelængden til 656,5 nm. Dermed må stjernens hastighed i obervationsøjeblikket væk fra observatøren være:

$$v_{radial} = \frac{656{,}5 - 656{,}28}{656{,}28} \cdot 2{,}99792458 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 100 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}.$$

Ovenstående hastighed er ikke stjernens faktiske hastighed gennem verdensrummet, for vi kan med denne metode kun måle den del af hastigheden, der går i synslinjens retning. Man skal også huske på, at Jorden bevæger sig ca. 30 km/s i sin bane omkring Solen, og at Solen heller ikke står stille. Så en mere præcis beregning skal tage højde for disse bevægelser.



Figur 105: Et solpektrum taget fra Rosborg gymnasium med et Ocean Optics-spektroskop.

Vi er altså i stand til måle hastigheder af stjerner samt måle lyskurver for stjerner. Dette er sammen med nogle passende matematiske modeller nok til at få bestemt masse og radius samt banehældningen (kaldes også *inklinationen*) af en usynlig exoplanet. Nedenfor starter vi med at lave en model, hvor en stjernes radialhastighedsdata kan bruges til at veje en exoplanet.

IV.3 Planetbevægelsesmodeller

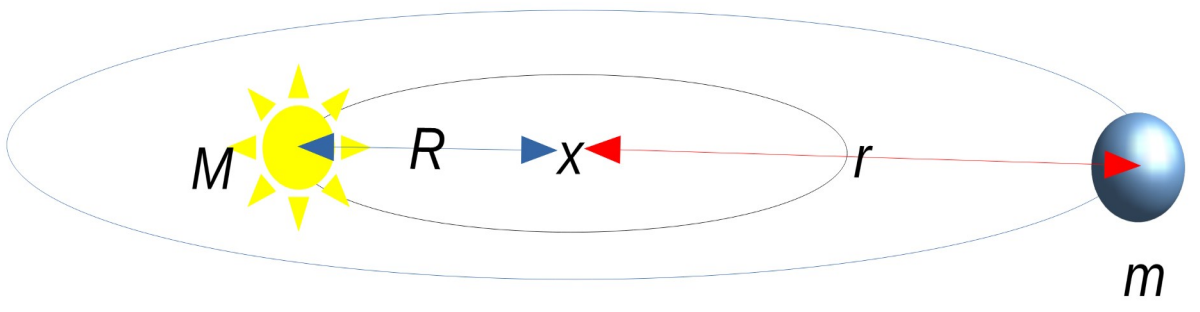
IV.3.1 Radialhastighedsmetoden – cirkulær bane

Ved hjælp af dopplereffekten vil vi udlede en formel til at bestemme massen af en planet, som vi ikke direkte kan observere.

Betragt figur 106. Mellem stjernen med massen M, og massemidtpunktet, x, er der afstanden R. Mellem planeten med massen m og massemidtpunktet er der afstanden r.

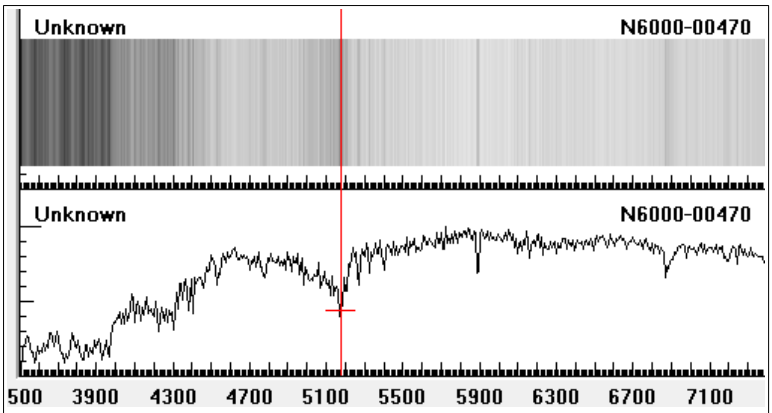
Man kan vise følgende relation, som kaldes *vægtstangsreglen*

$$m \cdot r = M \cdot R \tag{60}$$



Figur 106: En stjerne og en planet bevæger sig om deres fælles massemidtpunkt. De har samme omløbstid omkring massemidtpunktet. Stjernens baneradius er stærkt overdrevet, og det er planetens radius også ift. stjernens radius.

Hvis du har haft vektorregning, kan du vise (60), hvis du anvender definitionen af massemidtpunktet samt sætter origo for koordinatsystemet i massemidtpunktet. Har du ikke haft vektorregning, må du nøjes med at acceptere (60) uden videre. (60) indeholder den ønskede størrelse – nemlig planetens masse m; derfor vil vi bruge denne formel. De øvrige størrelser er heller ikke kendt, så vi skal have fundet udtryk for dem, så de kan indsættes i (60). Vi ønsker altså at få målbare størrelser indsat på pladserne for r, M og R.



Figur 107: Et spektrum hvor en spektrallinje (absorption) er markeret i enheden Å. Linjen flytter sig fra side til side, når stjernen henholdsvis bevæger sig imod os og -væk fra os. Spektret er målt i Vireo.

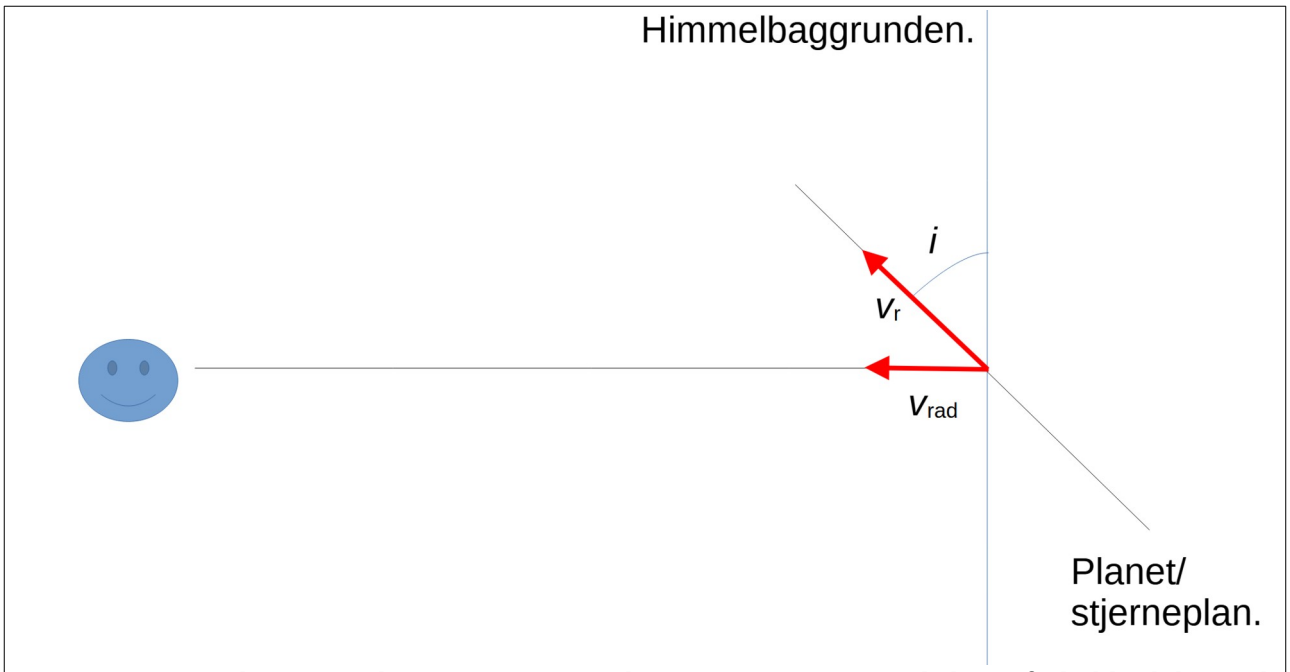
Dopplers formel blev introduceret ovenfor. Eksempler på spektre er vist i figurerne 105 og 107.

Når man betragter et stjerne/planet-system, betragtes det normalt med en vis vinkel, i, imellem planetbanen og himmelbaggrunden. Se figur 108.

Som figuren viser, er der følgende sammenhæng mellem stjernens rotationsfart, $v_{rot,}$ og stjernens maksimale radialhastighed, v_{rad}

$$v_{rot} = \frac{v_{rad}^{max}}{\sin(i)} \tag{61}$$

Spektrallinjernes varierer til forskellige tidspunkter, da stjernens hastighed med tiden ændrer retning i forhold til os. Den roterer nemlig rundt omkring stystemets fælles massemidtpunkt. For eksempel er v_{rad} = 0, når stjernen bevæger sig vinkelret på synslinjen til os, men den er ikke 0 ved andre situationer. Derfor får man en sinusformet graf, som er vist på figur 109. På figuren kan man aflæse den største radialhastighed som amplituden, og man kan aflæse stjernens (eller planetens) omløbstid på 1. aksen.



Figur 108: En observatør betragter stjerne/planetsystemet i en vinkel i i forhold til himmelbaggrunden. Observatøren kan måle radialhastigheden men ikke rotationsfarten. På tegningen kan du se v_{rot} samt $v_{rad,max}$ indtegnet. $v_{rad,\ max}$ er den pil, som peger ind mod øjet. v_{rot} ligger i samme plan som planetbanen, som du kun kan se et snit af. (Banen bevæger sig ud- og ind i papirets plan.

Hvis inklinationen (betragtningsvinklen) *i* er kendt, kan man altså bestemme stjernens rotationsfart. Rotationsfarten indgår jo ikke i (60), men vi kan udtrykke *R* ved rotationsfarten og dermed bortsubstituere *R*. Vi antager, at planeten og stjernen bevæger sig i cirkelbaner omkring massemidtpunktet, og derfor gælder følgende sammenhæng

$$v_{rot}^{stjerne} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}.$$

Indsætter vi ovenstående udtryk i (60) får vi

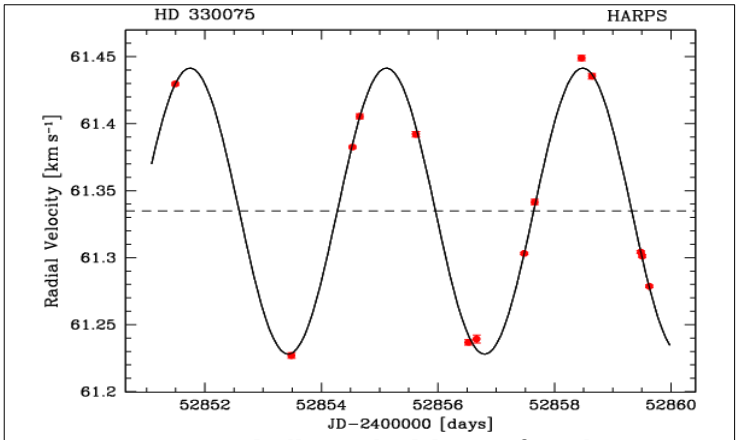
$$m \cdot r = \frac{T \cdot v_{rot}^{stjerne}}{2 \cdot \pi} \cdot M \tag{62}$$

I (62) har vi altså et udtryk, hvor stjernens rotationsfart indgår. Den kan relateres til radialhastigheden ved hjælp af (61).

Planetens afstand til stjernen indgår også i (62), så vi skal have den erstattet af noget målbart. Til dette kan vi bruge Keplers 3. lov på den form, som den står i kapitlet *Solsystemet og livsbetingelser*:

$$\frac{\left(\frac{r}{AU}\right)^3}{\left(\frac{T}{yr}\right)^2}=\frac{M_{stjerne}+m_{planet}}{M_{Sol}}\simeq\frac{M_{stjerne}}{M_{Sol}}\Rightarrow$$

$$r=\left(\frac{M_{stjerne}}{M_{Sol}}\cdot\left(\frac{T}{\mathrm{yr}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}\mathrm{AU}. \qquad (63)$$



Figur 109: En radialhastighedskurve for planeten om stjernen HD 330075. 1. aksen viser tiden i julianske dage. (Antal dage fra skabelsen af Edens have.) Man ser, at T = 3,39 dage og at amplituden er 61,42 km/s. Denne hastighed er planetens maksimale radialhastighed. Stjernens hastighed er 105,9 m/s. [14]

Nu kan vi endelig sammenfatte (61), (62) og (63), og vi får:

$$m=\frac{v_{rad}^{max}\cdot T\cdot M_{stjerne}}{2\cdot\pi\cdot\sin(i)\cdot\left(\frac{M_{stjerne}}{M_{Sol}}\cdot\left(\frac{T}{\mathrm{yr}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}\cdot 1{,}496\cdot 10^{11}\ \mathrm{m}}. \qquad (64)$$

Hvis vi omregner enhederne for tid til yr og stjernemasse i solmasser i tælleren, får vi:

$$m=\frac{v_{rad}^{max}\cdot\frac{T}{\mathrm{yr}}\cdot\frac{M_{stjerne}}{M_{sol}}\cdot 1{,}989\cdot 10^{30}\mathrm{kg}\cdot 3{,}156\cdot 10^{7}\mathrm{s}}{2\cdot\pi\cdot\sin(i)\cdot\left(\frac{M_{stjerne}}{M_{Sol}}\cdot\left(\frac{T}{\mathrm{yr}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}\cdot 1{,}496\cdot 10^{11}\,\mathrm{m}}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$m=\frac{v_{rad}^{maks}}{\sin(i)}\cdot\left(\frac{M_{stjerne}}{M_{sol}}\right)^{2/3}\cdot\left(\frac{T}{\mathrm{yr}}\right)^{1/3}\cdot 6{,}678\cdot 10^{25}\frac{\mathrm{kg\cdot s}}{\mathrm{m}} \qquad (65)$$

Dermed er vi klar til et par eksempler.

IV.3.1.1 Eksempel - Stjernen 51 Pegasi

Den første exoplanet man fandt var omkring 51 Pegasi. Man målte følgende
T = 4,23 døgn.
M = 1 M_{Sol}. (Denne størrelse blev bestemt ved at finde ud af stjernens spektraltype.)
$v_{rad,\,max}$ = 56,1 m/s.
i er ukendt.

Tallene sættes ind i (65)

$$m=\frac{56{,}1\,\mathrm{m/s}}{\sin(i)}\cdot\left(\frac{4{,}23\,\mathrm{d}}{365{,}256\,\mathrm{d}}\right)^{1/3}\cdot 6{,}678\cdot 10^{25}\,\mathrm{kg\cdot s/m}=\frac{8{,}48\cdot 10^{26}\,\mathrm{kg}}{\sin(i)}$$

Ovenstående masse er 40 % af Jupiters masse såfremt sin(i) = 1, dvs. i = 90°. Men det er den jo nok ikke, for hvorfor skulle vi lige præcis betragte stjernesystemet fra den vinkel?

Pt. kan vi ikke bestemme i, så vi ved faktisk ikke, hvad den pågældende planet vejer.

IV.3.1.2 Eksempel - HD330075

For stjernen med katalognummeret HD330075 er følgende målt
$T = 3{,}39^{\mathrm{d}}$.
$v_{\mathrm{rad,\,max}} = 105{,}9$ m/s.
$M = 0{,}7 \pm 0{,}1\ M_{\mathrm{sol.}}$
i er ukendt.

Indsætning af tal i (65) giver

$$m=\frac{105{,}9\,\mathrm{m/s}}{\sin(i)}\cdot 0{,}7^{2/3}\cdot\left(\frac{3{,}39\,\mathrm{d}}{365{,}256\ \mathrm{d}}\right)^{1/3}\cdot 6{,}678\cdot 10^{25}\,\mathrm{kg\cdot s/m}=\frac{1{,}17\cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}}{\sin(i)}=\frac{0{,}62\cdot M_{Jupiter}}{\sin(i)}$$

Planeten er 0,039 AU fra stjernen. Til sammenligning er Merkur 0,3871 AU fra Solen.

IV.3.1.3 Opgave - Prox Cen b

Målte data er for stjernen Proxima Cen er
$T = 11{,}1868^{\mathrm{d}}$.
$v_{\mathrm{rad,\,max}} = 1{,}24$ m/s.
$M = 0{,}1221\ M_{\mathrm{sol.}}$
i er ukendt.

Beregn planetens masse. Beregn også, ved hjælp af Keplers 3. lov, planetbanens halve storakse.

IV.3.1.4 Opgave - Kepler-20 b

Målte data er for stjernen Kepler-20 b (eller KOI-70 b) er
$T = 3{,}6961219^{\mathrm{d}}$.
$v_{\mathrm{rad,\,max}} = 3{,}7$ m/s.
$M = 0{,}912\ M_{\mathrm{sol.}}$
$i = 86{,}5°$.

Beregn planetens masse. Beregn også, ved hjælp af Keplers 3. lov, planetbanens halve storakse.

IV.3.2 Radialhastighedsmetoden for ellipsebane – svært

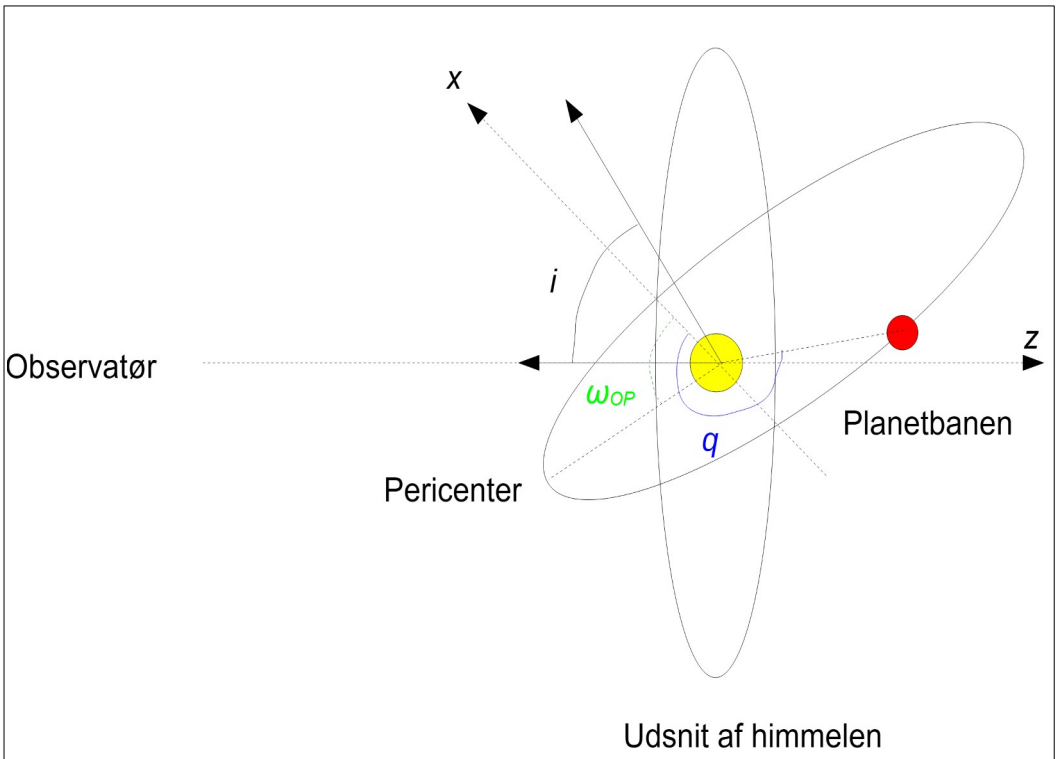
(65) gjaldt jo kun for baner, der var cirkulære. I virkeligheden er banerne oftest ellipseformede, og derfor skal man for det generelle tilfælde bruge en anden formel. Den vil vi ikke udlede, da matematikken er ret uoverkommelig. Derfor postuleres den uden videre begrundelse nedenfor. Man skal bruge formlen til at lave en parametertilpasning til målte data, og det er en kompliceret opgave, så det må vente til universitetsstudierne eller evt. en SRP-opgave for den særligt interesserede elev.

Betragt figur 110 på næste side. Den viser en planetbane, som er ellipseformet, og banens storakse ligger tilfældigt anbragt i rummet. Banen har en inklination, *i*, med himmelplanet. *Den sande anomali*, *θ*, angiver planetens placering i sin bane.

Vi betragter altså det generelle tilfælde for en planetbane, såfremt den bevæger sig i en ellipsebane. Dette er en god antagelse, såfremt gravitationspåvirkningen fra eventuelle naboplaneter er nul. Hvis naboplaneter påvirker planetbanen, skal man ty til såkaldte numeriske Nbody-simuleringer, hvilket er en indviklet disciplin.

Bemærk, at vi oftest slet ikke kan se ellipsebanen eller *refleksbanen*, som den også kaldes – ikke engang med de største kikkerter i verden. Vi har derimod lavet en matematisk *model* af virkeligheden, og modellen indeholder flere parametre, som man kan manipulere med, indtil modellen giver resultater, der passer med analysen af det lys, vi modtager fra systemet.

Man kan vise, at planetbanens form, kaldet *eccentriciteten*, *e*, er den samme som stjernens ellipseform. Ellipseformen anføres ved tallet $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$, hvor *b* er banens lilleakse, og *a* er banens storakse. Hvis *e* = 0 er banen en cirkel, og jo større *e* bliver, des mere ellipseformet bliver banen. Eccentriciten kan maksimalt have værdien 1, som svarer til en uendelig aflang bane.



Figur 110: Planeten viser en ellipsebane. z-aksen er langs synslinjen. x-aksen ligger vinkelret på z-aksen og den ligger i himmelens plan. (Den går egentligt vinkelret ind i papiret.) Den er defineret som skæringslinjen mellem himmelen og planetbanen. θ er planetens sande anomali, dvs. den vinkel, der måles fra x-aksen og til planetens position. ω_{0P} angiver vinklen mellem x-aksen og planetens nærmeste afstand til sin stjerne. Det punkt kaldes pericenteret. På tegningen er inklinationsvinklen, i, indtegnet som vinklen mellem normalvektoren til banen og normalvektoren til himmelbaggrunden. Det er den samme vinkel som anført i figur 108.

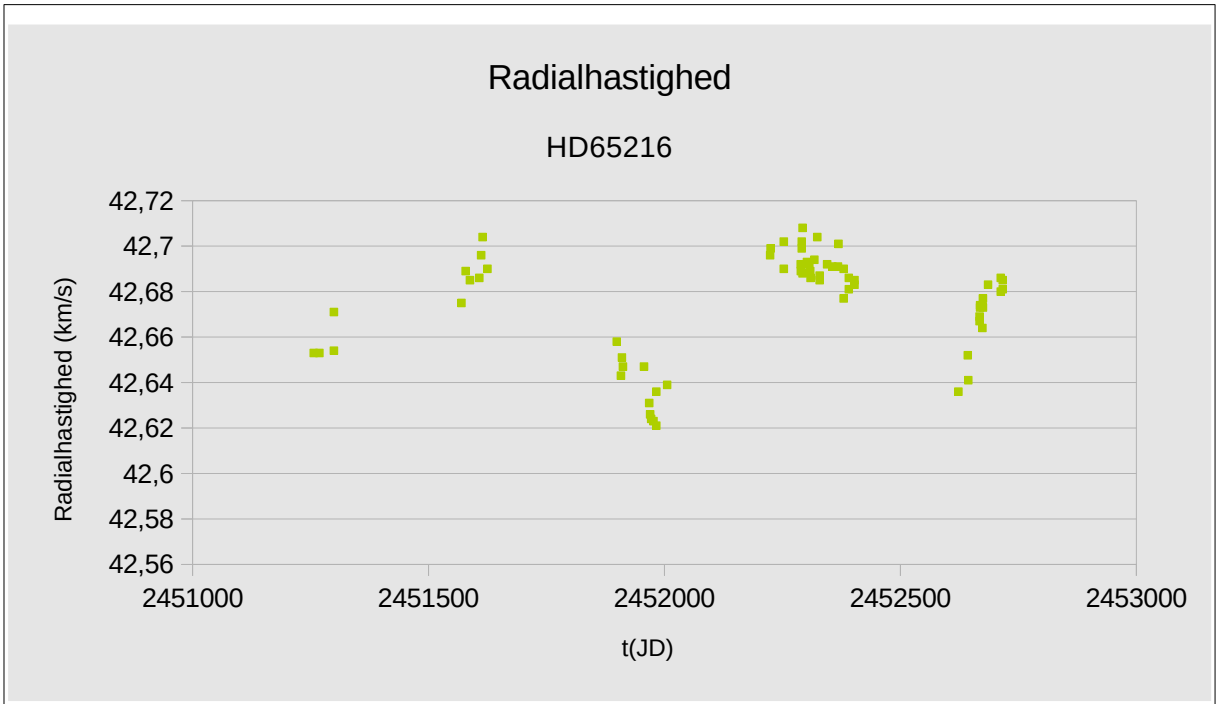
Astronomer har på baggrund af tegningen ovenfor udledt en formel til at bestemme planetmassen, og den formel er

$$v(t)=v_{0,z}+\frac{2\cdot\pi\cdot a\cdot m\cdot\sin(i)}{(m+M)\cdot T\cdot\sqrt{1-e^2}}\cdot\left[\cos(\theta(t)+\omega_{0P})+e\cdot\cos(\omega_{0P})\right]. \tag{66}$$

Ovenfor er stjernens radialhastighed, *v*, *a* er planetens halve storakse, *T* er planetens omløbstid, *m* er planetens masse, og de andre størrelser er defineret i teksten til figur 110.

Den ret indviklede formel er delt ind i flere dele. $v_{0,z}$ er stjernens almindelige hastighed væk fra/imod Jorden. (Fordi både Jord, Sol og stjerne bevæger sig.) Det næste led er den del af stjernens hastighed, der skyldes planetens trækken i den. Vi ser, at det er en harmonisk svingning, og den består af parametrene *a, m, T, e,* ω_{0P}, sin(*i*) og *M*. *M* kan astrofysikere levere, resten skal vi finde ud fra en serie (*t, v(t)*)-målinger.

Den sande anomali, *θ(t)*, er svær at finde direkte, men man kan beregne den såkaldte middelanomali ved at kende perioden og eccentriciteten af banen. Derefter kan den sande anomali beregnes. Det næste problem opstår, når man skal tilpasse formlen til måledataene – der er mange parametre, og så viser et kompliceret problem sig, nemlig at der kan være mere end 1 løsning på tilpasningen! Det er jo problematisk, da man dermed ikke ved, hvilken løsning, der er den korrekte.



Figur 111: En radialhastighedskurve for stjernen HD 65216. Bemærk at formen af kurven ikke længere er en pæn sinuskurve, men den er dog periodisk. Analysen af grafen giver P= 613 dage, e = 0,41. a = 1,37 AU, msin(i) = 1,21 MJupiter. Stjernen vejer 0,92 solmasser og det er en G5V-stjerne, hvilket svarer til at stjernen har en effektiv temperatur på 5666 K. [6]

Det vi kan gøre, er, at aflæse amplituden og perioden på vores graf – men de oplysninger, der er gemt i selve *formen* af grafen, kræver en nøjere analyse. Formen af grafen giver eccentriciteteten, *e*, og den er altså umulig at udregne analytisk. Derfor må vi få den oplyst af andre eller foretage en numerisk analyse ved hjælp af computerprogrammer.

IV.3.3 Numerisk analyse af radialhastighedskurver

Ved hjælp af Gemini er der lavet et program, der hedder *Exoplanetfit.py*, som man kan downloade i kilde [10]. Man skal have en tekstfil med måletidspunkter i enheden dage, radialhastighed i enheden m/s og usikkerhed på radialhastighederne – også målt i m/s.

Programmet bruger så forskellige astronomiske python-biblioteker til at tegne en (t, vrad)-graf, og derefter fitte med formel (66), for endelig at tegne et fit og gemme resultaterne i en tekstfil.

IV.3.3.1 Kørsel af programmet Exoplanetfit for PC-brugere

Man skal lave en mappe på sin PC, hvor *Exoplanetfit.py* skal ligge. I det følgende antages, at denne mappe er døbt *radialhastighed*.

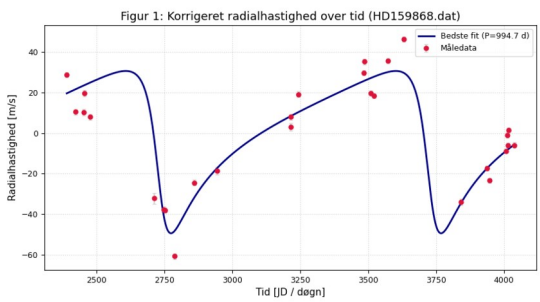
Derudover skal man også lægge en tekst-fil med radialhastighedsdataene. Disse data skal være *punktumseparerede*. Normalt bruger man i Danmark komma til at separere decimaler, men programmet kræver den engelske konvention. Hvis man har en hastighed på f. eks. 760,4 m/s skal der altså stå 760.4 i filen. Formen på filen skal være en søjle med observationsdagen og enheden skal være i dage, en søjle med hastighederne, hvor enheden skal være m/s, og endelig en søjle med usikkerheden på hastighederne, som ligeledes skal være i enheden m/s. Se strukturen på figur 112.

```
2390.2278      28.7    1.3
2422.1471      10.5    1.4
2453.0426      10.2    1.5
2456.0712      19.6    1.6
```

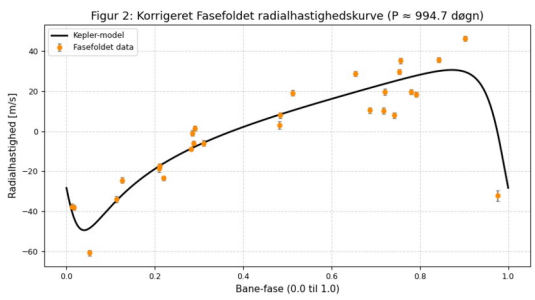
Figur 112: Udsnit af radialhastighedsdata fra systemet HD159868.

Python skal være installeret. [11] Og man skal have programpakkerne *os, numpy, matplotlib, scipy, astropy, radvel og windows-curses* installeret.

Man kører programmet ved at åbne en kommandoprompt (Tryk på *Søg* nederst på skærmen og skriv *cmd* og tryk på *ENTER*). Flyt hen til mappen med program+data. (For eksempel kan man skrive *cd c:\radialhastighed*, hvis det er der, man har oprettet mappen.) Endelig skriver man *python exoplanetfit.py*. Man skal derefter indtaste datafilnavn, stjernens masse og inklinationen. Stjernens masse kan man søge efter på Google, og hvis inklinationen ikke er kendt, skriver man et *x*.



Figur 113: Radialhastighedsplot for HD159868.



Figur 114: Foldet graf for HD159868.

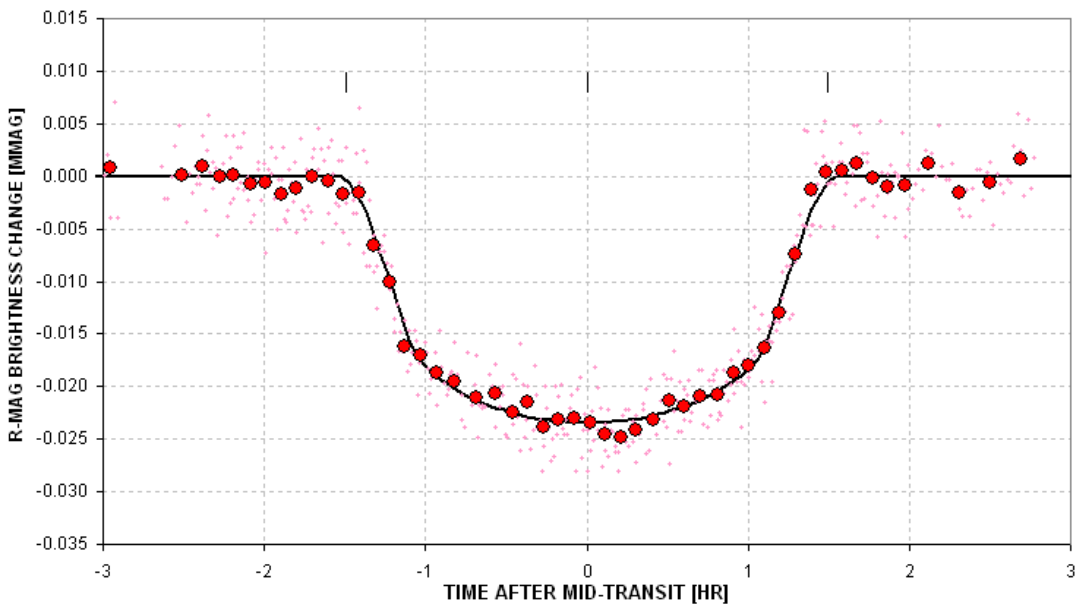
På figur 113 og 114 kan man se et resultat for stjernen HD159868. Bemærk at programmet ikke skal bruges til ægte naturvidenskabelig analyse, da det ikke er testet med mange data.

IV.4 Transitmetoden

Ved at måle fluxen/luminositeten af en stjerne, som funktion af tiden, kan man finde ud af om der kredser en planet rundt om den, såfremt planeten skygger for stjernens lys, når den kredser om stjernen. Man kan også anvende kurven til at bestemme planetbanens inklination samt dens radius. Lyskurver er altså meget nyttige kilder til at få information om exoplaneter.

Man skal normalt tage højde for atmosfærens spredning/aborption af lys, og det gør vi ved at sammenligne stjernens luminositet med flere referencestjerner.

En lyskurve er altså en (t, δm)-graf, hvor $\delta m = m_{\text{instrument}} - m_{\text{reference}}$. Et eksempel på en sådan kurve er vist på figur 115.



Figur 115: Eksempel på lyskurve. Δm er dybden af lyskurven, og den måles positiv. [15]

IV.4.1 Planetens radius i forhold til stjernens radius

Når stjernens lys ikke delvist spærres af planeten, udsendes i gennemsnit fluxen F fra overfladen af stjernen, som har luminositeten, L. I transitten, altså når planeten dækker for lidt af stjernens lys, udsendes i gennemsnit fluxen F_t. Vi måler pixeltal, f_i, der er proportionale med både F og F_t. Herunder sammenkædes de to målte størrelser med planetens- og stjernens radier. A_i er tværsnitsarealet af hhv. stjerne*skiven* og planet*skiven* set fra os.

$$\Delta F_{rel} = \frac{F - F_t}{F} = 1 - \frac{f_t}{f} = 1 - \frac{k \cdot F \cdot (A_{stjerne} - A_{Planet})}{k \cdot F \cdot A_{stjerne}} = 1 - \frac{A_{stjerne} - A_{Planet}}{A_{stjerne}} = \frac{A_{planet}}{A_{stjerne}} = \frac{\pi \cdot R_{planet}^2}{\pi \cdot R_{stjerne}^2} \Rightarrow$$

$$\Delta F_{rel}=\left(\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}\right)^2 \Rightarrow \tag{67}$$

$$\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}=\sqrt{\Delta F_{rel}} \tag{68}$$

Ovenfor har vi set bort fra randformørkning af stjernen, dvs. vi har antaget, at stjernens overfladeintensitet er konstant over hele dens overflade.

IV.4.1.1 Radiusbestemmelse udfra størrelsesklasser

Man kan også udtrykke (68) ved størrelsesklasser.

Nedenfor angiver α den brøkdel af stjernens sande flux, som opfanges af observatoriet. Eftersom referencestjernen og stjernen med planeten er optaget på nøjagtigt samme tidspunkt og i ca. samme højde over horisonten, må α være ens for de to stjerner. Udtrykt i instrumentstørrelsesklasser, m_i, fås

$$m_{stjerne}=-2{,}5\cdot\log(f_{stjerne})\wedge m_{ref}=-2{,}5\cdot\log(f_{ref})\wedge f_i=F_i\cdot\alpha\Leftrightarrow$$
$$\delta m_{stjerne}=m_{stjerne}-m_{ref}=-2{,}5\cdot\log(f_{stjerne})-\left(-2{,}5\cdot\log(f_{ref})\right)=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{f_{stjerne}}{f_{ref}}\right)\Leftrightarrow$$
$$\delta m_{stjerne}=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{F_{stjerne}\cdot\alpha}{F_{ref}\cdot\alpha}\right)\Rightarrow$$

$$\delta m_{stjerne}=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{F_{stjerne}}{F_{ref}}\right). \tag{69}$$

Tilsvarende udtryk kan skrives op, når man på et andet tidspunkt observerer stjernen, når planeten er i transit. Her vil jordatmosfæren pga. skiftende atmosfæreforhold mv. tillade en anden brøkdel, β, af lyset at passere, men β vil stadigvæk være ens for de to stjerner. Dvs.

$$\delta m_{transit}=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{F_{transit}\cdot\beta}{F_{ref}\cdot\beta}\right)=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{F_{transit}}{F_{ref}}\right)\wedge\delta m_{stjerne}=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{F_{stjerne}}{F_{ref}}\right)\Leftrightarrow$$
$$\Delta m=\delta m_{transit}-\delta m_{stjerne}=-2{,}5\cdot\left(\log\left(\frac{F_{transit}}{F_{ref}}\right)-\log\left(\frac{F_{stjerne}}{F_{ref}}\right)\right)=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{F_{transit}/F_{ref}}{F_{stjerne}/F_{ref}}\right)\Leftrightarrow$$
$$\Delta m=\delta m_{transit}-\delta m_{stjerne}=-2{,}5\cdot\log\left(\frac{F_{transit}}{F_{stjerne}}\right)\wedge 1-\frac{F_{transit}}{F_{stjerne}}=\left(\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}\right)^2\Leftrightarrow$$
$$10^{\frac{-\Delta m}{2{,}5}}=\frac{F_{transit}}{F_{stjerne}}\wedge 1-\frac{F_{transit}}{F_{stjerne}}=\left(\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}\right)^2\Leftrightarrow$$

$$\frac{R_{planet}}{R_{stjerne}}=\sqrt{1-10^{\frac{-\Delta m}{2{,}5}}}. \tag{70}$$

Man kan altså sammenfatte ovenstående som følger: Man måler den maksimale dybde, Δm, af lyskurven, talværdien er positiv. Derefter indsættes i formlen ovenfor, og hvis man kender stjernens

radius – den kan vi tit slå op - har man altså fundet radius af planeten, og det selvom planeten er usynlig for os.

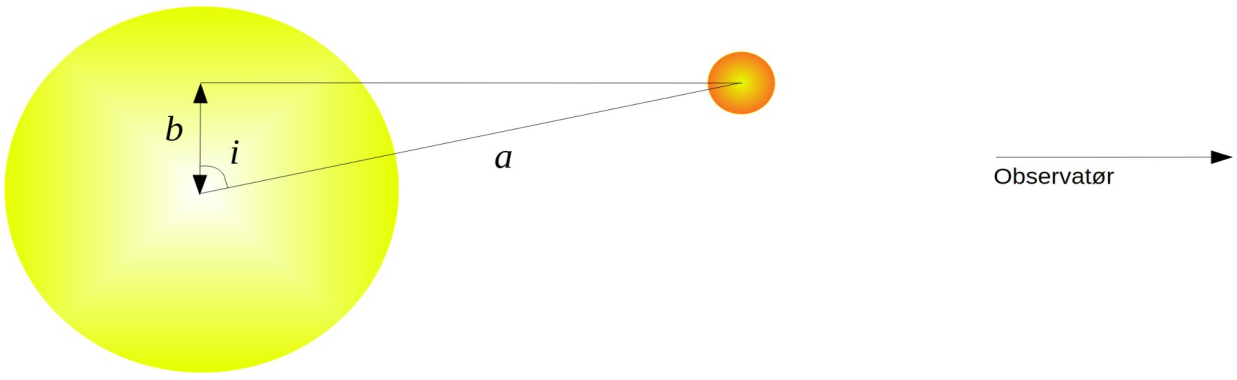
IV.4.2 Planetbanens inklination

En planetbane hælder oftest i forhold til himmelbaggrunden. Vinklen mellem himmelbaggrunden og planetens bane kaldes, som nævnt i afsnit IV.3.1, for inklinationen, *i*. Det er ganske vigtigt at finde inklinationen, da man ellers ikke kan bestemme planetens masse.

Eftersom planetradius og -masse er fundamentale egenskaber ved en planet, vil vi opstille en model for banen og kæde modellen sammen med observationsdata.

Betragt figur 116. Den orangefarvede planet kredser i en ellipsebane om sin stjerne, og banens halve storakse er betegnet med bogstavet *a*. Planetbanen er en ellipse, der går ind og ud af papirets plan. Hvis inklinationen *i* = 90º vil planeten bevæge sig på en ellipse, der er sammenfaldende med synsretningen for observatøren. Når *i* er forskellig fra 90º vil synslinjen være sammenfaldende med en linje, der ikke skærer i stjernens centrum. Afstanden fra centrum er på tegningen navngivet *b* og den kaldes *stødparameteren*.

Modellen på figur 116 ser anderledes ud fra observatørens position. Dette er forsøgt vist på figur 117.

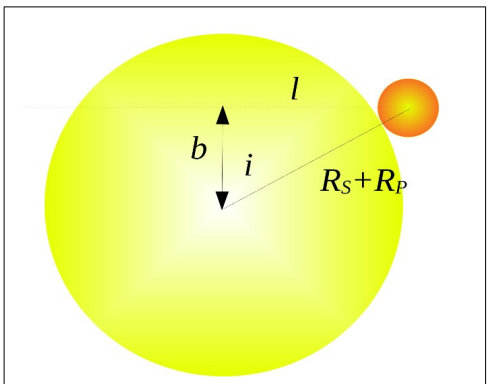


Figur 116: Planeten, Jorden og stjernen står i konjunktion - dvs. på en lige linje. Planetens halve storakse er angivet ved a. Bemærk at b=a·cos(i). Planeten bevæger sig ind- og ud af papirets plan.

Af figur 117 kan man se, at det for observatøren ser ud som om, at planeten i transittiden bevæger sig 2·*l* henover skiven. Denne transittid kan vi i øvrigt måle på lyskurven som tidsrummet fra starten af dykket til slutningen af dykket. Af tegningen kan vi beregne *l* ved hjælp af Pythagoras' sætning. Vi får

$$b = a \cdot \cos(i) \wedge b^2 + l^2 = (R_s + R_p)^{2.} \Leftrightarrow$$

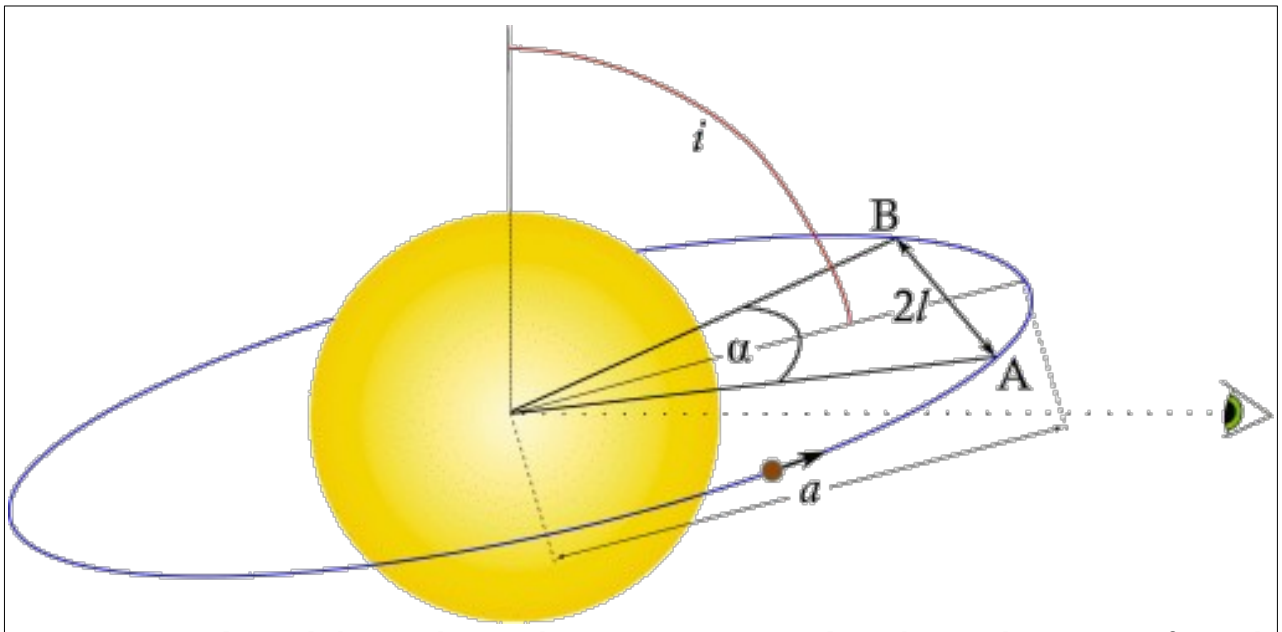
$$\sqrt{(R_s + R_p)^2 - (a \cdot \cos(i))^2} = l.$$



Figur 117: Samme som ved figur 12 - men nu set fra observørstedet.

Betragt figur 118. Figuren viser igen planetbanen om stjernen, men nu er den forsøgt perspektivisk tegnet. Man ser, at følgende relation må gælde: $\frac{\alpha}{2\cdot\pi}=\frac{T}{P}$, hvor T er transittiden, P er planetens omløbstid og α brøkdelen af den vinkel, som planeten krydser af sin tilsyneladende bane henover stjernen. Der er antaget jævn cirkelbevægelse. Der er dog fundet adskillige exoplaneter, som slet ikke bevæger sig i cirkelbaner. Hvis man ved hjælp af radialhastighedsmetoden, kan finde baneparametrene for planetbanen, kan man anvende Keplers 2. lov til at justere i formlen ovenfor. Det udsætter vi dog til en anden gang.

Betragt atter figur 118. Her ser man, at



Figur 118: α er den vinkel, som planeten bevæger sig i transittiden. Planeten bevæger sig fra A til B, og observatøren ser den projicerede bevægelse markeret som 2·l. [4], [16]

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{l}{a}=\frac{\sqrt{(R_{stjerne}+R_{planet})^2-a^2\cdot\cos^2(i)}}{a}\Leftrightarrow$$

$$\sin\left(\frac{\pi\cdot T}{P}\right)=\frac{\sqrt{(R_{stjerne}+R_{planet})^2-a^2\cdot\cos^2(i)}}{a}\Rightarrow$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi\cdot T}{P}\right)=\frac{(R_{stjerne}+R_{planet})^2-a^2\cdot\cos^2(i)}{a^2}\Leftrightarrow$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi\cdot T}{P}\right)=\frac{(R_{stjerne}+R_{planet})^2}{a^2}-\cos^2(i)\Leftrightarrow$$

$$\cos^2(i)=\frac{(R_{stjerne}+R_{planet})^2}{a^2}-\sin^2\left(\frac{\pi\cdot T}{P}\right)\Rightarrow$$

$$i=\arccos\left(\pm\sqrt{\frac{(R_{stjerne}+R_{planet})^2}{a^2}-\sin^2\left(\frac{\pi\cdot T}{P}\right)}\right). \tag{71}$$

Vi kan måle transittiden, T, som den største bredde af lysdæmpningen på lyskurven, og ved at måle tidsrummet fra en transit til den næste, kan vi finde planetens omløbstid, P.

Planeter og stjernes navne
Stjerner har mange forskellige slags navne – nogle minder om menneskenavne, og andre navne angiver en placering i et stjernekatalog. Planeters navne er altid opkaldt efter stjerners navne – med et bogstav tilføjet. For eksempel har stjernen Qatar-1 en planet, og planetens navn er dermed Qatar-1b. Den først opdagede planet får altid bogstavet 'b' tilføjet stjernens navn. Opdages andre planeter får de tilføjet bogstaverne 'c', 'd' osv.

Ved kendskab til den observerede stjernes masse, *M*, kan vi bestemme planetbanens halve storakse, *a*, ved at indsætte i Keplers 3. lov, som er vist i formel (63). Dermed kan man altså bestemme inklinationen, *i*, ved brug af formel (71).

IV.5 Exoplaneters atmosfærer

Det lyder umiddelbart overmodigt at udtale sig om exoplaneters atmosfærer, når man for langt de flestes tilfælde ikke engang kan se planeten, men atter kan man ved snilde og omhyggelighed alligevel få information om deres atmosfærer. Vi vil starte ud med at regne lidt på planeternes temperaturer.

IV.5.1 Temperaturen af en exoplanet

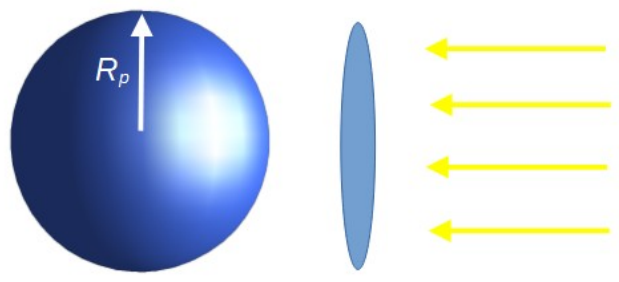
Stefan-Boltzmanns lov lyder som følger: ”Effekten fra et absolut sort legeme med temperaturen *T* er proportional med temperaturen i 4. potens og proportional med overfladearealet.” I formelsprog ser formlen ud som følger

$$P = A \cdot \sigma \cdot T_{eff}^4 \,,\; \sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{K}^4} \,. \tag{72}$$

Ovenfor måles effekten, *P*, i W, og *A* er overfladearealet af legemet.

For eksempel kan vi regne Solens absolutte luminositet, *L*, (effekt) ud, hvis vi kender Solens samlede overfladeareal *A*. Overfladearealet af Solen er $A = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. Dvs. Solens samlede effekt er $L = 4 \cdot \pi \cdot (6{,}96 \cdot 10^8 \text{ m})^2 \cdot \sigma \cdot (5800 \text{ K})^4 = 3{,}846 \cdot 10^{26} \text{ W}$. Tilsvarende kan man regne den modtagne flux (tilsyneladende luminositet) ved en planet, såfremt man kender afstanden mellem planeten og stjernen.

Hvis vi kan bestemme den flux en planet modtager fra sin stjerne, har vi også mulighed for at bestemme en omtrent værdi for planetens temperatur, såfremt vi ved hvor meget lys planeten reflekterer, og om planeten har en atmosfære eller ej. Betragt atter figur 93. En planets øvre atmosfære modtager fluxen, *F*, som er givet ved afstandskvadratloven (39).



Figur 119: En roterende planet modtager stråling fra sin stjerne.

Betragt nu figur 119. Den modtagne effekt, som planeten får, er den effekt som skinner igennem tværsnitsarealet af planeten.

Dvs. vi kan skrive planetens modtagne effekt som

$$P = a_{planet} \cdot F \wedge F = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \Leftrightarrow P = \frac{\pi \cdot R_{planet}^2 \cdot L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}.$$

Ovenfor angiver a_{planet} planetens tværsnitsareal. En vis brøkdel, *A*, af effekten fra stjernen reflekteres – *A* kaldes for *albedoen* – og derfor absorberes brøkdelen (1-*A*). Alt i alt absorberer planeten altså effekten

$$P = \frac{(1-A) \cdot R_{planet}^2 \cdot L}{4 \cdot d^2}. \tag{73}$$

Når planeten modtager lys fra stjernen, opvarmes den, og dermed udstråler den også infrarød stråling til omgivelserne. På et tidspunkt opnås der ligevægt, så den absorberede effekt og den udstrålede effekt bliver ens. Dette er naturligvis et ideelt eksempel, for vi ved jo fra Jorden, at temperaturen et givet sted varierer ganske meget på et døgn samt i løbet af året. Men midlet ud over et år har planeten en bestemt middeludstråling og middeltemperatur.

Hvis en planets atmosfære er betragteligt tykkere end Jordens atmosfære, vil variationerne i temperaturen være mindre – tilsvarende vil en planet uden atmosfære have kraftigere temperaturændringer.

Lad os antage at exoplaneten *har* en atmosfære, som fordeler effekten ud over hele overfladen. Planetens rotation vil også hjælpe med fordelingen af effekten. Dermed vil den udsende varmestråling fra hele sin overflade, dvs. $a = 4 \cdot \pi \cdot R_{Planet}^2$. Altså vil planeten udsende effekten $P = a \cdot \sigma \cdot T_{planet}^4$. Sættes udtrykket sammen med resultatet i formel 73 fås

$$4 \cdot \pi \cdot R_{planet}^2 \cdot \sigma \cdot T_{planet}^4 = \frac{(1-A) \cdot R_{planet}^2 \cdot L}{4 \cdot d^2} \Leftrightarrow$$

$$T_{Planet} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(1-A) \cdot L}{\sigma \cdot \pi \cdot d^2} \right)^{\frac{1}{4}}. \tag{74}$$

Vi har ovenfor et udtryk for planetens middeltemperatur, såfremt vi kender albedoen, *A*, afstanden mellem stjernen og planeten, *d*, og såfremt atmosfæren er så tyk og rotationen er så hurtig, at effekten fra stjernen fordeles over hele planeten. *L* kender vi, da astrofysikere har bestemt den for os.

For at ovenstående beregning giver mening, må man undersøge, om planeten overhovedet har en atmosfære. Vi så på figur 117, hvordan en exoplanet spærrer for lidt af stjernens lys, når den bevæger sig ind over stjernens skive. På figuren ser det ud som om planeten har en skarp kant. Men hvis planeten har en atmosfære, er kanten diffus. Ydermere absorberer atmosfæregasser lys forskelligt. For eksempel ved vi fra Jorden, at blåt lys spredes mere end de øvrige farver i atmosfæren, og derfor ser vores himmel blå ud. På Mars er det den røde farve, der spredes mest, så der ser himmelen rød ud.

Ligeledes er der bestemte bølgelængder i lyset, der kan anslå atomer i atmosfæren, og disse bestemte farver vil derfor i en lidt større grad blive absorberet i planetatmosfæren end andre farver. Mængden af den absorberede lys for bestemte bølgelængder er *uhyre* lille. For eksempel er den for

den gulorange[32] linje i natrium ca. 0,02% af den oprindelige lysdæmpning. [4] Alligevel kan man med rumteleskoper detektere denne lille ændring.

I praksis gør man altså som følger: Først måles en lyskurve, som omtalt i afsnit IV.2. Derefter gentages proceduren, men hvor man har sat et filter foran detektoren, så den kun tillader lys med et bestemt smalt bølgelængdeinterval at passere. Så sammenligner man de to lyskurver, og hvis de ikke har samme dybde, kan der være fundet en atmosfære. Hvis man har mistanke om, at exoplaneten har en atmosfære, kan man gentage øvelsen med andre filtre, som undersøger for andre grundstoffer. Jupiterlignende exoplaneter har brint i deres atmosfærer, og man har da også detekteret hydrogen ved at måle lyskurver gennem Lyα-filtre. Lyα svarer til bølgelængden 121,5 nm.

Når man har fundet planetens radius bestemt uden filter, og bagefter fundet planetradius bestemt med filteret, kan forskellen mellem de to resultater angives som planetens atmosfæretykkelse. (Se formel 68 eller 70.)

Ved at måle med flere filtre får man altså også en indikation af, hvilke grundstoffer atmosfæren består af, og så kan man ad den vej anslå planetens albedo, *A*.

IV.5.2 Flydende vand?

Et fundamentalt spørgsmål man kan stille sig om exoplaneter, er, om de indeholder ilt i deres atmosfærer, og om der er flydende vand til stede. Vi vil undersøge dette spørgsmål nedenfor.

Vi forestiller os, at vi ved hjælp af radialhastigheds- og transitmetoderne har bestemt planetens masse, radius, afstand fra stjernen, at der er en atmosfære, og albedoen er *A*. Stjernens effekt er også antaget kendt. Spørgsmålet er så, om vi kan forvente mulighed for flydende vand på planeten.

Værdier for Jorden er $A = 0{,}314$, $L = 3{,}846 \cdot 10^{26}$ W, $d = 1{,}496 \cdot 10^{11}$ m. Det giver ved indsættelse i (74) en middeltemperatur på 254 K = -20 ºC, hvilket er meget lavere end dens faktiske middeltemperatur, som er + 15 ºC. Årsagen til den store forskel på beregnet temperatur og faktisk temperatur er naturligvis, at Jordens atmosfære virker som et drivhus.

Hvis vi vil konkludere om temperaturerne på en exoplanet giver mulighed for flydende vand, er vi altså tvunget til at finde ud af, om planeten har en atmosfære.

IV.5.2.1 Opgave - Qatar-1 b's atmosfære

For planeten Qatar-1b er der detekteret en atmosfære. Opdagerne har antaget, at *A* = 0. Stjernens temperatur *T* = 4910 K og dens radius $R = 5{,}35 \cdot 10^{8}$ m. Afstanden til planeten er 0,02342 AU. Det giver, at stjernens absolutte luminositet er $L = 1{,}35 \cdot 10^{26}$ W. [5], [7].

a) Vis på den baggrund at Qatar-1bs temperatur er 1400 K.
b) Antag at albedoen svarer til Jupiters, dvs. *A* = 0,52. Beregn T_{Planet}.
c) Kan denne planet indeholde flydende vand? (Begrund dit svar.)
d) Hvis du har løst opgave IV.7.2 og IV.7.3 bagest i kapitlet, kan du nu beregne tyngdeaccelerationen på planetens overflade ved at benytte formlen $g = \frac{G \cdot M}{R^2}$.

32 Farven er den samme, som man ser i orange natrium-gadelamper. Bølgelængderne er 588,995 nm og 589,592 nm.

IV.5.3 En atmosfæremodel med drivhuseffekt

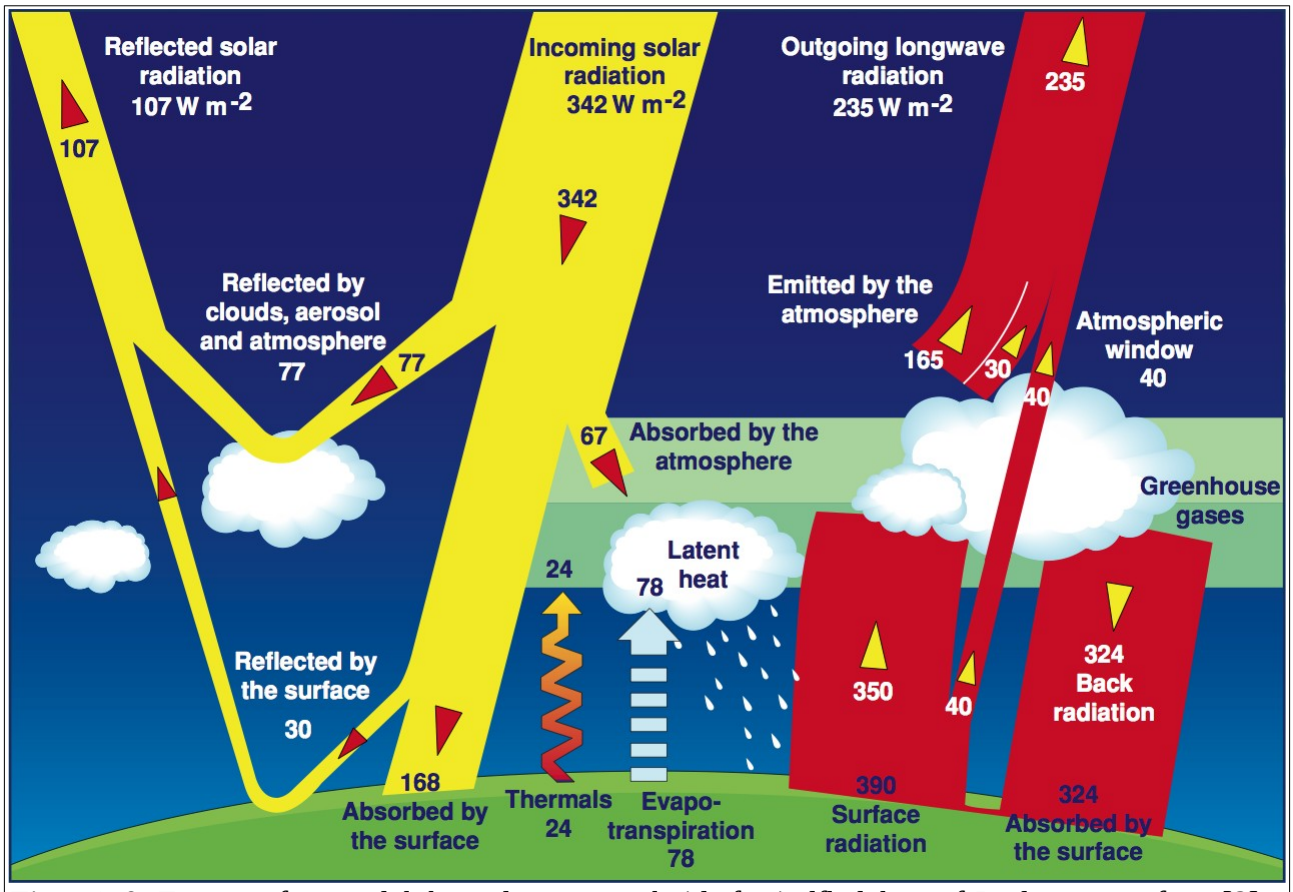
Ovenfor så vi, at formlen for temperaturen af Jorden ikke er særlig god, og det skyldes naturligvis, at vi ikke har taget højde for drivhuseffekten fra atmosfæren. Nedenfor vil vi anvende en model, som er udviklet af Kiehl & Trenberth. [8]. Modellen er ganske simpel, men den forudsiger Jordens overfladetemperatur godt, og selvom den er simpel, er matematikken vist tilstrækkeligt udfordrende for de fleste gymnasieelever.

Modellen er tilpasset drivhuseffekten på Jorden, og vi vil i en opgave forsøge at generalisere til andre atmosfæretyper. Betragt figur 120. Til venstre på figuren kan man se, at 342 W/m^2 indstråles fra Solen. Dette kan man forstå ved, at udenfor Jordens atmosfære indstråler en flux fra Solen på $F_0 = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2} = 1368 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$. Jorden dækker en skive med arealet $A_{skive} = \pi \cdot R^2$. Da Jorden har en atmosfære, fordeles varmen over hele planetens overflade, og dette areal er på $A_{overflade} = 4 \cdot \pi \cdot R^2$. Altså modtager hver kvadratmeter på Jorden

$$\frac{F_0 \cdot A_{skive}}{A_{overflade}} = \frac{F_0}{4} = 342 \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}.$$

IV.5.3.1 Opgave – Solens middelflux

Find Solens data samt afstand til Jorden i en tabel og kontroller resultatet ovenfor.



Figur 120: En atmosfæremodel, hvor der er taget højde for indflydelsen af Jordens atmosfære.[8]

Man ser til venstre i figuren, at noget stråling reflekteres af Jorden eller Jordens atmosfære. Den brøkdel, der reflekteres kaldes som tidligere nævnt for a*lbedoen* – eller mere præcist *Bond-*

albedoen. Man ser at 107 W/m^2 reflekteres ud af 342 W/m^2. Dermed må albedoen være A = 107/342=0,313.

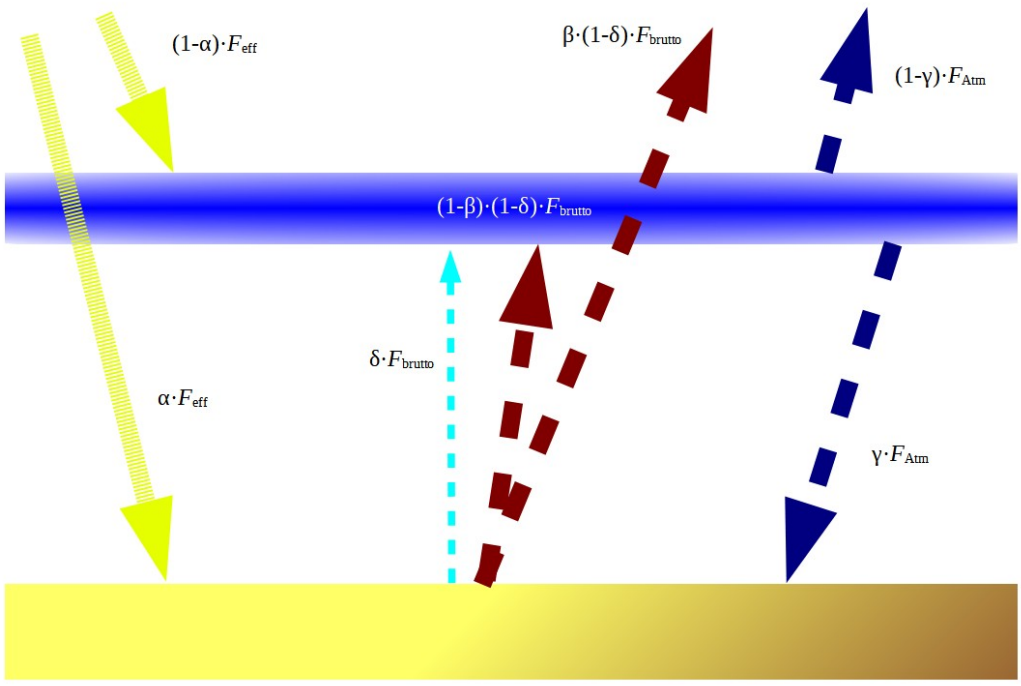
I midten af figuren kan man se, at 67 W/m^2 absorberes af atmosfæren, dvs. (168 + 67) W/m^2 = 235 W/m^2 ud af 342 W/m^2 absorberes af planeten/atmosfæren. I midten og til højre kan man se, at jordoverfladen udstråler energi i form af infrarød stråling, samt at overfladen også afleverer energi til atmosfæren i form af latent varme og via konvektion. Latent varme er når vanddamp fortætter til vand eller vand fortætter til is. Dvs. jordoverfladen *udstråler* 350 W/m^2 til atmosfæren og 40 W/m^2 direkte til verdensrummet. De resterende 102 W/m^2 afleveres altså ikke i form af stråling.

Til højre ser man, at Jorden modtager 324 W/m^2 i tilbagestråling fra atmosfæren, mens atmosfæren udstråler 165 W/m^2 til verdensrummet.

Alt i alt indstråles netto 235 W/m^2, og der udstråles lige så meget. Atmosfæren sørger dog for, at Jordens strålingsligevægt findes ved en højere temperatur end uden atmosfæren.

Jordoverfladen udstråler i form af infrarød *stråling*, $F = 390\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = \sigma \cdot T^4 \Leftrightarrow T = 288\ \mathrm{K} = 15\,^{\circ}\mathrm{C}$. Hvis vi ikke havde taget højde for atmosfærens betydning for drivhuseffekten, at varmen transporteres rundt på hele kloden, ville temperaturen have endt på -20 ºC, hvilket jo er ubehageligt lidt for et menneske.

På figur 120 er der brugt talværdier, der passer til Jorden – men de passer næppe til andre planeters atmosfærer. Derfor vil vi generalisere figuren, så tallene erstattes af nogle parametre, som vi selv kan justere. Betragt figur 121.



Figur 121: En parametriseret atmosfæremodel.

Fortolkning af parametrene
α: Brøkdelen af den indstrålede flux, som rammer Jordoverfladen.
β: Brøkdelen af overfladens *udstrålede* flux.
γ: Brøkdelen af atmosfærens udstrålede flux, der rammer jordoverfladen.
δ: Brøkdelen af den totale afleverede flux fra Jordoverfladen, som afleveres i form af konvektion og opvarmning af vand.
$\boldsymbol{F_{eff}}$**:** Den del af Solens indstrålede flux, som absorberes af planeten/atmosfæren.
$\boldsymbol{F_{brutto}}$**:** Al den flux, som jordoverfladen afleverer i form af *varme*stråling, konvektion og vandopvarmning.
$\boldsymbol{F_{atm}}$**:** Al den flux, som atmosfæren afleverer. (Men det reflekterede sollys er ikke med.)

Vi kan nu opstille nogle formler for temperaturerne af atmosfærens øvre- og nedre del samt jordoverfladen. Beregningerne er ret trælse at udføre, men de er anført nedenfor, hvis nogen skulle være interesseret i at regne efter.

IV.5.3.2 Atmosfæren

Atmosfæren modtager i alt fluxen $F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot F_{brutto}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot F_{brutto}$. Desuden kan vi for ligevægt indse, at $F_{brutto}=\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm}$. Dermed kan vi bortsubstituere F_{brutto}. Vi får følgende

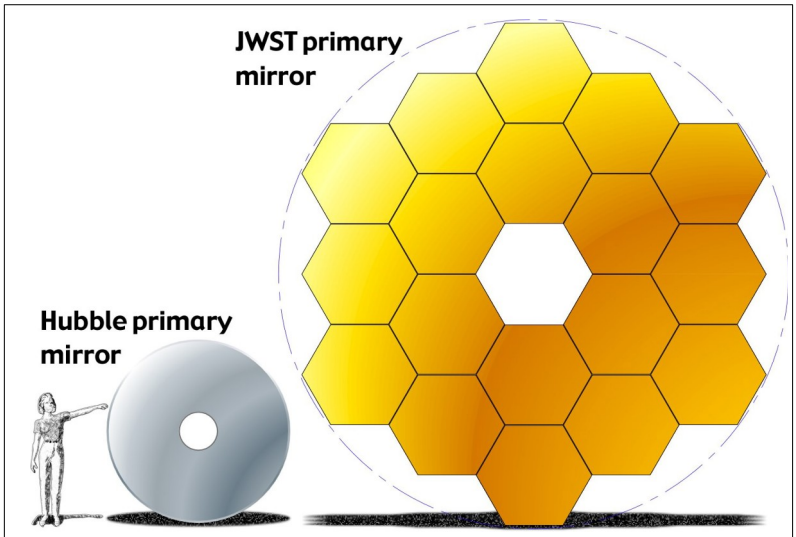
$$F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot(\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm})+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot(\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm})\Leftrightarrow$$
$$F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot\alpha\cdot F_{eff}+\delta\cdot\gamma\cdot F_{atm}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma\cdot F_{atm}\Leftrightarrow$$
$$F_{atm}-\delta\cdot\gamma\cdot F_{atm}-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma\cdot F_{atm}=(1-\alpha)\cdot F_{eff}+\delta\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}\Leftarrow$$
$$[1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma]\cdot F_{atm}=[(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha]\cdot F_{eff}\Leftrightarrow$$
$$F_{atm}=\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}.\Rightarrow$$
$$\sigma\cdot T_{atm,\,nedre}^4=\gamma\cdot F_{atm}\Rightarrow T_{atm,\,nedre}=\sigma^{\frac{-1}{4}}\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}\cdot\gamma\right)^{1/4}.$$
$$\sigma\cdot T_{atm,\,øvre}^4=(1-\gamma)\cdot F_{atm}\Rightarrow T_{atm,\,øvre}=\sigma^{\frac{-1}{4}}\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}\cdot(1-\gamma)\right)^{1/4}.$$

IV.5.3.3 Jordoverfladen

$$F_{overflade}=F_{brutto}-\delta\cdot F_{brutto}=(1-\delta)\cdot F_{brutto}\wedge F_{brutto}=\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm}\Leftrightarrow$$
$$F_{overflade}=(1-\delta)\cdot(\alpha\cdot F_{eff}+\gamma\cdot F_{atm})=(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\delta)\cdot\gamma\cdot F_{atm}\Leftrightarrow$$
$$F_{overflade}=(1-\delta)\cdot\alpha\cdot F_{eff}+(1-\delta)\cdot\gamma\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\cdot F_{eff}\right)\Leftrightarrow$$
$$F_{overflade}=\left[\alpha+\gamma\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\right)\right]\cdot(1-\delta)\cdot F_{eff}=\sigma\cdot T^4_{overflade}\Rightarrow$$
$$T_{overflade}=\sigma^{-\frac{1}{4}}\cdot\left[\alpha+\gamma\cdot\left(\frac{(1-\alpha)+\delta\cdot\alpha+(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\alpha}{1-\delta\cdot\gamma-(1-\beta)\cdot(1-\delta)\cdot\gamma}\right)\right]^{\frac{1}{4}}\cdot\left[(1-\delta)\cdot F_{eff}\right]^{\frac{1}{4}}.$$

Modellen ovenfor er ikke voldsomt indviklet, og det er da også muligt at opstille udtryk for de 3 temperaturer, men læseren vil nok medgive, at kompleksiteten i *beregningerne* er så stor, at det sandsynligvis bliver ret indviklet at lave en mere avanceret model. Derfor nøjes vi med denne model.

Modellen bruges i opgaven IV.7.6. *Jordens atmosfære og CO_2-indhold*, som er bagest i hæftet, og på astro-gym.dk findes et regneark, hvor formlerne er indtastet. Der findes også et Python-program på samme websted, som kan bruges til at prøve forskellige konfigura-tioner af.



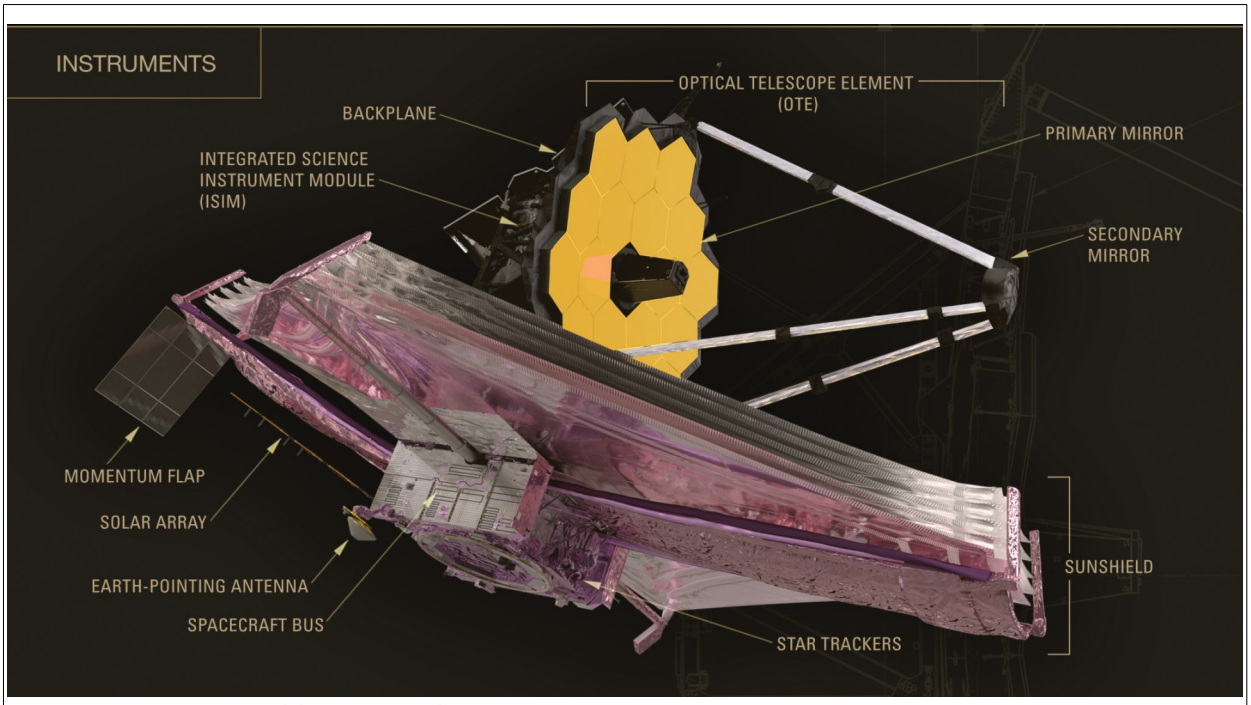
Figur 122: Størrelsen af James Webb Space Telescope i forhold til Hubble Space Telescope. [17]

IV.6 Fremtidens missioner

Når man søger efter exoplaneter har jordbaserede observationer vist sig at være udmærkede til at fremstille transitkurver. Dog kræver atmosfæredetektion adgang til rumteleskoper. Her har *Hubble Space Telescope* samt *Spizter Space Telescope* været af uvurderlig hjælp.

Kepler Telescope har indsamlet data for over 170000 stjerner, og *TESS Telescope* har fortsat Kepler Telescopes arbejde.

Jordbaserede teleskoper til radialhastighedsmålinger har hidtil givet os gode data, men Jordens atmosfære er en evig kilde til usikkerheder på målingerne – det er heller ikke muligt kontinuerligt at måle på stjernerne, da det jo er lyst i ca. halvdelen af tiden på Jorden. De bedste kikkerter er opstillet i Chile hos ESO.



Figur 123: James Webb Space Telescope. (NASA.)

NASA/ESA har i 2022 sat James Webb Space Telecope (JWSP) i drift, som er et teleskop med en spejldiameter på 6,5 m. Dermed er diameteren 3 gange så stor som det succesrige Hubbleteleskop. Teleskopet er mest følsomt i det infrarøde område, så det netop er i stand til se de kolde legemer i rummet – som f.eks. exoplaneter. Du kan læse mere om JWST her: http://www.jwst.nasa.gov/

JWST vil kunne detektere planeter ved direkte fotografi, og den vil kunne måle spektre for exoplaneter. Dermed vil man kunne sammenligne planeternes atmosfærer med Jordens atmosfære, som er unik i og med, at vi har meget O_2 og O_3 i atmosfæren. Disse molekyler er markører for den version af livet, som findes på Jorden – hvis vi finder disse molekyler i en fremmed klodes atmosfære, er det en indikation af liv, som på Jorden.

Indenfor de næste 10-20 år kan vi måske få besvaret det store spørgsmål: ”Er der nogen derude?”

IV.7 Opgaver om exoplaneter

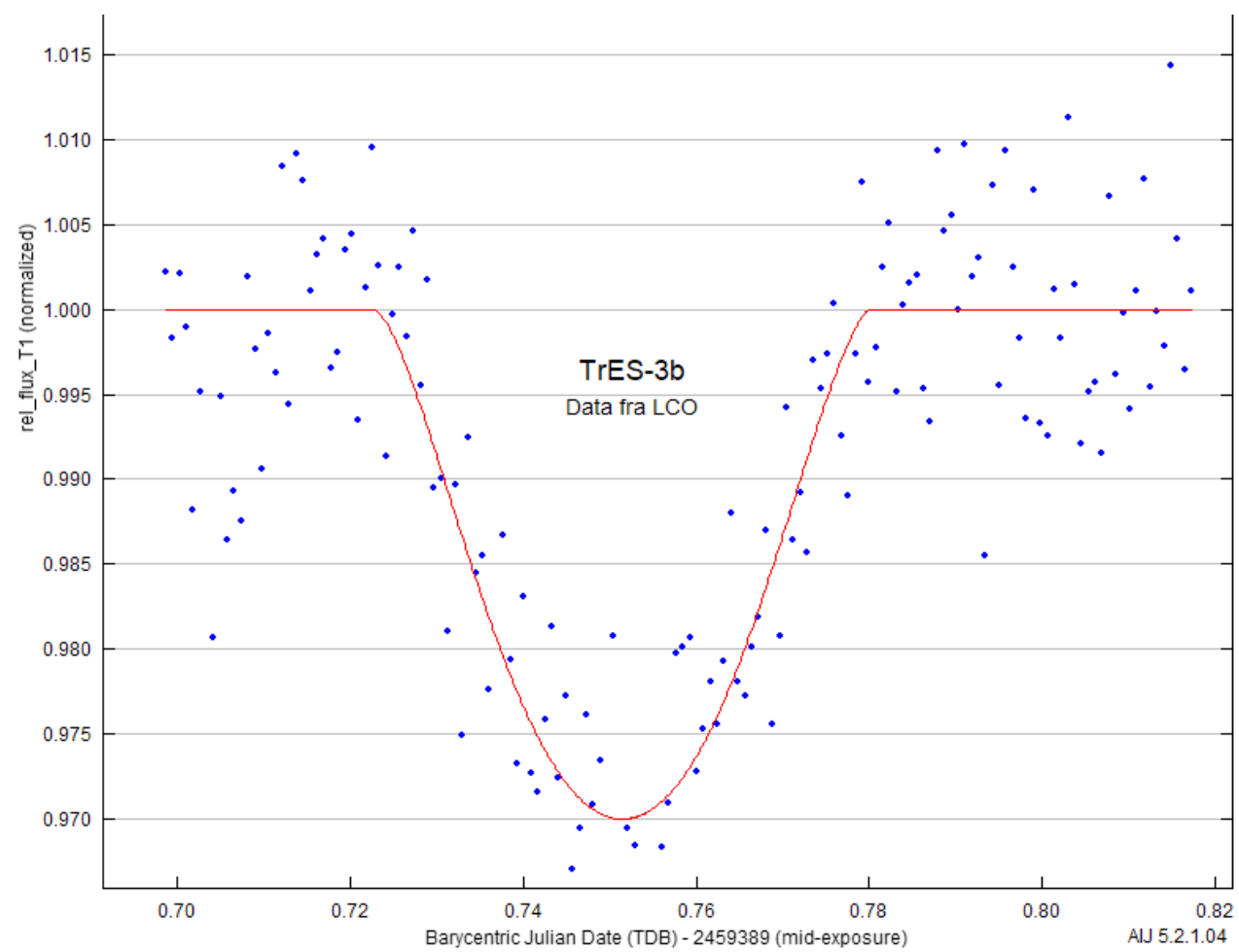
IV.7.1 Lyskurve for TrES-3b

Nedenfor er vist en udmålt lyskurve for stjernen, som er angivet i overskriften.

a) Benyt Adobe Readers virtuelle lineal til at bestemme transittiden, så præcist som muligt.
b) Mål den relative dybde af truget og beregn R_{planet}/R_*.
c) Stjernens radius er oplyst til at være 0,82018 R_{sol}. Beregn exoplanetens radius.

Stjernens masse er oplyst til at være 0,962 M_{sol}, og planetens omløbstid er af andre målt til at være $P = 1{,}30619^d$.

d) Beregn planetens halve storakse.
e) Beregn planetbanens inklination.



Figur 124: Data hentet fra https://archive.lco.global. Egen analyse i AstroImageJ.

IV.7.2 Radialhastighedskurve for exoplaneten Qatar-1b

Din lærer giver dig et regneark med en serie (*t, v(t)*)-værdier. Stjernen om Qatar-1b har en masse på 0,85 M_{sol} og en radius på 0,823 R_{sol}.

a) Du skal lave en formel, der *folder*[33] punkterne om en periode, du skal gætte. Dvs. det er fasen, der skal afbildes på 1. aksen. Eccentriciteten sættes til e = 0,03.
b) Når du er tilfreds med din tilpasning skal du aflæse amplituden af signalet.
c) Beregn nu $m \cdot \sin(i)$ ved hjælp af formel (65).
d) Sammenlign dine resultater med forskeres resultater. (Se talværdier i [6].)
e) Er du glad for computere, kan du gentage analysen ved hjælp af programmet Exofit. (Se forklaring til programmet i afsnit IV.3.3.)

IV.7.3 Transitkurve for exoplaneten Qatar-1b

Ved at anvende 33 billeder, som er optaget af stjernen Qatar-1, skal vi konstruere en lyskurve for stjernen, som ligger i stjernebilledet Dragen. (Draco.) Koordinaterne for stjernen er (α; δ) = (20^h 13^m 32^s; +65º 09' 43”.) Billederne er optaget af André van der Hoeven[34] fra Emmaus College i Holland. Den observerede exoplanet hedder Qatar-1b[35]. Ud fra lyskurven og kendskab til stjernens masse og radius skal exoplanetens radius og baneinklination bestemmes.

Billederne er optaget den 31/10-2011 kl. 21:43.01 UT og fremefter. For første billede er midtpunktet af de 5 eksponeringer 21:45:08. Koordinater for observationssted: (*l, b*) = (4º 38' 51,01" E; 51º 50' 40,64" N.)

For at måle instrumentstørrelsesklasserne skal man gøre som følger:

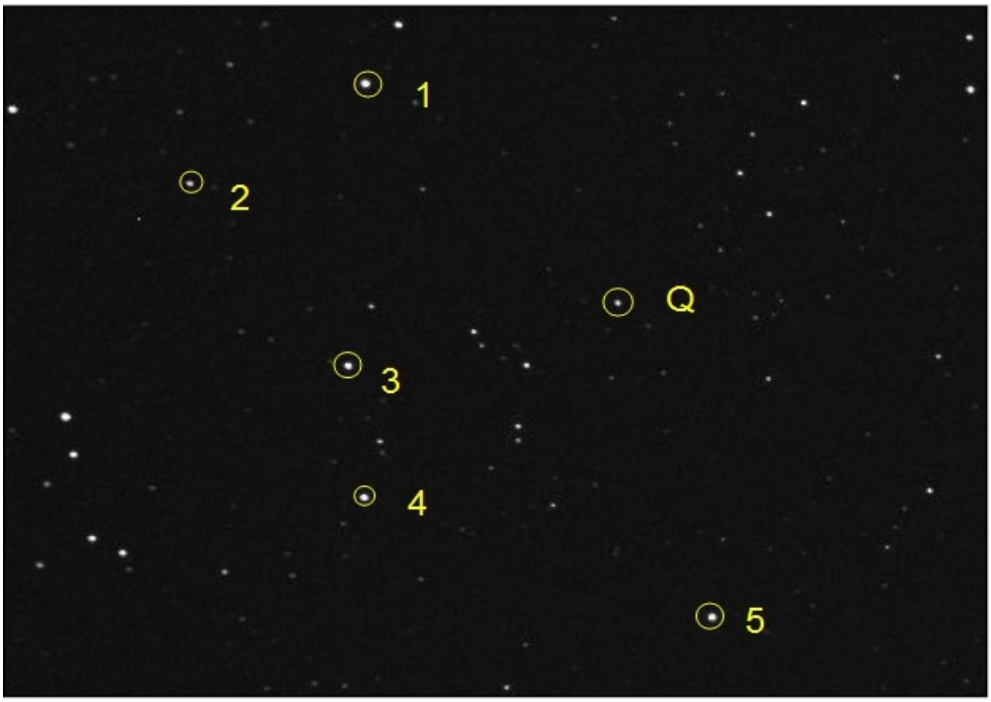
a) Indlæs billederne i *Aladin [1]* eller *AstroimageJ [2]* (eller et tilsvarende program) og identificer mindst én men gerne nogle flere referencestjerner og mål deres flux, *f*, samt baggrund. (Se hjælp nedenfor.)
b) Identificer stjernen Qatar-1 og mål dens flux, *f*, samt baggrund. Sørg for at du får *hele* fluxen med!
c) Noter ”Midpoint” i FITS-headeren, så observationstidspunktet kendes.
d) Noter tallene i det udleverede regneark.
e) Gentag for alle billederne. (I kan f. eks. udmåle 1 billede hver og derefter dele jeres resultater.)

IV.7.3.1 Hjælp til identifikationen af stjernen

33 At *folde* et datasæt betyder, at flytte en lang tidsserie lægges ind på 1 bølge, hvor fasen, φ, af signalet lægges langs 1. aksen. $\varphi=(t-T_0)/P-N$. N er heltalsværdien af første led i formlen.

34 Oemstraat 5, 3341GH, HI-Ambacht, NL.

35 Her er Andrés datafremlæggelse: http://var2.astro.cz/EN/tresca/transit-detail.php?id=1320186591



Figur 125: Qatar 1b er markeret med bogstavet Q.

Sammenlign stjernerne på dit billede med figur 125 når du skal identificere Qatar-1 samt referencestjernerne.

IV.7.3.2 Databehandling

a) Beregn nu instrumentstørrelsesklasserne ved hjælp af formel (59). (I *AstroImageJ* er baggrunden automatisk fratrukket.)
b) Tegn en (t, δm)-kurve. Aflæs transittiden, T, så godt du kan. Bestem den totale ændring, Δm, i størrelsesklasse for stjernen.

Det er fra tidligere studier eller fra opgave IV.7.2 fundet, at planeten har en omløbstid, P = 1,42 dage, og stjernen har en masse på $M_{\text{Qatar-1}} = 0{,}85\ M_{\text{sol}}$ samt en radius på $R_{\text{Qatar-1}} = 0{,}823\ R_{\text{sol}}$.

c) Beregn planetens halve storakse, a. Beregn planetens radius R_P og beregn endelig inklinationsvinklen, i.
d) Hvis du har lavet opgave IV.7.2 med Qatar-1bs radialhastighedskurve kan du nu bestemme planetens masse.
e) Beregn gennemsnitsmassefylden af Qatar-1b. Hvad slags planet er der tale om?

IV.7.4 Opgave. Exoplanetdata

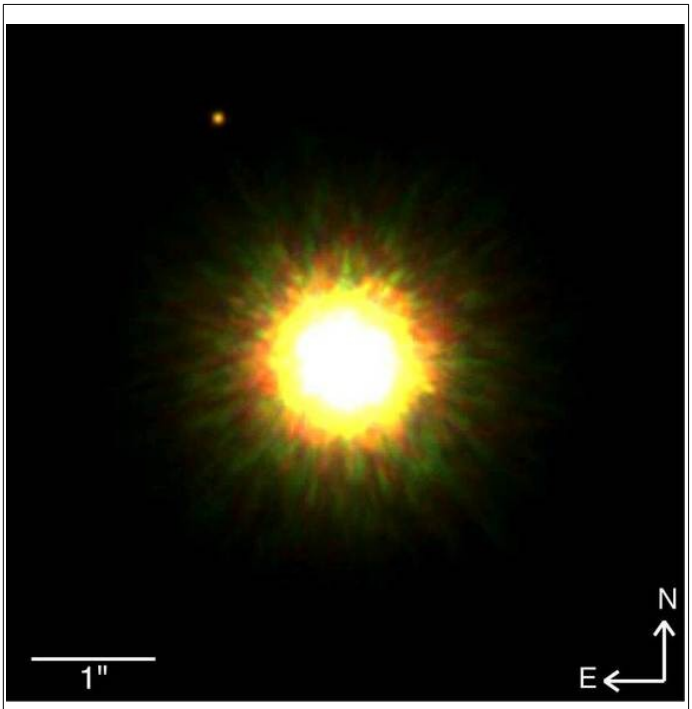
Denne opgave skal træne dig i at finde information om diverse exoplaneter.

a) Besøg NASA/Tess-missionen[36] og find ud af, hvordan Tess-teleskopet samler information om exoplaneter. (Se videoen på forsiden af webstedet i fodnoten.)

36 https://exoplanets.nasa.gov/tess/

b) Besøg NASA/Kepler-missionen[37] og find ud af hvordan Keplermissionen samler information om exoplaneterne. (Tryk på *Spacecraft and Instrument* samt *Overview.*)

Besøg webstedet EXOPLANETS[38]. Her har du adgang til data for 3262 exoplaneter. Exoplaneterne er fundet kredsende omkring alle mulige stjerner med forskellige masser.



Figur 126: Første direkte billede af en exoplanet. (Det er den lille røde plet øverst i billedet.) Næsten alle andre exoplaneter er opdaget ved indirekte metoder. Kilde: http://www.space.com/8680-direct-photo-alien-planet-finally-confirmed.html

c) Prøv at tegne et (P, a)-plot, hvor P er planetens omløbstid og a er dens halve storakse. Hvilken type graf får du? Var det forventet?
d) Tegn et histogram over stjernemasserne. Hvordan er fordelingen af stjernernes masser? Er det konsistent med dit resultat fra spørgsmål c?
e) Tegn et histogram over planet-masserne. Vælg f.eks. ca 70 inddelinger på 1. aksen og lav et logaritmisk plot, så du nemmere kan skelne, hvad der foregår for små planetmasser. Hvilke typer planeter har vi fundet flest af?
f) Lav endelig et (T_{stjerne}, a)-plot, hvor T_{stjerne} er stjernens overflade-temperatur og a er planetens halve storakse. Det kan være en fordel at vælge logaritmisk 2. akse. Prøv at klikke på et punkt, der passer til hvor Jorden/Solen ville have ligget i diagrammet. Undersøg planetens masse. Er der en planet, der minder om Jorden? (Husk at Jorden vejer ca 1/318 Jupitermasser.)
g) Undersøg de andre parametre og lav selv et plot, som du finder interessant.

IV.7.5 Opgave. Drivhuseffekten

Figur 120 viser, at Jorden reflekterer 107 W/m^2. Figuren viser også, at drivhuseffekten bevirker, at jordoverfladens udstråling stiger fra 235 W/m^2 til 390 W/m^2. (Det er markeret ved de røde pile på figuren.)

a) Benyt Stefan-Boltzmanns lov til at beregne Jordens overfladetemperatur ved Jordens nuværende udstråling.
b) Beregn hvor stor en fluxnedsættelse, der skal til, hvis temperaturen ønskes at sænkes med 2,0 K.
c) Hvis fluxnedsættelsen sker ved nedsat drivhuseffekt, hvor mange procent skal tilbagekastningen (kaldet back radiation i figuren) fra atmosfæren til jordoverfladen så sænkes?

37 https://www.nasa.gov/mission_pages/kepler/main/index.html
38 http://exoplanets.org/plots

IV.7.6 Jordens atmosfære og CO_2-indhold

Har du adgang til en Windows pc kan du bruge *Klima*-programmet, som kan downloades på samme sted som denne tekst. [18] Har du et andet styresystem, kan du installere Python og så køre python-versionen af programmet. Det kan hentes her. [19] (Python-programmet kræver også, at man installerer Tkinter, PIL og numpy.)

a) Kør programmet med defaultværdierne og tryk på *Beregn*.
b) Benyt outputvinduets tal til at måle hvor meget stråling jordoverfladen modtager og afleverer (inkl. bidrag fra termik/fordampningsvarme.) Er der ligevægt?
c) Gentag for atmosfæren.
d) Gentag for hele for hele Jorden, dvs. sammenlign hvad der absorberes af Jorden, og hvad der udstråles igen til verdensrummet.
e) Noter Jordens overfladetemperatur ved forskellige selvvalgte CO_2-koncentrationer og tegn en graf over temperaturudviklingen som funktion af koncentrationen.

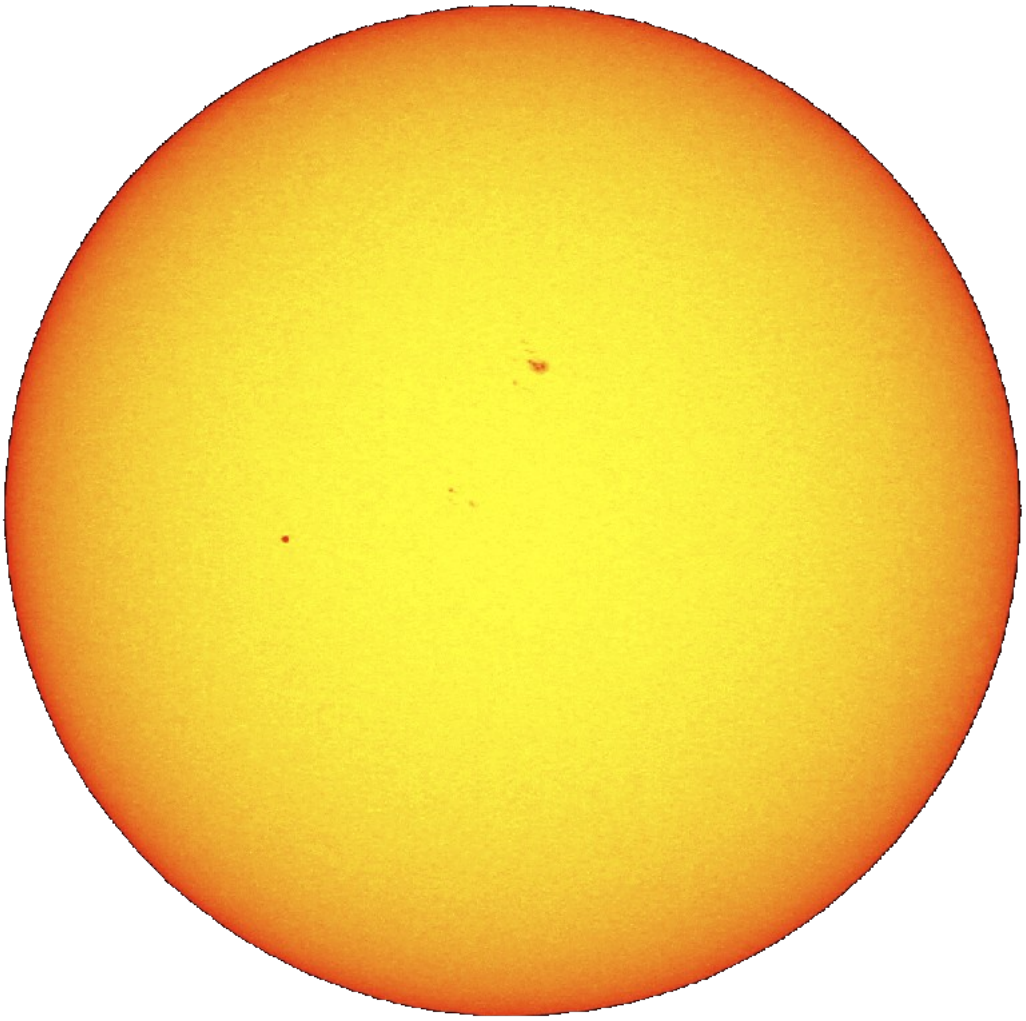
Emissiviteten af Jorden er defineret som $\varepsilon = \frac{F_{ud}}{F_{Jord}}$, hvor F_{Jord} er Jordoverfladens samlede *udstråling* og F_{ud} er planetens nettoudstråling til verdensrummet.

e) Beregn emissiviteten ved standardbetingelserne.

IV.8 Referencer

1. Aladin: http://aladin.u-strasbg.fr/
2. AstroImageJ: https://astroimagej.com/
3. Spitzerdata: http://www.euhou.net
4. Carole A. Haswell, ”Transiting Exoplanets,” Cambridge University Press, 2010.
5. *Alsubai, K. A.; Parley, N. R.; Bramich, D. M.; West, R. G.; Sorensen, P. M.; Collier Cameron, A.; Latham, D. W.; Horne, K.; Anderson, D. R.; Bakos, G. Á.; Brown, D. J. A.; Buchhave, L. A.; Esquerdo, G. A.; Everett, M. E.; Fűrész, G.; Hartman, J. D.; Hellier, C.; Miller, G. M.; Pollacco, D.; Quinn, S. N.; Smith, J. C.; Stefanik, R. P.; Szentgyorgyi, A. (2011). "Qatar-1b: A hot Jupiter orbiting a metal-rich K dwarf star". Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. **417** (1): 709–716. arXiv:1012.3027. Bibcode:2011MNRAS.417..709A. doi:10.1111/j.1365-2966.2011.19316.x*
6. Astronomy and Astrophysics, **v. 415**, p.391-402 (2004) . ”The CORALIE survey for southern extra-solar planets. XII. Orbital solutions for 16 extra-solar planets discovered with CORALIE.” Af M. Mayor et al.
7. http://star-www.st-and.ac.uk/~kdh1/qatar1.html
8. J .T. Kiehl & K. E. Trenberth, ”Earth's Annual Mean Global Energy Budget”, National Center of Atmospheric Research, Boulder, 1997. http://www.cgd.ucar.edu/cas/Trenberth/trenberth.papers/KiehlTrenbBAMS97.pdf
9. Sreekumar Thaithara Balan & Ofer Lahav. http://zuserver2.star.ucl.ac.uk/~lahav/exofit.html
10. Exoplanetfitprogram skrevet vha. Google Gemini: https://astro-gym.dk/Tekster
11. Python-programmet: https://www.python.org/downloads/
12. https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/index.html
13. www.southern-astro.com.au/
14. http://www.ls.eso.org/lasilla/sciops/3p6/harps/science.html
15. brucegary.net
16. paulanthonywilson.com
17. www.jwst.nasa.gov
18. https://astro-gym.dk/Geovidenskab
19. https://www.python.org/downloads/
20. https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/index.html

V Solen og andre stjerner



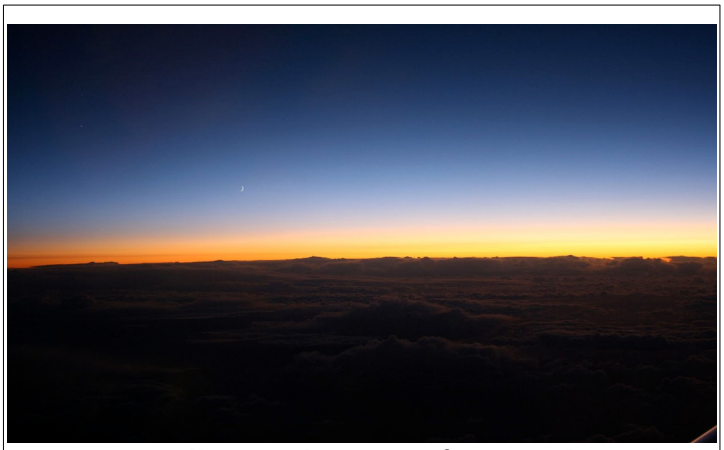
Figur 127. Solen den 9/5-2016. Merkur ses som en lille prik lidt til venstre for midten.

V.1 Introduktion

I dette kapitel skal vi nærmere undersøge hvordan stjerner – især Solen - dannes og udvikler sig over tid.

V.2 Solens lys

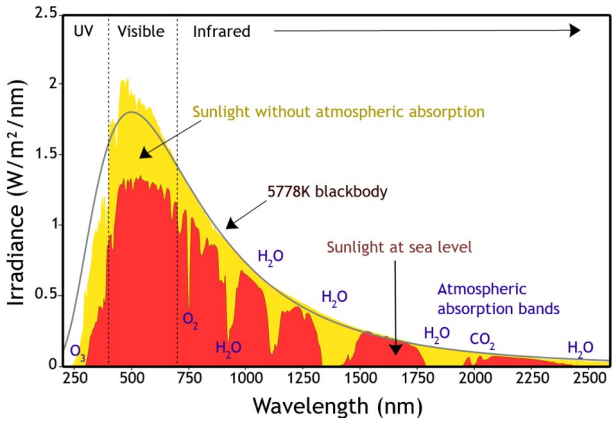
Hvis man betragter Solen på en klar dag, ser den gul ud, men det er faktisk ikke dens rigtige farve. Udenfor atmosfæren ser Solen mere hvid ud end gul. Farveskiftet sker især, fordi farver spredes forskelligt på vejen ned gennem atmosfæren og fordi der sker absorption af visse farver.



Figur 128: Sollys spredes i atmosfæren og det ændrer Solens farve. Kilde: By leehasacamera - Sunset over the cloud. [17]

Blåt lys spredes bedre end lys med længere bølgelængder, og det giver himmelen dens blå farve, men det bidrager også til at farven på den observerede sol ændres. Spredningsfænomenet kaldes *Rayleighspredning*, og det sker uden at fotonerne afleverer energi til atmosfæren. Resultatet af spredningen kan for eksempel ses i figur 128.

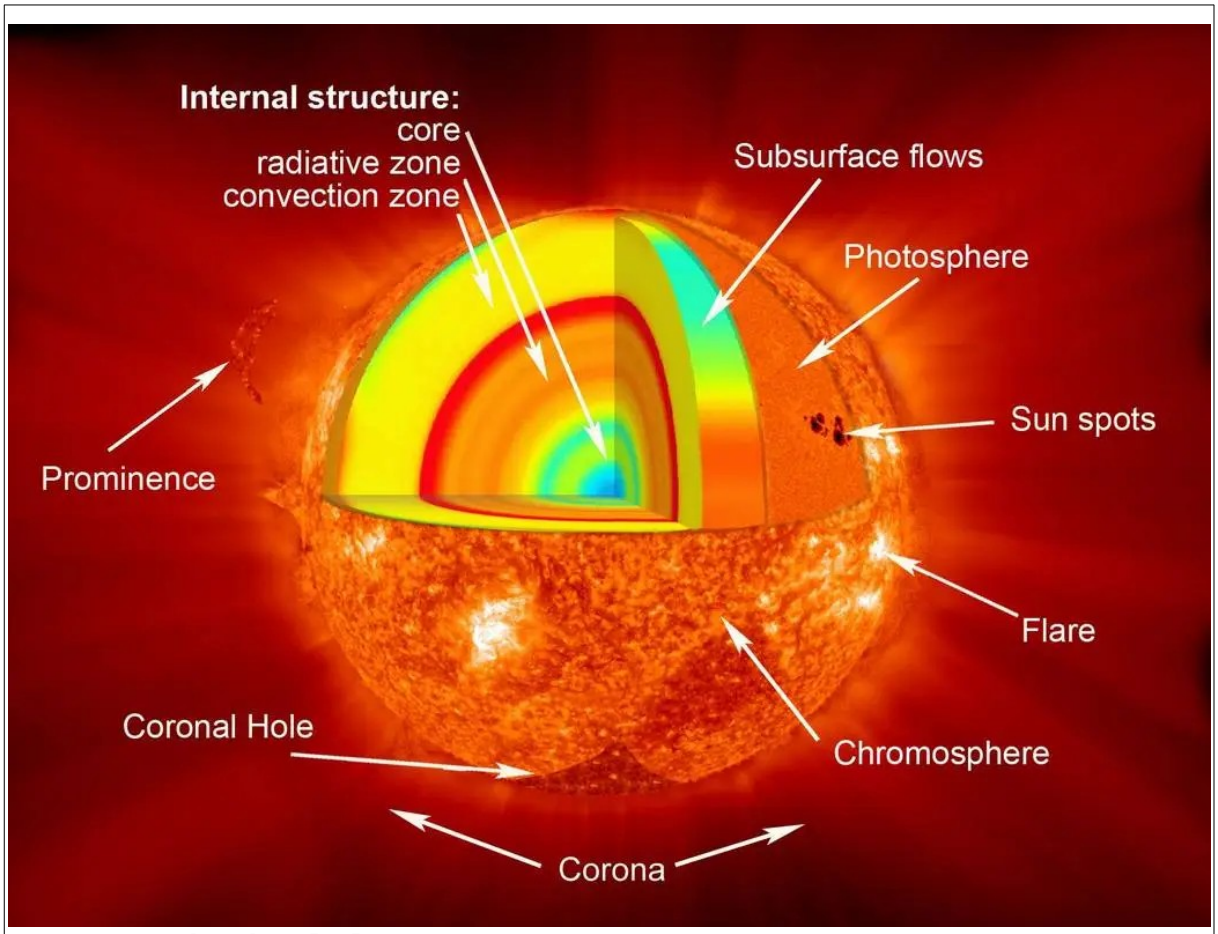
Der sker også absorption af energi i atmosfæren – især i vanddamp, men det bidrager kun ganske lidt til farveskiftet. På figur 129 kan man se, hvordan sollyset er fordelt som funktion af bølgelængde udenfor atmosfæren, og hvordan det ser ud, når det har været igennem atmosfæren. Grafen viser, at der er en generel absorption over hele det synlige spektrum, og så er der megen absorption i det infrarøde område. Derfor bidrager denne effekt kun ganske lidt til rødfarvningen af Solen.



Figur 129: Det røde område på grafen viser, hvad der kommer ned gennem atmosfæren. [18]

V.3 Solens ydre lag

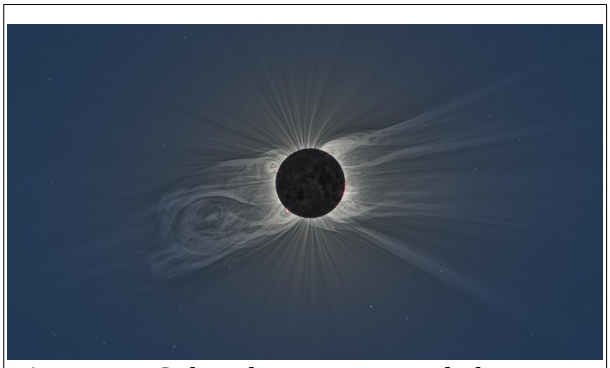
Hvis man betragter/observerer Solen gennem filtre, samt ved formørkelser, bliver det muligt at se de forskellige øverste lag af Solen.



Figur 130: Solens lag. [32]

V.3.1 Koronaen

Koronaen dækker det yderste lag af Solen, og det er et ultratyndt og meget varmt lag, som fra Jorden kun kan ses ved solformørkelser. Koronaens temperatur er omkring 1 MK, hvilket er væsentligt varmere end længere nede i Solen. Vi mener, at det kan være magnetfelter, der transporterer energi op i koronaen og giver den dens høje temperatur. Selvom koronaen er varm, er gassen ganske tynd, så der skal ikke særlig meget energi til at opvarme den til høje temperaturer. Et billede af koronaen kan ses på figur 131.



Figur 131: Solens korona. Bemærk, hvor langt den når ud i rummet. Billedet er optaget i Argentina i 2020 af Andreas Möller. [19]

V.3.2 Kromosfæren

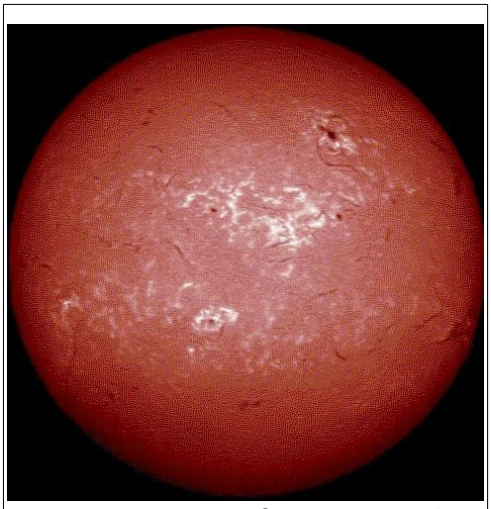
Kromosfæren er som koronaen heller ikke synlig på normal vis, men hvis man sætter et særligt filter foran sit kamera, bliver laget synligt.

Filteret tillader det røde lys tæt på hydrogen α-strålingen at passere. Man kalder spektrallinjen for Hα-linien, og den har bølgelængden 656,3 nm. Dette lys udsendes især fra kromosfæren, og når vi kun måler gennem Hα-filteret, får vi kromosfæren at se. Den er vist i figur 132. Kromosfæren er ca. 3-5000 km tyk, og man kan se forskellige strukturer på kromosfæren. De lyse områder på billedet

viser, hvor Solen har kraftige magnetfelter, og de områder er de samme steder, hvor vi finder solpletter. Andre stjerner har også kromosfærer, men de kan have helt andre tykkelser end Solens.

V.3.3 Fotosfæren

Fotosfæren er det lag, vi kan se med det blotte øje. På forsidebilledet, figur 127, er et billede af Solen taget fra Vejle. Der er anbragt et gråt solfilter foran kameraet for at beskytte øjne og kamera. Hvis man ser nøje efter, er Solen ikke bare en gul overflade – der er også mørke områder, som lidt ligner modermærker. Pletterne kaldes solpletter, der er "kølige" områder i forhold til omgivelserne. Køligt betyder, at pletterne er ca. 2000 K koldere end omgivelserne, som har en temperatur på ca. 5800 K. (På forsidebilledet er en af prikkerne dog planeten Merkur.)



Figur 132: Kromosfæren. Bemærk, at Solen nu viser tydelig struktur. [20]

Det er i fotosfæren, at Solens kontinuerte stråling dannes, og dens intensitetsfordeling kan man se markeret med gult på figur 129. Den kontinuerte stråling kommer, fordi der naturligvis er rigtig meget hydrogen i fotosfæren, og der er også mange frie elektroner. Dermed bliver det muligt at lave ioner af typen H^-. Den ekstra elektron i H^- er ganske løst bundet, (0,75 eV) så det er nemt for fotoner at splitte ionen igen. Processerne, der foregår er vist herunder

$$\begin{aligned} {}^{1}_{1}H^- + \gamma &\rightarrow {}^{1}_{1}H + {}^{0}_{-1}e \\ {}^{1}_{1}H + {}^{0}_{-1}e &\rightarrow {}^{1}_{1}H^- + \gamma \end{aligned} \qquad (75)$$

Første proces ovenfor sker, når en foton ankommende længere nede fra Solen rammer en H^--ion, og den anden proces ovenfor sker, når atomer og elektroner kommer tæt nok på hinanden. Man kalder processen for en *bunden-fri*-reaktion og den nye foton får en vilkårlig ny energi, dvs. man får en kontinuert fordeling af foton-energier.

En fri elektron kan også afbøjes af et H-atom, hvis det kommer for tæt på. Derved dannes også kontinuert *bremsestråling*.

Da fotonenergi er ligefrem proportional med frekvensen af lyset, dannes dermed alle mulige frekvenser, som vi ser af formlen

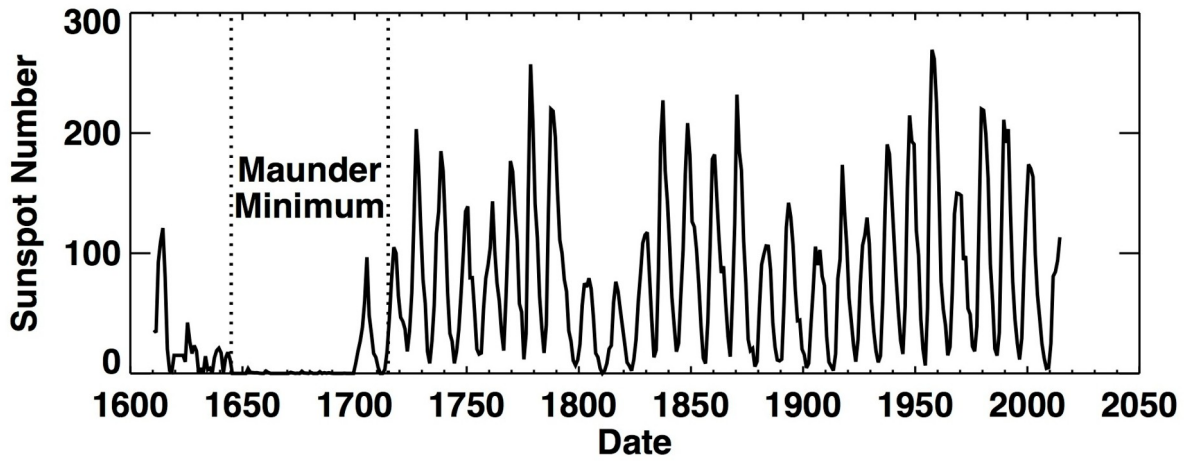
$$E_\gamma = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}, \qquad (76)$$

hvor $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js.

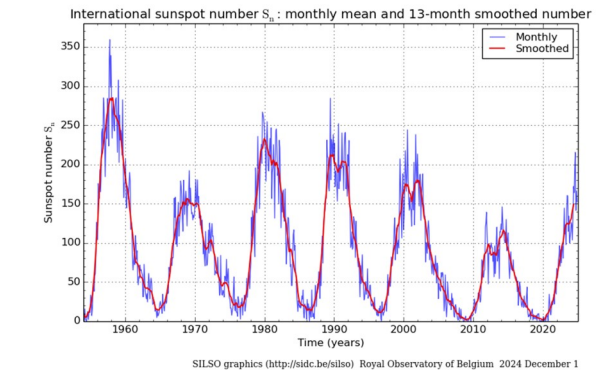
V.3.3.1 Solpletternes betydning for Jorden

Solpletter optræder med forskellige antal over tid, og da man har målt solpletter siden Galilei første gang observerede solpletter, har vi en relativt lang tidsserie over dem. På figurerne 133 og 134 er vist det såkaldte solpletnummer som funktion af tid. Solpletnummeret er defineret ud fra størrelsen og placeringen af solpletter på Solens overflade. Det gøres ved først at tælle det samlede antal solpletter, N_s. Derefter tælles antallet af solpletgrupper, N_{sg}, som ganges med 10. Endelig adderer man de to tal. Dvs.

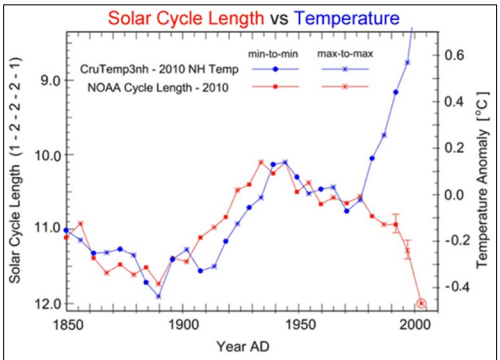
$$N_{solpletnr} = N_s + 10 \cdot N_{sg} \tag{77}$$



Figur 133: Solpletnummeret som funktion af tid. [21]

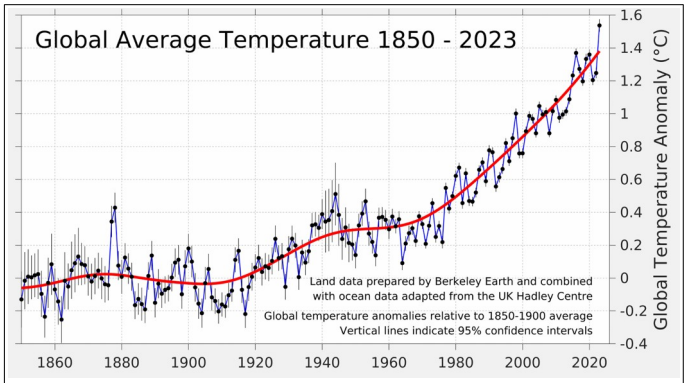


Figur 134: Solpletnummeret de seneste 70 år. [31]



Figur 135: Sammenhæng mellem solpletperioden og temperaturanomalier på Jorden. [22]

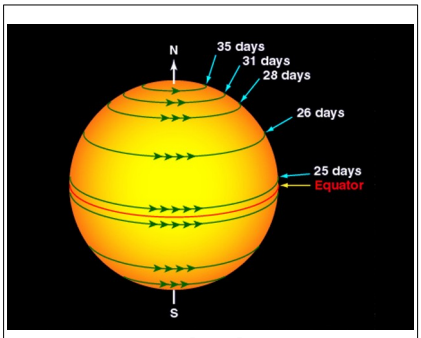
Maksimumtallet varierer med en periode på ca. 11 yr, men der er tidslige variationer fra solpletmaksimum til næste maksimum. Højden af toppene varierer også med perioden. Bemærk at der ved det såkaldte *Maunder-minimum* nærmest ikke blev observeret solpletter. Pudsigt nok faldt denne periode sammen med den lille istid – og derfor er det vel nærliggende at tro, at der er en sammenhæng mellem solpletter og klima.



Figur 136: Jordens middeltemperatur. [23]

På figur 135 er vist en sammenhæng mellem målte temperaturanomalier på Jorden og solpletperioden. Man ser af det sidste målepunkt, at Jordens temperatur skulle falde med flere grader, hvis der er en korrelation mellem de to størrelser, men man kan af figur 136 se, at Jordens temperatur ikke er faldet så meget, så man kan ikke konkludere, at solpletperiode og temperaturanomali hænger entydigt sammen – der kan naturligvis være andre variable i spil, som også har betydning.

Selvom vi måske ikke kan bruge solpletnummeret/perioden til at sige noget om klimaet på Jorden, så kan vi dog bruge billeder af solpletter til at bestemme Solens rotationstid. Det findes der en opgave om i bogen *Astronomiske observationer og eksperimenter*, og opgaven findes også i kilde [24]. Det viser sig, at Solens rotationstid varierer med breddegraden. Ved Solens ækvator er perioden 25,4 dage, mens den er over 35 dage ved polerne. Se figur 137.



Figur 137: Solen har differentialrotation, da den er et gaslegeme. [25]

Denne differentialrotation giver anledning til, at magnetfeltlinjer i Solen vrides som elastikker, og nogle gange kommer de til at stritte ud- og ind i Solen, og det er det, der laver solpletterne.

V.3.3.2 Protuberanser og flares

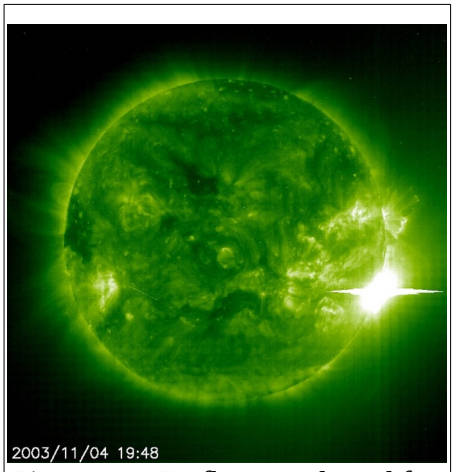
Fra fotosfæren udspringer nogle gange de såkaldte *protuberanser*, som er enorme ringe af ioniseret gas kaldet plasma, der sidder fast i magnetfeltlinjer. Som figur 138 viser, kan de blive ganske store, og med et koronaskop kan man observere dem direkte fra Jorden. Billedet i figuren er dog ikke observeret fra Jorden men fra Solar Dynamics Observatory den 30/11-2010. Billedet er optaget gennem et UV-filter. Sådan en protuberans kan udvikle sig over et tidsrum fra en dag til flere måneder.

Flares udspringer også fra solpletter, men i modsætning til protuberanser falder plasmaet ikke tilbage til Solens overflade. Hvis udbruddet sker i retning mod Jorden vil plasmaet fra flaren ramme Jordens magnetfelt, som flytter partiklerne mod vores to poler. Partiklerne støder sammen med Jordens atmosfære, og kan anslå især nitrogen og oxygen. Når de anslåede atomer henfalder, udsender de synligt lys, som vi kan være heldige at se som nordlys. I vinter/foråret 2025/26 var der ofte nordlys over Danmark, men i andre perioder skal man nordpå for at se det.

På figur 139 ses en flare, der blev udsendt fra Solen den 4/11-2003. Billedet er optaget af SOHO-satellitten i UV-lys omkring 195 nm. På figur 140 er vist et eksempel på sydlys. Grønne farver kommer fra oxygen, røde farver højt oppe i atmosfæren ligeså, mens røde og pink farver langt nede i atmosfæren kommer fra nitrogen.

Solen har flere lag under fotosfæren, og dem vender vi tilbage til i afsnit V.7.

Figur 138: Protuberans, hvis størrelse er meget større end Jordens diameter. [26]



Figur 139: En flare sendes ud fra Solens overflade. [27]

Figur 140: Sydlys set 14/2-2014 fra Christchurch, New Zealand. [28]

V.4 Data for Solen

Foruden afstanden måler man også andre fysiske størrelser for Solen og stjernerne, og vi vil starte med at beskrive, hvad vi har målt for vores egen sol.

Solen er en ganske almindelig stjerne, dvs. der findes milliarder af andre stjerner, der ligner den i kemisk sammensætning, størrelse og udstråling. Solen kaldes også for en *population I*-stjerne. Som navnet antyder, findes der dermed også *population II*-stjerner. Navnene refererer til de kemiske sammensætninger af stjernerne.

Hvis der er et relativt ”højt” indhold af tungere grundstoffer - dvs. grundstoffer tungere end He-4 - kaldes stjernen en population I-stjerne, og hvis indholdet er ”lavt”, kaldes stjernen en population II-stjerne.

Både population I- & II-stjerner er primært dannet af brint (*H*) og helium (*He*). Derudover er der i population I-stjerner også en lille mængde tungere grundstoffer. Dvs. population I-stjerner må være dannet af resterne af population II-stjerner. (Man antager, at det eneste sted, de tungere grundstoffer kan blive dannet, er i stjerner, i supernovaeksplosioner og når neutronstjerner kolliderer.)
Der er i population I-stjerner ca. 73 % brint, 25 % helium og under 2 % af tungere grundstoffer. [29] I population II-stjerner er der ca. 74% brint og 26 % helium. Der er dog variationer mellem de enkelte stjerner. De ovenstående procenter er vægtprocenter, og efterhånden som stjerner ældes, ændres procentsatserne ovenfor.

Oftest angiver man det relative (masse)indhold af brint ved bogstavet, X, indholdet af helium ved bogstavet, Y, og indholdet af tungere grundstoffer ved bogstavet, Z, dvs.

$$X+Y+Z=1 \tag{78}$$

Tabel 15 angiver forskellige data for Solen. Betydningen af de forskellige tal vil blive gennemgået i den følgende tekst.

Tabel 15: Tabel over data for Solen. [1, p. 232.]

Solens radius.	R	$6{,}9599\cdot10^{8}$ m
Solens masse.	M	$1{,}989\cdot10^{30}$ kg
Solens luminositet. Solens effektive tmperatur	L T	$3{,}846\cdot10^{26}$ W 5770 K
Tilsyneladende størrelsesklasse i V-båndet.	V	-26,74
Tilsyneladende størrelsesklasse i B-båndet.	B	-26,09
Tilsyneladende størrelsesklasse i U-båndet.	U	-25,96
Bolometrisk*) størrelsesklasse.	M_{bol}	-26,82
Absolutte størrelsesklasse i V-båndet.	M_V	4,83
Absolutte størrelsesklasse i B-båndet.	M_B	5,48
Absolutte størrelsesklasse i U-båndet.	M_U	5,61
Absolutte bolometriske størrelsesklasse.	M_{bol}	4,75
Spektral type.		G2V
Middelafstand fra Jorden.	1 AU	$1{,}496\cdot10^{11}$ m

*) Bolometrisk størrelsesklasse betyder den totale størrelsesklasse målt uden filtre af nogen art.

V.4.1 Solens overfladetemperatur og radius

I kapitlet *Observationer i astronomi* blev Stefan-Boltzmanns- og Wiens love præsenteret, og dem kan vi bruge til at forstå nogle af tallene i tabel 15. Afstandskvadratloven er også gennemgået i kapitlet og endda omtalt i fysik C, og den vil vi også bruge her.

Betragt figur 141. På grafen er forsøgt aflæst toppunktet, og man kan se, at bølgelængden er λ_{max} = 553 nm. Atmosfæren har slugt en del af spektret, så derfor er aflæsningen lidt usikker. Ved brug af Wiens lov får vi, at Solens effektive temperatur er

$$T=\frac{0{,}0029\ \mathrm{K\cdot m}}{553\cdot10^{-9}\ \mathrm{m}}=5{,}24\ \mathrm{kK} \tag{79}$$

Vi kan med et pyranometer måle Solens indstråling på Jordoverfladen flere gange i løbet af en solskinsdag, og derefter kan vi regne os frem til indstrålingsfluxen udenfor atmosfæren, som kaldes for solarkonstanten. Se evt. en opgave om det i bogen *Astronomiske observationer og eksperimenter.*

Det viser sig, at solarkonstanten er F = 1368 W/m^2. Andre observationer giver os den astronomiske enhed, som også er anført i tabellen. Når vi nu ved, hvor stor fluxen er i Jordens afstand, så kan vi ved hjælp af afstandskvadratloven beregne Solens absolutte luminositet til

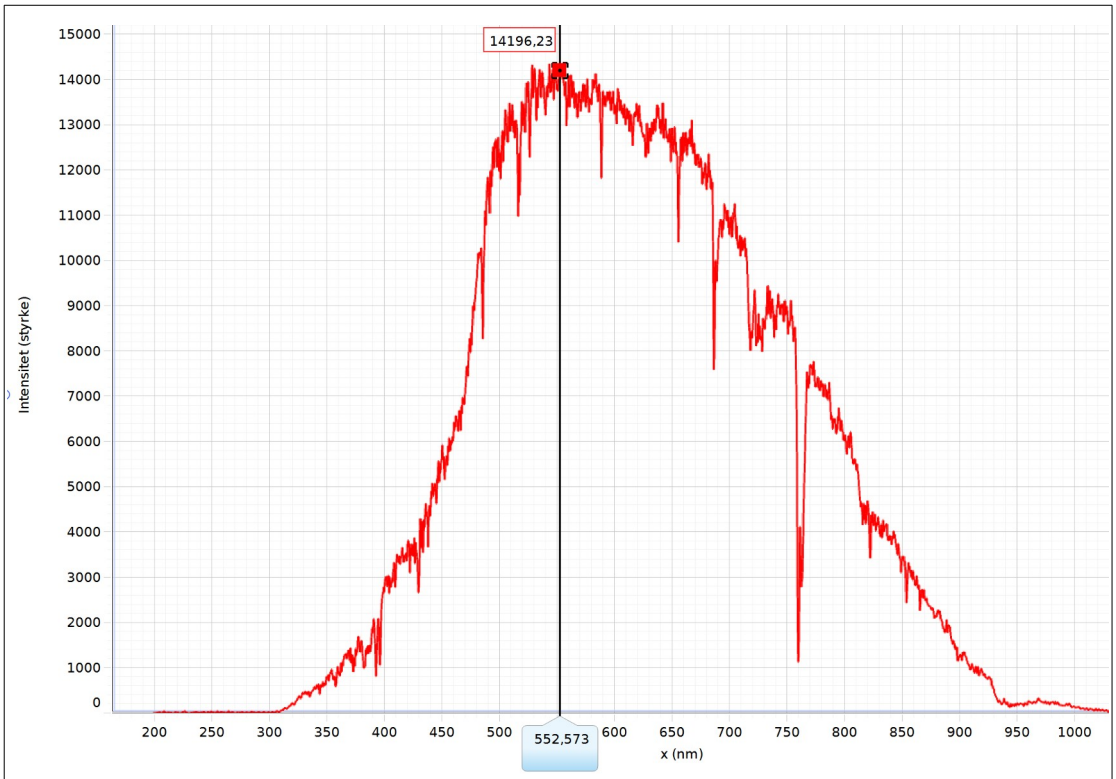
$$L=4\cdot\pi\cdot\left(1{,}496\cdot10^{11}\,\mathrm{m}\right)^2\cdot F_{sol}=3{,}846\cdot10^{26}\ \mathrm{W}\,.$$

Endelig kan vi bruge Stefan-Boltzmanns lov til at beregne Solens radius

$$L=4\cdot\pi\cdot R^2\cdot\sigma\cdot T^4\Leftrightarrow R=\sqrt{\frac{L}{4\cdot\pi\cdot\sigma\cdot T^4}}=\sqrt{\frac{3{,}8\cdot10^{26}\ \mathrm{W}}{4\cdot\pi\cdot\sigma\cdot\left(5{,}2\cdot10^{3}\ \mathrm{K}\right)^4}}=8{,}5\cdot10^{8}\ \mathrm{m}$$

Denne radius er lidt for stor i forhold til tabelværdien ovenfor, så den skal du ikke bruge i fremtidige beregninger, men eksemplet viser, hvordan man ved hjælp af en blanding af observationer og teori finder frem til Solens- og andre stjerners egenskaber. Man ser også af eksemplet, at hvis én størrelse

bliver usikkert bestemt, så kan det give forkerte resultater andre steder – i vores eksempel opstod problemet ved aflæsningen af toppunktet på figur 141.



Figur 141. Solspektrum målt fra Vejle.

V.5 Stjerneinddeling

For at kunne forstå stjerner, er det nødvendigt at inddele dem i nogle passende typer. De typer gennemgås herunder.

V.5.1 Spektraltyper

I tabel 15 er Solens spektraltype nævnt. Spektraltyper omtalte vi kort i kapitlet *Observationer i astronomi*. En stjernes spektraltype fortæller hvor varm en stjerne er og dermed hvilken farve, den lyser med. Stjerner, der har samme spektraltype vil også opføre sig på nogenlunde samme måde, hvis de befinder sig på den såkaldte *hovedserie* i et HR-diagram. Læs om hovedserien i afsnit V.6.

Så hvis man kan få sorteret stjernerne i spektraltyper, er det nemmere at forstå, hvad der foregår i dem.

Figur 142: En skare af mennesker, der skal studeres. [2]

Læseren kan overveje et analogt eksempel på problemstillingen – nemlig observationer af mennesker. Betragt figur 142.

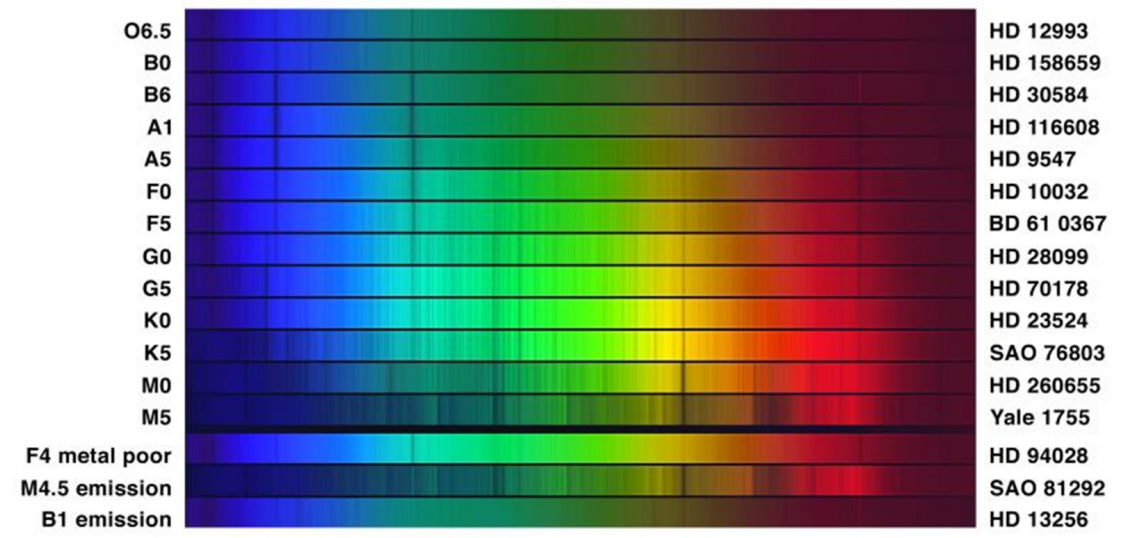
I første omgang ser man et virvar af mennesker, og det forekommer svært at sortere dem på en passende måde, indtil man indser, at der er to hovedgrupper (han og hun) og så er resten af menneskene bare forskellige alderstrin indenfor hovedgrupperne.

Noget tilsvarende oplever en skovfoged, der skal rapportere antallet af træarter i en skov. Hvis skovfogeden ved hvordan et ungt eller gammelt egetræ ser ud, er det nemmere at udføre opgaven end, hvis hvert eneste træ skal registreres separat.

I figur 143 ser man eksempler på stjerners spektre. Bemærk at absorptionslinjerne har forskellige styrker i de forskellige spektre, og at alle linjer ikke optræder i alle spektrene.

I venstre kolonne er anført spektraltypenavne, og i højre kolonne er navnene på de observerede stjerner anført. Spektraltypenavnene virker ikke særligt logisk opbyggede, og det har historiske årsager.

Oprindeligt startede man med kalde stjerner med rigtigt kraftige hydrogen-linjer for A-stjerner, dernæst kom B-stjerner osv. Men efter en del års arbejde med spektrene, opdagede man, at mange af spektraltyperne var ret ens. Derfor smed man mange typer væk, og man endte op med 7 tilbageværende spektraltyper, nemlig *A, B, F, G, K, M, O*. Senere viste det sig, at der var en stærk sammenhæng mellem overfladetemperatur og spektraltype, og så blev rækkefølgen ændret, så man starter med de varmeste stjerner og slutter med de koldeste. Rækkefølgen er



Figur 143: Eksempler på stjernespektre. [3]

O, B, A, F, G, K, M.

Hvis læseren har svært ved at huske ovenstående rækkefølge, så kan man for eksempel erindre sig følgende mnemotekniske sætning

Oh Be A Fine Girl/Guy, Kiss Me.

Foruden ovenstående bogstavinddeling underinddeles hver enkelt spektraltype i 10 underklasser; f.eks. betyder *G*5, at stjernen tilhører spektraltype, *G*, og at den ligger i 6. undergruppe. (Man starter fra 0.) Figur 143 viser eksempler på de 7 forskellige spektraltyper og tabel 17 uddyber forskellene på de enkelte spektre.

V.5.2 Luminositetsklasser

Endelig angives ofte et romertal ved angivelsen af spektraltypen. F.eks. er Solens spektraltype *G2V. V* betyder, at stjernen ligger på hovedserien, som bliver nærmere forklaret senere. Der findes også betegnelserne *I, II, III, IV* samt *VI*. Hvis romertallet er lille, lyser stjernen meget kraftigt, og hvis romertallet er stort, lyser stjernen svagt i forhold til andre stjerner af samme spektraltype. Solen lyser altså ret svagt i forhold til andre stjerner med samme spektraltype. Se tabel 16 for en liste over, hvad romertallene betyder.

I kapitlet *Observationer i astronomi*, blev farveindekser gennemgået. Vi så, at vi kan måle f. eks. *B-V*- eller *U-B*-indekserne, og så kunne vi anvende en kalibreringsgraf til at bestemme både temperatur og spektraltype for en stjerne.

Hvis man vil have mere nøjagtige resultater, er der ingen anden vej end at opmåle spektre for stjernerne, og så møjsommeligt analysere styrken og formen af spektrallinjerne. Eller man kunne skrive et passende computerprogram, der kunne løse opgaven for en.

Tabel 16: Luminositetsklassernes navne. [1]

Ia	Lysstærke supergiganter.
Ib	Mindre lysstærke supergiganter.
II	Lyse giganter.
III	Almindelige giganter.
IV	Subgiganter.
V	Dværge. (Hovedseriestjerner.)
VI	Subdværge.

Tabel 17: Spektraltyper og spektrallinjernes udseende. [1]

O	Varme stjerner; meget lys i UV-området. HeII*)-absorptionslinier, linjer fra stærkt ioniserede atomer. Svage H-linier. $T_{eff} > 25000$ K.
B	HeI-linjer for *B0-B2*; ingen HeII efter *B0*; H-linjer ved omtrent *B5-B9*. 12000 K < T_{eff} < 30000 K.
A	H-linjer maksimale ved *A0*; CaII-linjer forstærkes her; svage neutrale metallinjer opstår. 7500K < T_{eff} < 11000K.
F	H-linjer bliver svagere her; CaII bliver endnu stærkere; metal-linjer øges i styrke. (Både ioniserede og neutrale linier.) 6000 K < T_{eff} < 7500 K.
G	CaII (H- og K-skals linjer) bliver kraftige; ligeså Fe og andre metal-linjer; H-linier meget svage; CH-bånd opstår. 5000 K < T_{eff} < 6500 K.
K	Metal-linjer dominerer; kontinuum bliver svag i det blå område; molekylebånd bliver stærke. (CN, CH.) 3500 K < T_{eff} < 5000 K.
M	TiO-bånd dominerer; Stærke neutrale metal-linjer. T_{eff} < 3500 K.

*) HeI betyder neutral helium, HeII betyder enkelt-ioniseret helium osv.

V.5.2.1 Øvelse – Solens spektraltype

Tabel 15 viser størrelsesklasserne i *U*-, *B*- og *V*-båndene for Solen.

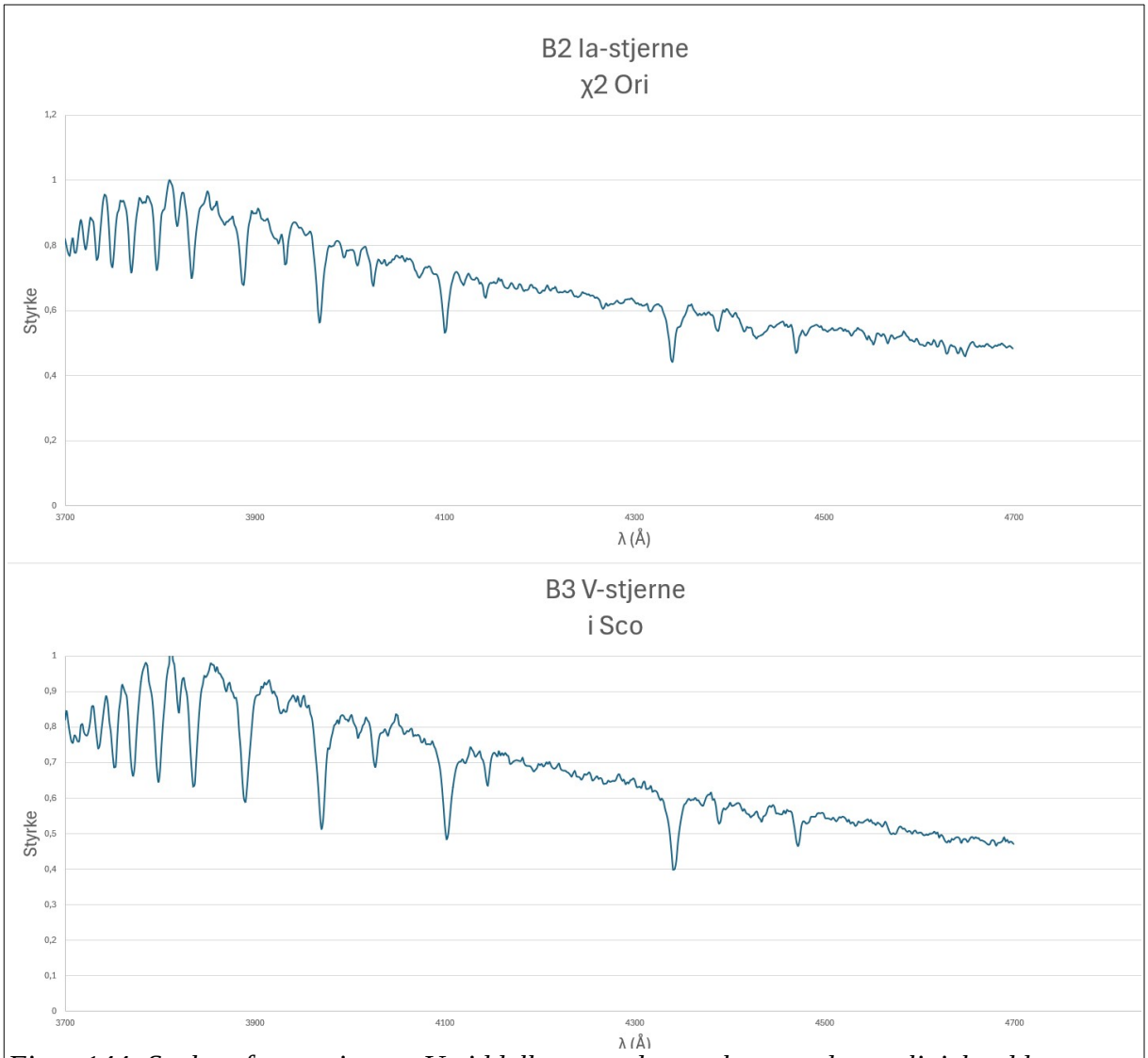
a) Beregn farveindekserne *U-B* samt *B-V*.
b) Benyt figur 96, 97, og 101 til at finde spektraltypen for Solen og dens temperatur. Sammenlign med angivelserne i tabel 15.

-o-

V.5.3 Bestemmelse af luminositetsklassen for en stjerne

Som vi lige har set, kan størrelsesklasser bestemt i forskellige frekvensbånd for en stjerne, bruges til at bestemme en stjernes spektraltype. Men vi er jo også interesserede i at vide, om stjernen er en kæmpestjerne eller en dværgstjerne. Det kan man finde ud af ved at undersøge nogle spektrallinjer for en stjerne.

Betragt figur 144. De to stjerner, hvis spektre er målt, har næsten samme temperatur, og man ser også, at spektrene umiddelbart ligner hinanden ganske meget.



Figur 144: Spektre fra to stjerner. Umiddelbart ser de ganske ens ud, men linjebredderne afslører luminositetsklasserne.

Men hvis man zoomer ind på de enkelte absorptionslinjer, ser man en forskel. Betragt figur 145. Her ser man, at linjebredden for dværgstjernen er meget bredere end linjebredden for kæmpestjernen. (Læseren kan jo måle bredden for et par selvvalgte linjer i hvert spektrum og derefter sammenligne bredderne.)

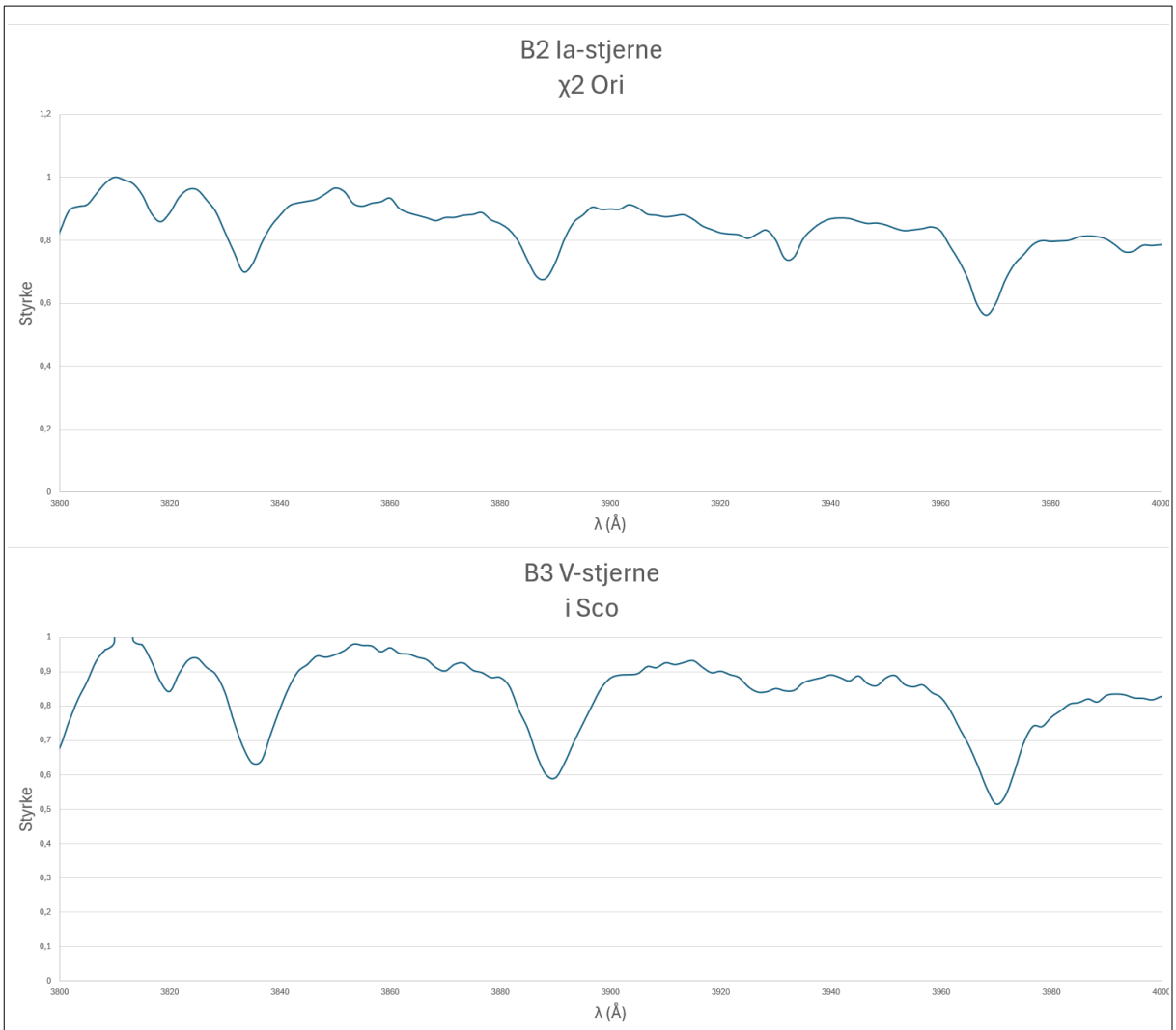
Det skyldes især, at jo mindre radius en stjerne har, des større chance er der for at gasser støder sammen. Det viser sig, at spektrallinjerne bliver bredt ud, og ved at analysere formen på spektrallinjerne, kan astronomen afgøre densiteten af atmosfæren og tyngdeaccelerationen på stjernens overflade. Tyngdeacceleration er jo

$$g=\frac{G\cdot M}{R^2} \tag{80}$$

Så det bliver muligt at finde ud af stjernens radius i forhold til dens masse. Altså kan man bestemme om det er en kæmpestjerne eller ej.

Tilsvarende har de enkelte gasatomer en fart, der afhænger af gassens temperatur, og det giver også anledning til en forbredning af linjerne. Så her er endnu en mulighed for at bestemme stjernens temperatur.

Når gasserne i en stjernes atmosfære deltager i stjernens rotation, bliver spektrallinjerne også dopplerforskudte. Fænomenet kaldes for *rotationsforbredning*. Det er en effekt, der er lille for en stjerne, som Solen, men den kan måles for nogle stjerner. Der introduceres dog et problem fordi, vi ikke altid observerer stjerner langs deres ækvator. Stjernernes rotationsakser peger jo i alle mulige retninger set fra os, og derfor ændres Dopplerloven, som omtalt herunder.



Figur 145: Samme spektre som i foregående figur, men nu er der zoomet ind på nogle enkelte linjer.

Formlen for dopplerforskydning (58) har vi tidligere set, og hvis vi tager højde for, at vi observerer en stjerne med en vis vinkel *i*, ift. himmelbaggrunden justeres formlen til

$$v_{rot} \cdot \cos(i) = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} \cdot c \qquad (81)$$

Hvis rotationsaksen peger mod observatøren, dvs. i = 90º, bliver linjerne ikke forskudte pga. stjernens rotation, men hvis i = 0º, så observerer man den fulde effekt af rotationen.

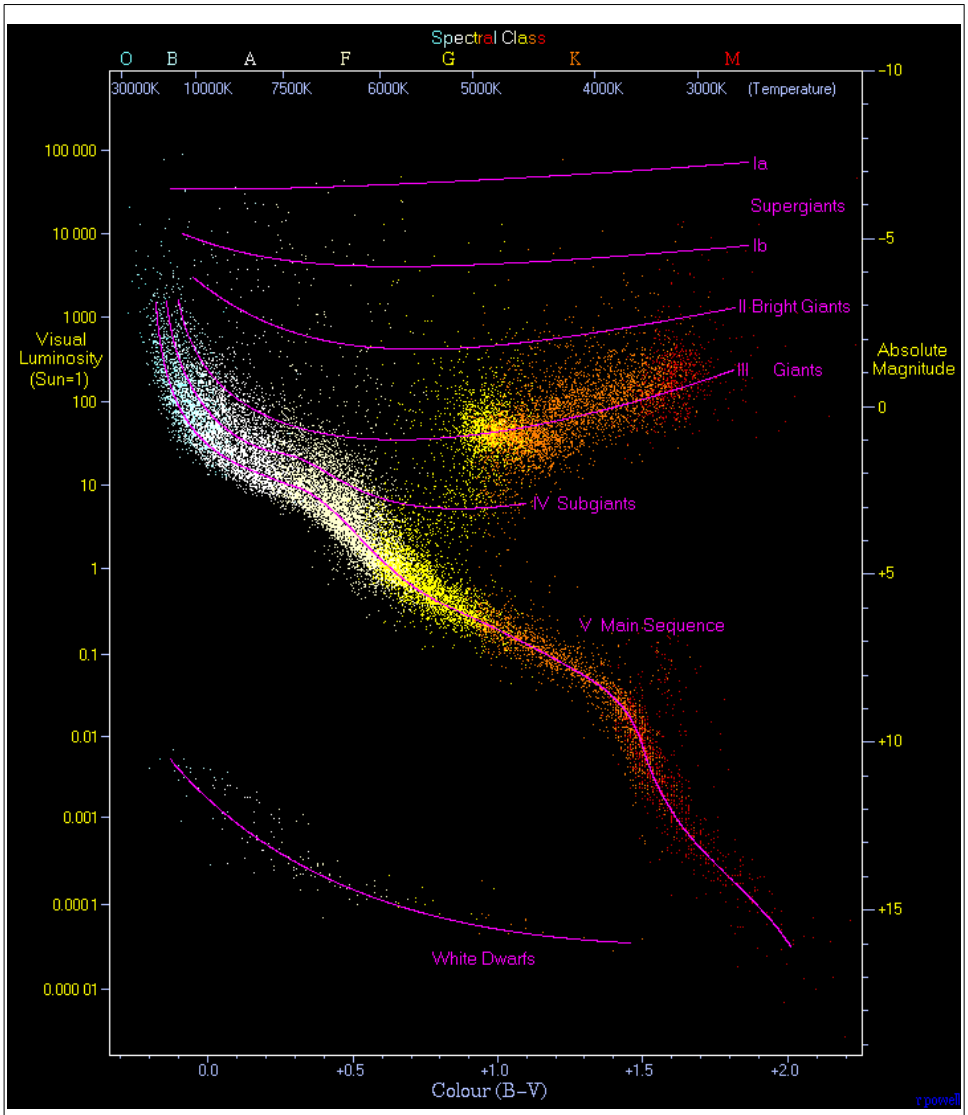
Vi har nu set, at det for en astronom er muligt at bestemme en stjernes spektraltype samt luminositetsklasse ud fra størrelsesklassemålinger og undersøgelse af spektre. Vi har også set på metoder til at bestemme stjerners absolutte luminositet og radius.

Det næste trin er så at finde ud af, hvad der foregår dybt inde i stjerners indre.

Figur 146: Juvelboksen. Kilde: ESO.

V.6 HR-diagrammet

Den danske astronom Ejnar Hertzsprung afbilledede i 1911 en stjernehobs tilsyneladende størrelsesklasser, *m*, som funktion af deres spektraltype. Uafhængigt af ham lavede den amerikanske astronom Henry Norris Russell noget lignende. Russell tegnede den absolutte størrelsesklasse, *M*, som funktion af spektraltypen, og begge astronomer opdagede det samme. Der var et bestemt mønster, som kunne bruges til at lære nyt om stjernerne. I dag definerer man et *Hertzsprung-Russell* diagram (HR-diagram i daglig tale) som en graf, hvor man plotter en variabel, der beskriver stjernens lysstyrke mod en variabel, der beskriver stjernens temperatur, *T*. F. eks. kan 1.-aksen være temperatur, spektraltype eller farveindex og 2.-aksen kan være absolut/tilsyneladende størrelsesklasse eller luminositet.



Figur 147: Hertzsprung-Russell diagram over 22000 stjerner i Solens omegn, som Hipparcos-satellitten har målt samt 1000 lyssvage stjerner fra Gliese Catalog of Nearby Stars. [4]

Figur 147 viser et HR-diagram for stjerner i Solens omegn. Man ser, at stjernerne er arrangeret nogenlunde pænt i forskellige bånd. Jo højere op ad 2. aksen en stjerne er placeret, des kraftigere lyser den. Jo større farveindeks på 1. aksen, des koldere er stjernen. Dvs. temperaturen stiger mod venstre på 1. aksen. Det er normalt, at man laver grafen på den måde. Hvis man vil beregne

temperaturerne ud fra farveindekserne, kan man aflæse på figur 101, eller man kan indtaste i Ballesteros' formel [5]

$$T = 4600\ \mathrm{K} \cdot \left(\frac{1}{0{,}92 \cdot (B-V) + 1{,}7} + \frac{1}{0{,}92 \cdot (B-V) + 0{,}62} \right) \tag{82}$$

HR-diagrammet ovenfor er vist for stjerner, der tilfældigvis er tæt på Solen. Hvis man opmåler tilsvarende diagrammer for stjerner, der er anbragt i stjernehobe, så optræder et tilsvarende mønster. Man må formode, at en stjernehob er dannet af den samme gassky, så stjernerne i hoben er ved deres dannelse, kemisk set, ret ens – det er kun deres masser, der varierer. Dvs. der er én parameter i stjernerne, der bestemmer, hvor de ender i HR-diagrammet. Derfor er HR-diagrammer gode redskaber til at undersøge teoretiske modeller for stjerners udvikling; modeller, vi ikke vil komme nærmere ind på her. Disse modeller forudsiger, hvordan HR-diagrammerne skal se ud til forskellige tidspunkter, og ved at sammenligne modellerne med de observerede HR-diagrammer, kan man kontrollere, om modellerne passer. (Hvis modellens parametre kan afpasses sådan, at modellen reproducerer det observerede, kan modellen bruges til at forklare HR-diagrammets struktur.) Det er sådan, vi har fundet ud af, hvordan et HR-diagram skal fortolkes.

Lad os allerførst lave en overordnet betragtning af figur 147. Det lange bånd, som er angivet med betegnelsen *Main sequence* er den fase af stjernens liv, hvor der foregår brintfusion i stjernernes kerner. Jo større stjernemasse, desto kraftigere lyser den, og jo længere oppe ad 2. aksen ligger den på hovedserien. Solen er som bekendt en *G2V*-stjerne med en absolut størrelsesklasse på M = 4,75; dvs. den ligger i midten af hovedserien, og den flytter sig kun ganske lidt på hovedserien i de år, hvor der fusioneres hydrogen.

Når brinten i en stjernes indre er brugt op, udvider stjernen sig og bliver til en kæmpestjerne. Ergo får den, ifølge Stefan-Boltzmanns lov, en høj luminositet, fordi dens radius er vokset, dvs. den absolutte størrelsesklasse bliver lille. (Selvom dens temperatur falder, stiger radius så meget, at den alligevel lyser kraftigere end før.)

Der findes primært 'kølige' (røde) kæmpestjerner, dvs. deres spektraltyper er *G*, *K* og *M*. Derfor må stjernerne, der ligger allerøverst til højre i HR-diagrammet, være store og røde. I HR-diagrammet er (super-sub)giganterne betegnet med romertallene *Ia*, *Ib*, *II*, *III*, *IV*. Betegnelserne er nærmere beskrevet i tabel 16.

Længst nede til venstre findes en serie meget varme stjerner. (Sammenlign deres spektraltype med tabel 16.) Deres absolutte størrelsesklasse er dog ganske stor, hvilket vidner om en lav luminositet. Ifølge Stefan-Boltzmanns lov må det betyde, at deres radier er meget små. Derfor kaldes de hvide dværge. (Hvide, fordi varme stjerner lyser blå-hvidt.)

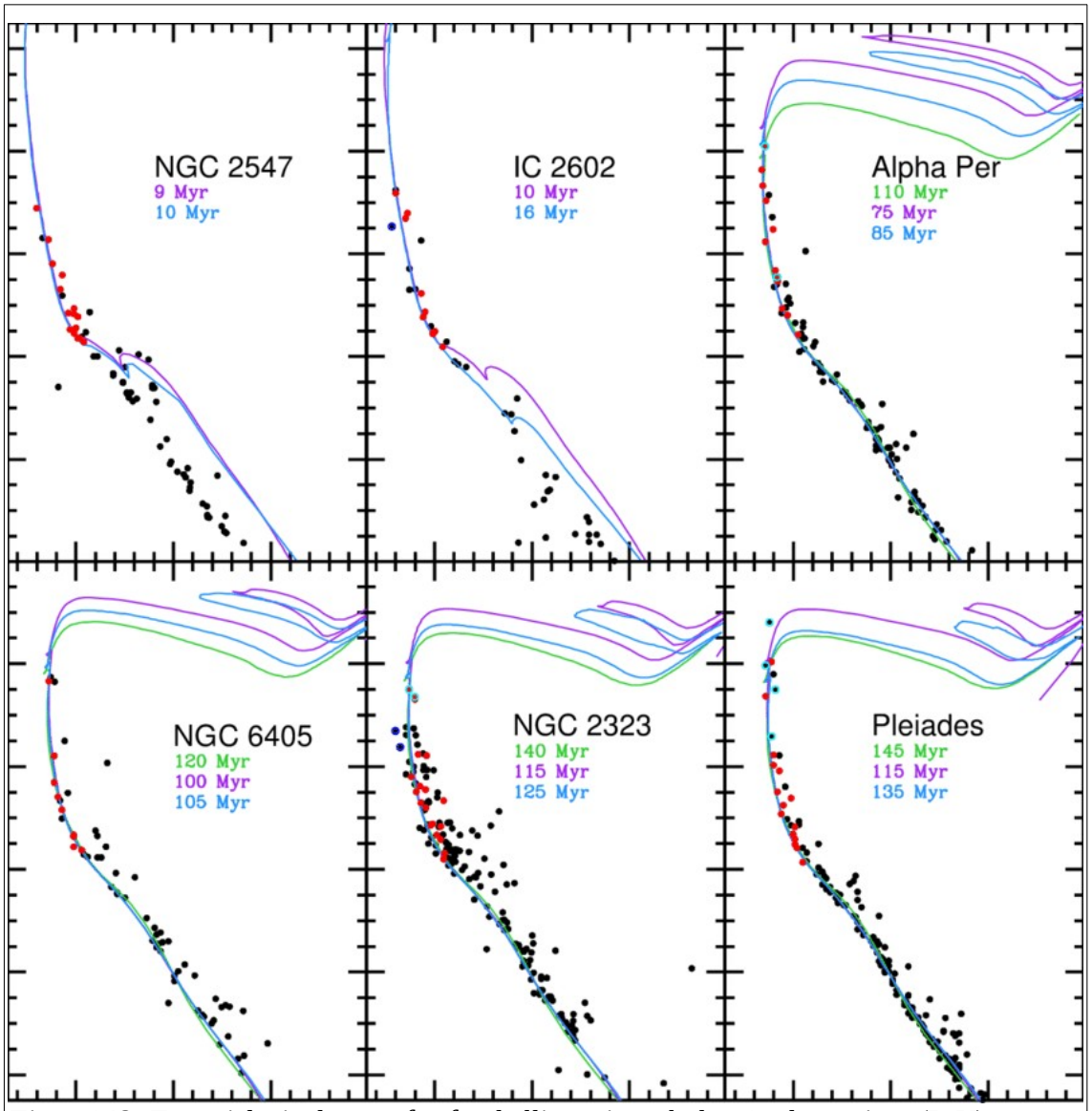
Betragt figur 148. Her har man sammenlignet teoretiske beregninger med observationer. Dvs. HR-diagrammer kan, som tidligere nævnt, bruges til at bekræfte teoretiske modellers duelighed, og samtidig kan alderen af hobe bestemmes. I bogen *Astronomiske observationer og eksperimenter* er der en opgave, hvor du selv kan datere en stjernehob.

Ydermere giver HR-diagrammer et klart indblik i hvordan stjernernes luminositetsfordeling er i en hob.

Vi sprang ovenfor let henover de modeller, astronomer bruger, når de vil beregne stjerners udvikling. Det skyldes, at de er vanskelige at arbejde med, eftersom de kun kan løses numerisk. *Numerisk* betyder

løsning af koblede differentialligninger, og at man skal bruge kraftige computere til at beregne resultaterne af modellerne.

Dog er nogle af de kerneprocesser, som kan forklare energiproduktionen i en stjerne lettere at arbejde med, så dem vil vi se nærmere på i det følgende.



Figur 148: Teoretiske isokroner for forskellige stjernehobe. 1. aksen viser (B-V) og 2. aksen viser M. (M falder op ad 2. aksen.) Kurverne viser tilpasninger til hobenes aldre. [6]

V.7 Kerneprocesser i Stjerners indre

Det har ikke altid været klart, hvad der er grunden til, at stjerner kan udstråle energi. I dag er vi af den overbevisning, at energidannelsen kommer fra fusionsprocesser i stjernernes indre. Disse fusionsprocesser forekommer kun, hvis der er meget varmt i stjerners kerner - typisk nogle millioner kelvin.

V.7.1 Temperaturen i Solens indre

Hvis temperaturen skal være millioner af grader, bare for at kerneprocesserne kan gå i gang, må der jo være en *anden* proces, der først og fremmest har varmet kernen op. I kapitlet *Solsystemet og livsbetingelser* er gennemgået, hvordan stjerner dannes: En nebula trækker sig sammen pga. gravitationelle kræfter, og i midten af det dannede stjernesystem opstår en nylavet stjerne - en *protostjerne.* Når gasserne i protostjernen trækker sig sammen, taber den potentiel energi. Energien omdannes hhv. til kinetisk energi af atomerne i gassen samt til stråling. (Protostjernens energi er altså naturligvis ikke bevaret.)

Man kan regne på problemet og finde ud af, hvor varm en protostjerne kan blive. Beregningerne vil vi udelade her, men interesserede kan jo vende tilbage til dem ifm. med en SRP-opgave. Her vil vi nøjes med at erkende, at når man presser en gas sammen, opvarmes den. Det kender læseren sikkert fra cykelpumpning. Pumpen bliver varm efterhånden, som man pumper hjulene op.

Man kan udlede en formel for et overslag over stjernens indre temperatur til

$$T \approx \frac{\mu \cdot m_u \cdot G \cdot M}{k \cdot R}, \tag{83}$$

hvor μm_u er gassens gennemsnitlige molekylemasse, G er gravitationskonstanten, M er protostjernens masse, k er Boltzmanns konstant og R er stjernens radius.

V.7.1.1 Eksempel protostjernes indre temperatur

En stjerne på en solmasse og Solens radius har ved dannelsen de relative grundstofprocenter på, X = 0,685, Y = 0,31 og Z = 0,015. Det kan man omregne til en middelmolekylemasse på μm_u = 0,632 u. Vi kan finde resten af tallene i tabel 15, og ved indsættelse får vi

$$T \approx \frac{\mu \cdot m_u \cdot G \cdot M}{k \cdot R} = \frac{0{,}632\ \text{u} \cdot 6{,}674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^4} \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\ \text{kg}}{1{,}381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 6{,}96 \cdot 10^{8}\ \text{m}} = 14 \cdot 10^{6}\ \text{K}$$

Der bliver altså faktisk ganske varmt i de inderste dele af Solen. Mere grundige beregninger giver temperaturer i intervallet 10-20 MK, så overslaget ramte faktisk meget godt.

-o-

Umiddelbart kunne man tro, at sammentrækningen af stjerner var den primære energikilde for stjernen, men beregninger viser, at en stjerne som Solen kun ville kunne skinne med dens nuværende lysstyrke i omkring 1 million år. Da geologiske undersøgelser af Jorden og meteoritter

viser, at Solen har skinnet med cirka sin nuværende lysstyrke i milliarder af år, må det nødvendigvis være noget andet, der leverer energien – og det viser sig at være kerneprocesser.

De kerneprocesser, der antages at være vigtige i stjerner blev i 1938 foreslået af fysikerne Bethe, von Weizsäcker og Critchfield. Fusionsprocesserne kræver omkring en halv milliard kelvin (se opgave V.10.1) for at kunne forløbe, hvis man regner klassisk, og udregningen ovenfor viste, at temperaturen kun er nogle millioner grader, så processerne 'burde', klassisk set, ikke forekomme. Grunden til, at de *kan* forekomme, skyldes en kvantemekanisk effekt, som kaldes *tunneling*.

Tunneling går groft sagt ud på, at et atom med en lille sandsynlighed kan få lov at 'låne' noget energi (af naturen), bare det sker over et meget lille tidsrum. Så længe produktet af usikkerheden på den lånte energimængde, dE, og usikkerheden på lånetidsrummet, dt, overholder uligheden $dE \cdot dt < h/4\pi$, brydes ingen naturlove. (Produktet genkendes måske som en af Heisenbergs usikkerhedsrelationer.) Denne regel ser vi også i anvendelse kapitlet *Sorte huller*.

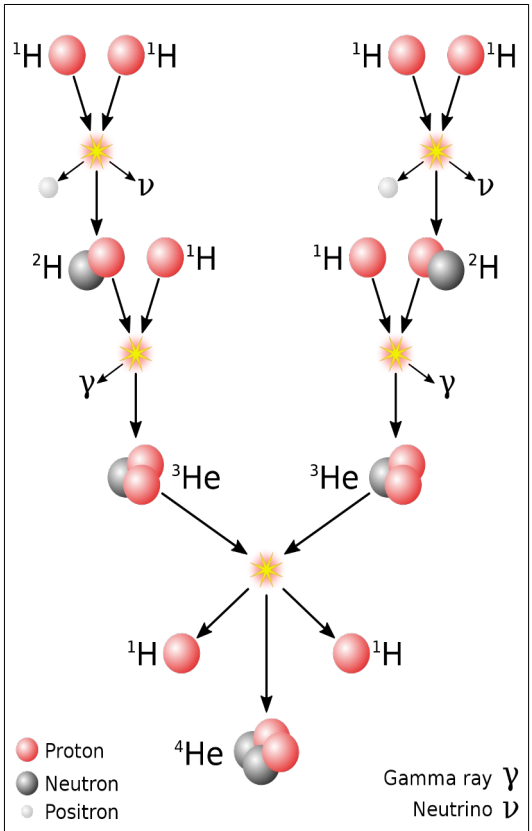
Så selvom den kinetiske energi af 2 atomkerner, klassisk set, er alt for lille til, at de kan gennembryde den elektriske frastødning på normal vis, kan atomerne 'låne' noget energi og så alligevel gennembryde den gensidige elektriske frastødning. Processerne kan dermed godt foregå, men reaktions-sandsynligheden er lille. (Partiklerne skal låne en stor energi, dvs. det mulige tidsrum, de kan låne energien i er meget lille.) Derfor tager det (heldigvis for os) lang tid for stjernen at fusionere sin hydrogen. Hvis læseren undrer sig over, at man tilsyneladende kan bryde energibevarelse, så længe tidsrummet er kort nok, så kan han/hun glæde sig til et kursus i kvantemekanik, hvor mange dagligdagsforestillinger bliver skudt helt i sænk.

V.7.2 pp-processerne

De første kerneprocesser, vi vil omtale, kaldes for pp-processerne. Det er en forkortelse for proton-proton-processer, altså brintkerner der fusionerer. Reaktionsskemaerne for pp-I processerne ses nedenfor

$$\begin{aligned} {}^1_1H + {}^1_1H &\rightarrow {}^2_1H + {}^0_1e + \nu_e \\ {}^2_1H + {}^1_1H &\rightarrow {}^3_2He + \gamma \\ {}^3_2He + {}^3_2He &\rightarrow {}^4_2He + 2\cdot{}^1_1H \end{aligned} \qquad (84)$$

Ovenfor er e en positron og ν_e en neutrino. Bemærk at nettoprocessen er 4 brintkerner, H-1, der ender med at blive til en heliumkerne, 2 positroner og 2 neutrinoer. (De to øverste processer foregår 2 gange - det kræver 6 brintkerner; den nederste proces foregår en gang, men her frigives to brintkerner.)

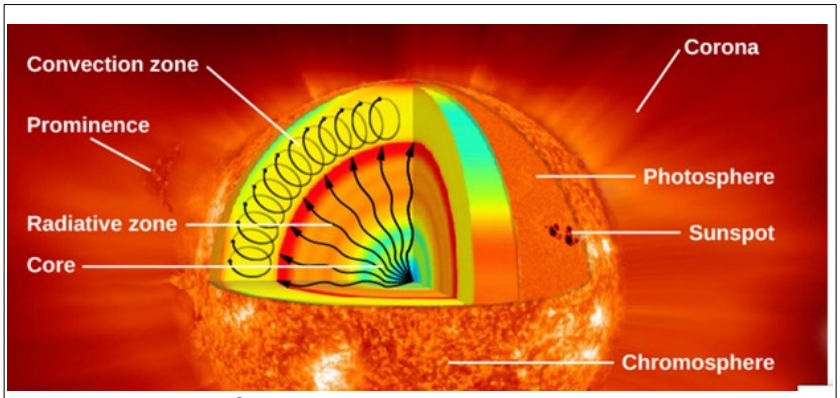


Figur 149: ppI-proceskæden. [7]

Den energi, som stjernen får til rådighed ved en sammenhængende kæde af 5 reaktioner er 26,21 MeV = $4{,}199 \cdot 10^{-12}$ J. Heri er medregnet, at 2 neutrinoer i gennemsnit hver forlader stjernen med energien 0,263 MeV, dvs. 0,526 MeV i alt, og at positronerne også frigiver energi, når de reagerer med elektroner. Figur 149 viser en grafisk fremstilling af, hvad der foregår.

pp-II samt pp-III processerne bidrager i Solen ikke nær så meget til energidannelsen, som pp-I processen, men de er vigtige, idet neutrinoerne fra pp-III processen er dem, som man primært kan måle med en neutrinodetektor. I disse processer indgår også grundstofferne Be, Li og B. Læseren kan selv slå processerne op på Internettet, hvis det skulle have interesse.

I reaktionsskemaerne 84 kan man se, at fotoner, dvs. gammalys, dannes. Det er dog ikke disse fotoner, der giver stjernen sit skin. Fotonerne bruger omtrent en million år på at vandre ud gennem stjernen, og det sker ved mange processer, hvor fotonerne dør og nye dannes. I Solens yderste trediedel transporteres energi ud ved konvektion, dvs. det er varme gasbobler, der stiger op og afleverer energi til de øvre lag, for derefter at synke ned igen. Dermed bliver *fotosfæren* i stjernen opvarmet til den effektive temperatur, og det er herfra lyset udsendes i form af tilnærmelsesvis sortlegemestråling. Se også figur 150 for en visualisering af energitransporten samt afsnit V.3.3.



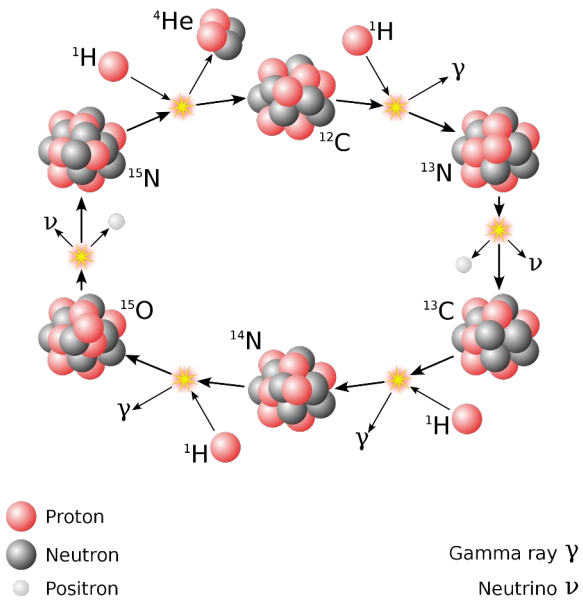
Figur 150: Snit af Solen, der viser hvordan energien transporteres fra kernen og ud til fotosfæren. Stjerner med andre masser end Solens har ikke samme energioverførsels-struktur. [15]

V.7.3 CNO-cyklussen

I stjerner som indeholder kulstof, *C*, kvælstof, *N*, samt ilt, *O*, kan der forekomme en proceskæde, der også omdanner brint til helium. Processen kan foregå i protostjernefasen, men for Solens vedkommende standsede den hurtigt, fordi temperaturen blev for lille, og kulstofmængden er også for lille til at processen kan blive effektiv. I gamle sollignende stjerner, hvor kernetemperaturen vokser, kan kæden genstarte.

Proceskæden kaldes for *CNO*-cyklussen, og den ser ud som vist i reaktionsskemaerne (85) og figur 151.

$$
\begin{aligned}
&{}^{12}_{6}C + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{13}_{7}N + \gamma \\
&{}^{13}N \rightarrow {}^{13}C + {}^{0}_{1}e + \nu_e \\
&{}^{13}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{14}N + \gamma \\
&{}^{14}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{15}_{8}O + \gamma \\
&{}^{15}O \rightarrow {}^{15}N + {}_{1}e + \nu \\
&{}^{15}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He
\end{aligned}
\qquad (85)
$$



Figur 151: CNO-cyklussen i stjerner. [8]

Som man kan se, bliver der ikke brugt noget C-12 i processerne ovenfor. Kulstoffet virker bare som en katalysator, dvs. den hjælper med til at omdanne H-1 kernerne til He-4. Neutrinoerne løber her væk med en energi på 1,71 MeV i gennemsnit, og det betyder at den effektive frigivne energi er Q = 25,03 MeV = $4{,}010 \cdot 10^{-12}$ J.

Eftersom vi kan måle stjernernes absolutte luminositeter samt deres radier, kan stjernemodellers forudsigelser sammenlignes med observationerne, og hvis forudsigelserne ikke passer, kan modellerne justeres og/eller ændres, indtil observationer og teori stemmer overens.

V.7.4 Neutrinoproblemet

I processerne omtalt i pp-kæden ses, at der ofte dannes en neutrino, som forsvinder fra Solen/stjernen. Neutrinoerne har vi en lille chance for at detektere her på Jorden, og dermed har vi en mulighed for at kontrollere om de forslag til fusionsprocesser, vi har lavet, er korrekte. Desværre er det uhyre svært at få neutrinoer til at reagere med noget som helst. Det er dog ikke komplet umuligt, men for at registrere bare nogle få stykker, skal man lave eksperimenter med store tanke væske, dybt nede i Jordens indre, og med dyrt udstyr.

F.eks. kan man i forladte miner lægge nogle tanke med rensevæske, som indeholder *Cl*-37. Det viser sig, at hvis en neutrino med en energi, der er større end 0,80 MeV, kolliderer med *Cl*-37, så dannes der en elektron samt *Ar*-37. Dette argonatom kan så detekteres. I forsøgene finder man ca. et *Ar*-37 atom hver anden dag, hvilket kun svarer til en fjerdedel af det antal neutrinoer man forventer, der skal måles fra Solen. (Solen udsender naturligvis MANGE flere.) Bemærk, at de neutrinoer, som udsendes fra pp-I kæden, har for lille en energi til at blive detekteret. Det er kun neutrinoerne fra de sjældnere forekommende pp-II og pp-III processer, vi kan detektere. Dette faktum, at vi måler for få neutrinoer udgør *neutrinoproblemet*.

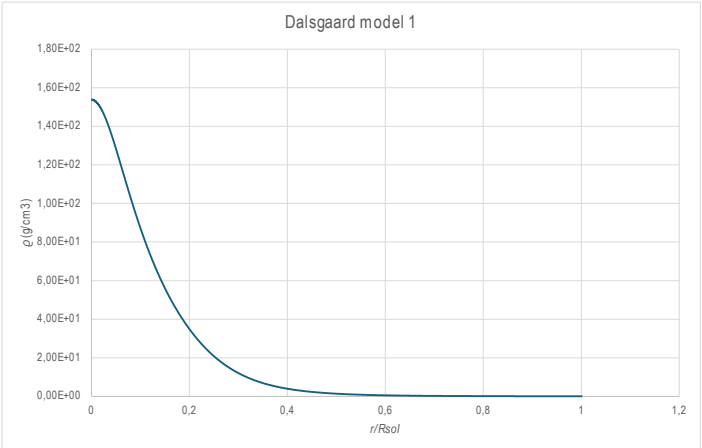
For at belyse problemet nærmere, har russiske forskere lavet forsøg med Gallium, 90 tons i alt, hvilket næsten svarer til hele Jordens galliumbeholdning. Resultaterne fra klor- og galliumforsøgene samt teoretiske overvejelser har vist, at neutrinoen kan *henfalde* til andre neutrinotyper - nemlig de såkaldte myon- eller tau-neutrinoer. Disse kan eksperimenterne ikke måle, og dermed er der slet ikke noget problem med kerneprocesserne alligevel. For at neutrinoer kan henfalde, skal de have en masse, og det er heldigvis også lykkedes at måle neutrinomasserne.

Der har været flere forskergrupper, der har forsøgt at estimere neutrinoens masse. I 2022 viste eksperimentet *Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment*, at neutrinoens masse er maks 0,9 eV/c^2. [9]

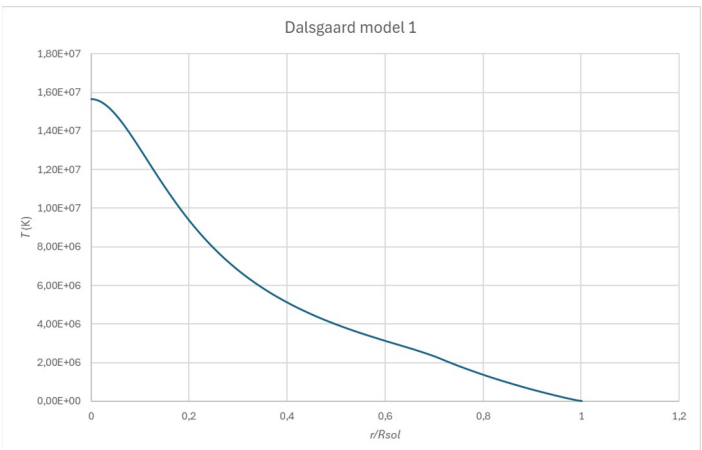
V.7.5 3α-proceskæden

Der findes en mængde andre reaktioner, som kan forekomme i en stjerne. F.eks. kan heliumkerner, *He*-4, også kaldet alfapartikler, kollidere og danne kulstofisotopen, *C*-12. Denne proces kaldes for triplealfa-processen. Processen kræver en meget høj temperatur på T = $1\text{-}2 \cdot 10^8$ K for at kunne forekomme, så processen sker ikke i en hovedseriestjerne som Solen. Men den vil dog forekomme, når Solen er færdig med at omdanne *H*-1 til *He*-4 i kernen. Processen ser ud som følger

$$3 \cdot {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{12}_{6}C + \gamma \qquad (86)$$



Figur 152: Densiteten af Solen som funktion af dybden. [33]



Figur 153: Solens temperatur som funktion af radius. [33]

På samme måde som *C*-12 bliver dannet, kan Solen og især tungere stjerner danne en mængde andre grundstoffer ved alfapartikel-fusion. Således bliver der for stjerner med masser på 2-8 solmasser dannet grundstoffer helt op til magnesium. Det sker ikke kun ved fusion men også ved neutronbestråling af grundstoffer ved den såkaldte *s*-proces. Tungere grundstoffer op til jern, kan blive dannet ved fusion i stjerner, der er mere end ca. 8-10 gange så tunge som Solen. Grundstoffer kan derudover dannes i supernovaeksplosioner ved den såkaldte *r*-proces, eller når døde stjernerester, neutronstjerner, kolliderer. Læs mere om *s*- og *r*-processer i afsnit II.2.6.

Det tungeste grundstof, der findes i naturen er *U*-238. Grundstoffer med Z > 92 er meget ustabile med forholdsvist korte halveringstider. (Under ~$10^{5\text{-}6}$ år.) Derfor vil de praktisk taget aldrig være at finde i Universet. Muligvis er de dog at finde i områder, hvor der fornylig har været en supernovaeksplosion - for eksempel i Krabbetågen, som er resterne fra en supernova, der blev observeret i 1054.

Vi har nu set på det inderste af Solen, nemlig kernen. Kerneprocesser i området udenfor kernen er som nævnt omtalt i afsnit *II.2.6*. Vi vil dog nævne her, at der er en masse bevægelse af gasstrømme i de ydre lag, der bevirker, at Solen ender med at vibrere. Disse vibrationer kan måles, og ud fra dem kan man bestemme forskellige karakteristika for Solens indre, f. eks. Solens massefyldefordeling og tryk. Fænomenet med den vibrerende sol svarer til de rystelser Jorden oplever ved et jordskælv, og derfor kaldes den teori, hvor man undersøger stjernevibrationer for *helioseismologi* eller mere generelt *asteroseismologi*. Et resultat herfra kan se i figur 152 og 153.

Derfor har vi også mulighed for at lære om de fysiske forhold dybt nede under stjernernes overflade, og naturligvis skal disse målinger også stemme overens med stjernemodellerne.

I det følgende afsnit vil vi se på, hvordan Solen og andre stjerner udvikler sig efter hovedserien, dvs. fra når 3α-processerne er startet og fremefter.

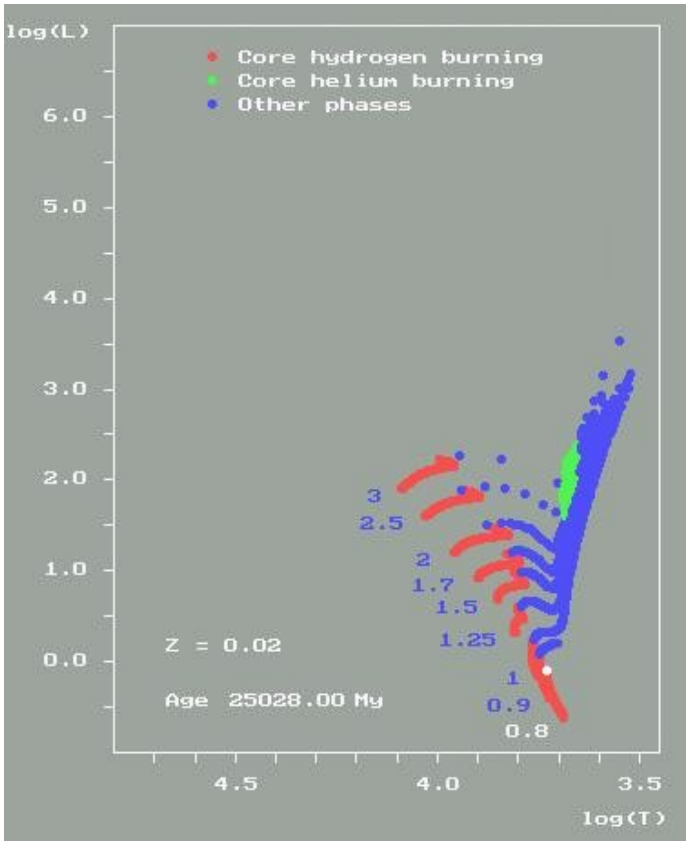
V.8 Stjerners udvikling væk fra hovedserien

Vi har i afsnit V.6 set, at stjerners udvikling afhænger af deres masse. Nu vil vi se nærmere på, hvad der der sker efter hovedserien for de forskellige stjerner.

V.8.1 'Små' stjerner

Stjerner, som er mindre end Solen, dvs. *K*- og *M*-hovedseriestjerner, udvikler sig så langsomt, at ingen af dem endnu har forladt hovedserien - derfor er der ingen, der med sikkerhed kan sige, hvad der sker med disse stjerner, når de engang forlader hovedserien. Muligvis er universet fuldstændig anderledes, end det er i dag, når disse stjerner udbrænder.

Stjerner med masser, der ligger over ca. 1 solmasse undergår en hurtigere udvikling. Betragt figur 154. Af figuren ser man, at en stjerne med masse op til 3 solmasser, fusionerer dens brint i kernen, og derefter overgår dens kerne et mindre kollaps mens resten af stjernen udvider sig, hvorfor overfladetemperaturen falder, og luminositeten ligeledes falder. Kerneprocesserne i kernen er midlertidigt ophørt, men der kan dog forekomme brintfusion i skaller omkring kernen. Når kernen sammentrækkes, vokser temperaturen af kernen igen, og der bliver nu så varmt, at heliumfusionen kan begynde. I nogle hundrede millioner år fusioneres helium, og derved vil de lette stjerner danne kulstof og måske ilt i kernen. Når stjernen løber tør for *He*-4 kan en yderligere sammen-trækning ikke danne tilstrækkeligt høje temperaturer, og stjernen dør. Stjernens ydre lag af helium og brint er tidligere ekspanderet, og man ender med en lille varm kerne af kulstof/ilt - en hvid dværg. Hvis stjernens masse ligger mellem ca. 4 og 8 solmasser, kan der også foregå kulstof- og oxygenfusion i kernen, så man kan få dannet grundstoffer op til magnesium.



Figur 154: Simuleret HR-diagram for lette stjerner. Massen står med blåt. Man ser udviklingsssporet for stjerner med masser mindre end 3 solmasser.

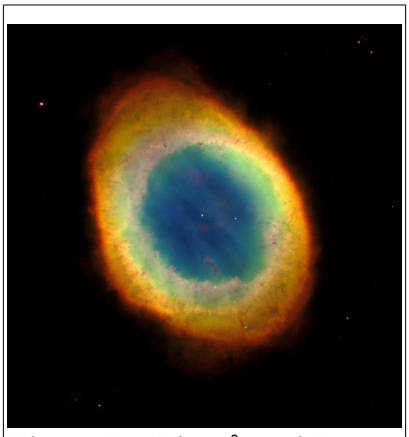
En hvid dværg har en masse på ca. 0,70 solmasser og en radius på ca. 5000 km. Hvide dværge er ganske varme i begyndelsen, men da der ikke sker flere kernereaktioner i dem, afkøles de langsomt fra ca. 10^4 K over nogle milliarder år, så de til sidst bliver usynlige. Mens den hvide dværg afkøles, kan den opvarme den tidligere udstødte gas. Eksempler herpå er f.eks. Ringtågen i Lyren og Eskimotågen. Se figur 156 og 155.

Stjernen Sirius har en lille følgesvend, Sirius B, som faktisk er en hvid dværg. Det kræver dog en kikkert, for at man kan se denne.

V.8.1.1 Øvelse – massefylde af hvid dværg

Beregn massefylden for en hvid dværg. Sammenlign med massefylder for stoffer her på Jorden.

-o-



Figur 156: Ringtågen i Lyren. En planetarisk tåge, der består af en hvid dværg i midten med resterne af den døde stjerne i en ring rundt om. [10]

Figur 155: Eskimotågen i Tvillingerne. [10]

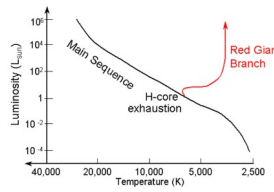
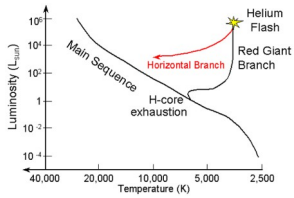
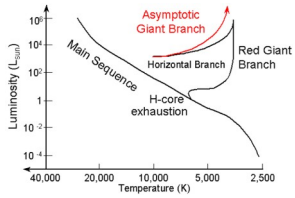
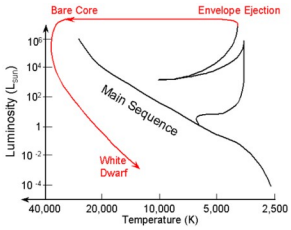
V.8.1.2 Heliumflash

Som man ser af de simulerede HR-diagrammer i figurerne 154 og 157, starter He-fusion, hvis massen er stor nok. I forrige afsnit er der en løs forklaring på, hvad der sker ved overgangen fra H-fusion til He-fusion. Men virkeligheden er faktisk mere eksotisk, end man lige tror:

Når H-fusion i kernen er tilendebragt og kernen trækker sig sammen, resterer der H-fusion i en skal uden om kernen. H-fusionen er med til at varme kernen op, og den hjælper med til at øge stjernens radius.

Efterhånden som kernens tryk stiger, ender gassen med at blive såkaldt *degenereret*, dvs. at elektronerne i atomerne presses så tæt på hinanden, at de ikke kan sammenpresses yderligere. Det betyder i praksis, at klassisk fysik ikke kan beskrive, hvad der sker. Man må bruge relativistisk fysik.

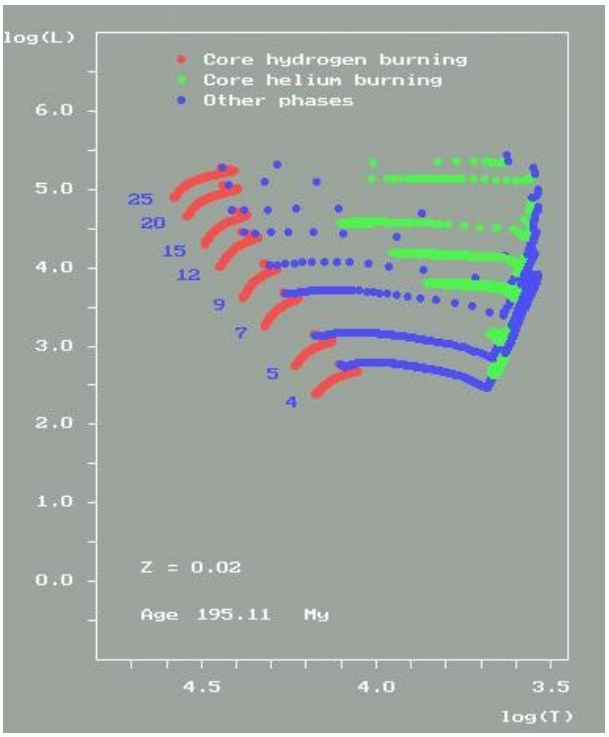
Det viser sig, at selvom temperaturen af en degenereret gas stiger, så stiger trykket ikke mere – helt i modsætning til en idealgas. Temperaturen kan altså vokse frit. Den bliver til sidst så stor, at hele kernen i løbet af nogle minutter begynder at fusionere He-4 til C-12. Fordi He-4 fusion i starten går så hurtigt, kalder man den et *heliumflash*. Udstrålingen puster H-fusionsskallen længere op til køligere områder, og derfor svækkes H-fusionen, og stjernens radius begynder at falde. Gassens omdannes igen til en idealgas og den øger alt i alt sin udstråling, som hæver temperaturen gennem stjernen. Dvs. stjernen vandrer næsten vandret til venstre i HR-diagrammet. På figuren herunder er processerne vist i en serie HR-diagrammer. [30]

			
Fra kernekollapset stiger temperaturen i kernen. Varme frigives. H-fusion i skal omkring He-kernen. Solens radius går ud til Venus' bane. T_{RGB} = 10^9 yr	3α–processer begynder. H-fusion i skal omkring He-kernen svækkes, da kernen skubber den længere væk, hvor det er koldere. Strålingstrykket falder og derfor falder radius. T = 10^8 yr	Nyt kernekollaps. Ydre dele puster sig endnu mere op. Kulstoffusion for stjerner lidt tungere end Solen. He- og H-skalkildefusion. T = 10^6 yr(?)	Solen er for lille til at kunne fusionere C. Skallen løsrives. T = 10^5 yr. Tågen er helt væk efter ca. 10 kyr.

V.8.2 'Tungere' stjerner

Hvis stjernen er mere end ca. 4-8 gange tungere end Solen, vil den gennemleve sit liv meget hurtigere end Solen. Det sker, selvom der er mere brændstof til rådighed, fordi kernereaktionerne foregår væsentligt hurtigere end i lettere stjerner. Betragt figur 157.

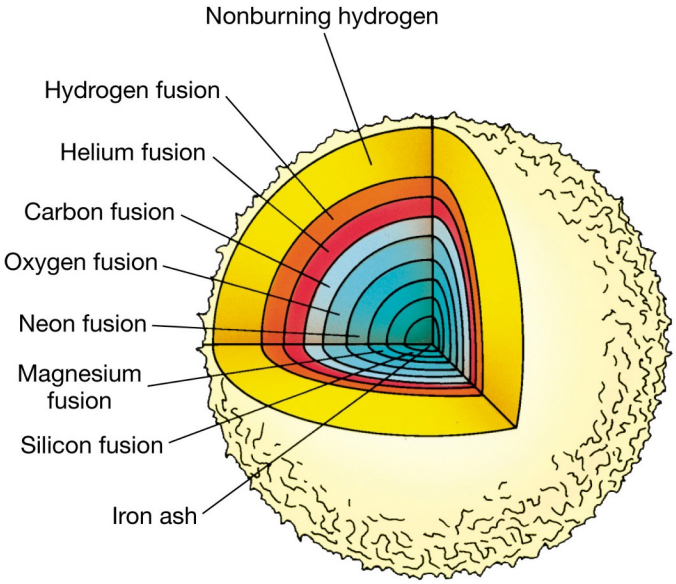
Når de tunge stjerner stopper helium-forbrændingen og derfor sammentrækkes yderligere, vil temperaturen i kernen stige meget mere end for de lette stjerner. Derved vil kulstof og ilt kunne fusionere og danne endnu endnu tungere grundstoffer. Selve stjernen ender grundstofmæssigt med at minde om et løg. Hvis stjernemassen overstiger ca. 8-10 solmasser, vil der ligge lag af forskellige grundstoffer helt op til jern. Se en model af en tung stjerne på figur 158.



Figur 157: Simuleret HR-diagram over tungere stjerner. Bemærk at tidsskalaen på denne simulering kun er 195 Myr *i modsætning til de 25* Gyr, *som var på den forrige simulering.*

Når der er dannet grundstoffer med massetal 56-62 i kernen, er der ikke flere exoterme fusionsprocesser, der kan forekomme. Nu *kræves* der energi for at sammensmelte kernerne. Derfor stopper fusionsprocesserne i stjernen, og stjernen sammentrækkes yderligere. Derved dannes meget energirige fotoner i stjernen, som kan kollidere med de dannede grundstoffer, som derved splittes, og selve kernen ender med at blive omdannet til brint igen. Ved de ovenstående processer er der ydermere blevet dannet en masse neutroner.

Den dannede brint findes pga. den høje temperatur på plasmaform, dvs. elektroner og protoner flyver rundt mellem hinanden. Når de frie elektroner kolliderer med protonerne, dannes ikke neutral brint, men derimod neutroner og neutrinoer. Derved er praktisk taget hele kernen blevet omdannet til neutroner og massefylden er omkring 10^{17} kg/m^3, dvs. neutronerne faktisk rører ved hinanden. Neutronerne kan altså ikke presses mere sammen og en chokbølge sendes ud gennem resten af stjernen. Denne chokbølge samt de dannede neutrinoer, der bevæger sig ud gennem resten af stjernen, afleverer en masse energi i de ydre gasser, som derved kastes bort fra kernen i en *supernovaeksplosion.* Neutrinoerne afleverer også energi, fordi gassen er så tæt, at selv de tvinges til at reagere med stoffet. Det er jo i stor modsætning til en hovedseriestjerne, hvor neutrinoerne frit kan stikke af fra stjernens centrum.



Figur 158: Model af tung stjernes løgstruktur. [11]

Under selve supernovaeksplosionen bliver temperaturen i de ydre lag vanvittig høj, og der dannes grundstoffer helt op til uran. Tungere grundstoffer som *Pu*-239 kan også dannes, men de henfalder så hurtigt, at de meget snart kun vil findes i forsvindende mængder. Det skal dog bemærkes, at andelen af tungere grundstoffer end helium i den afkastede gas kun er øget med omkring 1 %-point.

Man ender altså med en lille kerne bestående fortrinsvist af neutroner. Kernen er ca. 10 km i radius, og den vejer omkring 1-3 solmasser.

V.8.2.1 Øvelse - Massefylde af neutronstjerne

a) Beregn massefylden af en neutronstjerne og sammenlign med værdien for en hvid dværg.

b) Beregn massefylden for en atomkerne og sammenlign med neutronstjernens massefylde.

-o-

Kernen kaldes en *neutronstjerne* og den indeholder ca. 10^{57} neutroner. Derudover indeholder den omkring 10^{54} protoner, dvs. den er egentlig en enorm atomkerne med $Z = 10^{54}$ og $N = A = 10^{57}$.

V.8.2.2 Øvelse - Tyngdefeltet omkring en neutronstjerne

a) Benyt formlen $g = G{\cdot}M/R^2$ til at beregne tyngdeaccelerationen, g, på overfladen af en neutronstjerne. (Massen er 1 solmasse og radius er 10 km.)
b) Beregn derefter tyngdeaccelerationen, g, i øjenhøjde.
c) Antag at dit underben har massen 10 kg og at dit hoved har samme masse. Hvor stor er tyngdekraften på hhv. dit ben og dit hoved, hvis du står på en neutronstjerne?
d) Beregn forskellen i de 2 ovenstående kræfter og forklar, hvad der ville ske med din krop, hvis du stod på overfladen af en neutronstjerne.

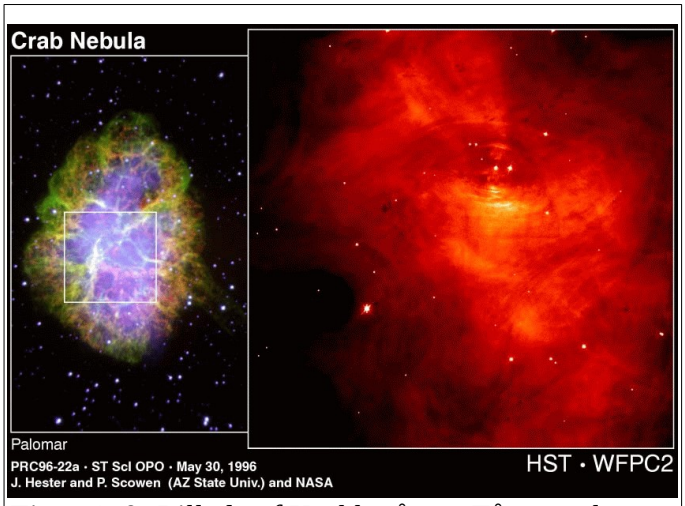
-o-

Figur 159: Gravitationsfeltet på en astronaut i nærheden af et kompakt legeme. [13]

Neutronstjerner udsender ikke lys, som en almindelig stjerne gør, men nogle af dem udsender radiostråling, som dannes af det roterende magnetfelt omkring stjernen. En sådan neutronstjerne kaldes en *pulsar.* Man kan altså detektere pulsarer, hvis de udsender stråling i retning af Jorden. Derved kan man lære noget om neutronstjerners struktur, akkurat som almindelig lysudsendelse fra hovedseriestjerner kan bruges til at udlede information om hovedseriestjerner.

På figur 160 er vist et billede af Krabbetågen, der netop har en pulsar, der både rammer Jorden, og derfor kan måles, og som også giver tågen dens energi, så den kan lyse.

Andre neutronstjerner udsender enten ikke stråling, eller også sender de det i en retning, som ikke vender mod Jorden. Fænomenet er vist på figur 161. Det er samme fænomen, som her på Jorden, hvor Jordens magnetakse hælder en smule i forhold til rotationsaksen – men Jorden udsender naturligvis ikke radiobølger af betydning.



Figur 160: Billede af Krabbetågen. Tågen oplyses af en roterende neutronstjerne – en pulsar. Supernovaeksplosionen blev registreret i 1054, og den var så kraftig, at man kunne læse avis om natten i lysskæret fra den i over 20 dage. (Hvis aviser altså var opfundet i 1054.) Billedkilde angivet på selve billedet.

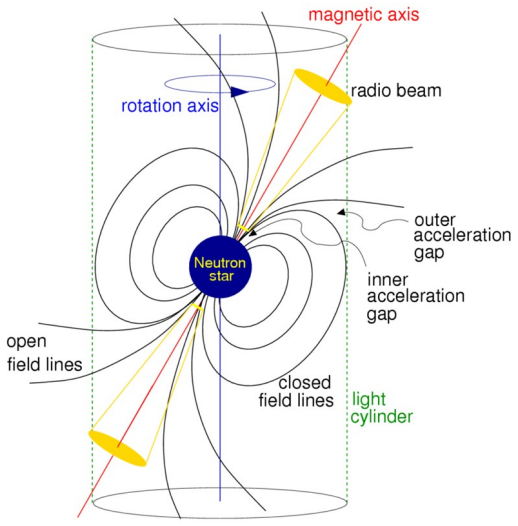
V.8.3 'Meget' tunge stjerner

Hvis en stjerne er meget stor, dvs. større end ca. 30 solmasser[39] vil tyngdekraften fra gasserne være så store, at den dannede neutronkerne *ikke* kan modstå trykket fra gasserne, og neutronerne vil blive destrueret og blive omdannet til energi. [12] Her skal man huske, at energi og masse er ækvivalente størrelser jævnfør Einsteins berømte formel

$$E = m \cdot c^2 \tag{87}$$

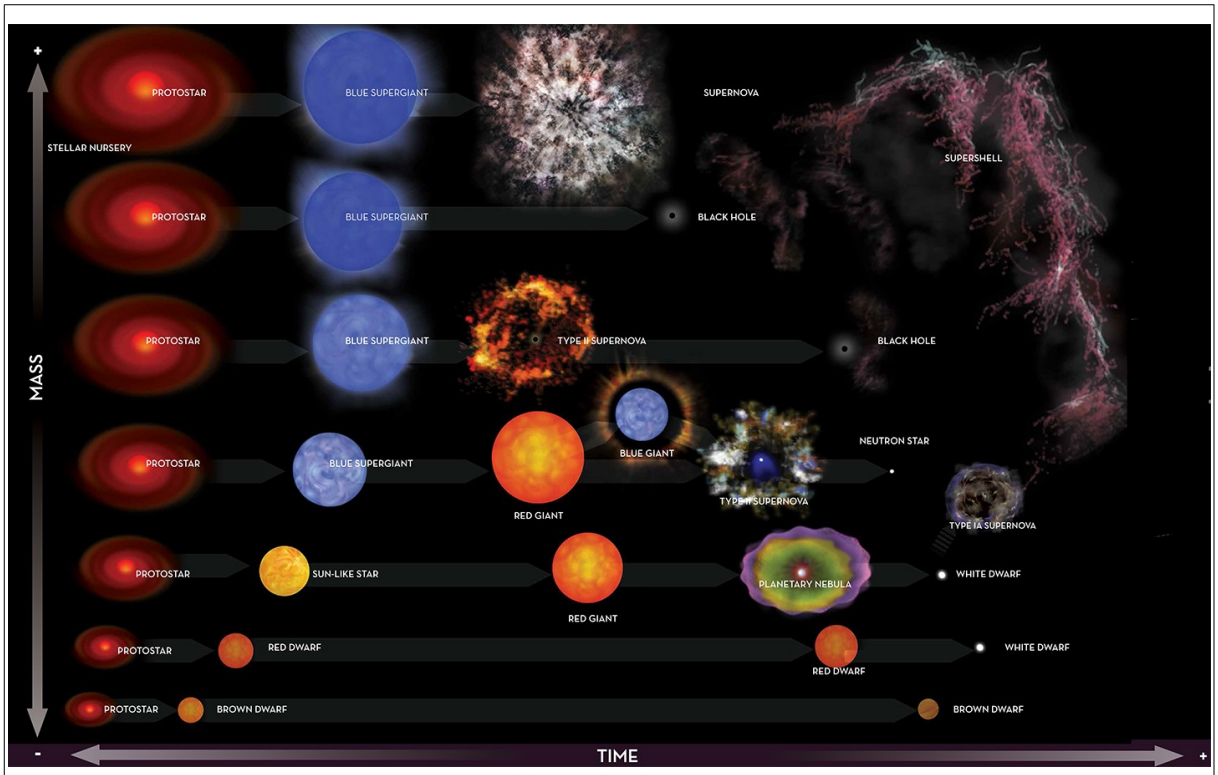
39 Andre kilder siger, at stjerner med masser over 20 solmasser ender som sorte huller.

Der er nu intet til at modstå trykket fra gasserne og kollapset vil fortsætte til der ikke er mere stof tilbage. Stoffet ender med at være omdannet til ren energi, og energien ligger i et enkelt punkt - en *singularitet*, som også kaldes for et *sort hul*. Tyngdefeltet omkring et sort hul er så enormt stort, at ikke engang lyset kan undslippe det. I kapitel *Sorte huller* ser vi i lidt større detalje på sorte hullers egenskaber og opførsel.



Figur 161: Den magnetiske akse og rotationsaksen for en pulsar hælder i forhold til hinanden. Derfor vil den radiostråle, som udsendes langs den magnetiske akse skifte retning. [16]

V.9 Oversigt over stjerners udvikling



Figur 162: Oversigt over stjerners udvikling. [14]

Herover er en sammenfatning over hvordan stjerner udvikler sig over tid afhængig af deres masse.

Vi har i gennemgangen primært set på Solens udvikling, og vi har slet ikke set på udviklingen af population II-stjerner. Da de har væsentligt lavere indhold af tungere grundstoffer, vil deres atmosfærer være anderledes end population I-stjerner, da der er færre metaller til at absorbere lys. Derfor opfører de sig anderledes. F. eks. vil en population II-stjerne med en solmasse lyse kraftigere end end population I-stjerne. Det er i modsætning til, hvad der sker i de pulserende stjerner, der kaldes *Cepheidestjerner.* Dem kan man læse mere om i kapitlet *Cepheider*. Læseren anbefales derudover at besøge et bibliotek, for at lære mere om population II-stjerner.

For at komme ned i en større detalje for forståelsen af stjerner, foreslås læseren af forsøge sig med nogle af opgaverne i bogen *Astronomiske observationer og eksperimenter* samt de små opgaver, der er i næste sektion.

-o-

V.10 Opgaver

V.10.1 Mulighed for kernereaktioner

Tidligere har vi set, at Solen har en kernetemperatur på knap 16 MK. (Se figur 153). Spørgsmålet er, om denne temperatur er høj nok til at H-fusion kan foregå.

En partikels kinetiske energi er givet ved følgende formler

$$E_{kin}=\frac{3}{2}\cdot k\cdot T \quad \text{og} \quad E_{kin}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$$

hvor m er partiklens masse og k er Boltzmanns konstant.

Den potentielle energi mellem to ladede partikler er givet ved følgende formel

$$E_{pot}=k_C\cdot\frac{q\cdot Q}{r}$$

hvor k_C er Coulombs konstant; den er altså ikke identisk med Boltzmanns konstant. Talværdierne står i formelsamlingen.

a) Antag at to protoner står meget langt fra hinanden, og at de hver især har den ukendte hastighed v. Opstil et udtryk for den samlede mekaniske energi udtrykt ved v og m.
b) Når protonerne lige netop kan fusionere må alt deres kinetiske energi være omdannet til en bestemt energiform. Hvilken?
c) Beregn størrelsen af den nødvendige energi, for at fusion kan forekomme, hvis vi antager, at protonernes indbyrdes afstand er $1 \quad 10^{-14}$ m, når de kan fusionere.
d) Hvor stor en fart skal protonerne i begyndelsen have?
e) Hvilken temperatur svarer det til?

V.10.2 Spektralanalyse

I denne opgave skal du bestemme spektraltypen for mindst 10 stjerner i den åbne hob Plejaderne. Til bestemmelsen af klasserne skal du bruge programmet *Classification of Stellar Spectra* i Cleapakken. Nedenfor kan du læse fremgangsmåden – men det er tilladt selv at prøve sig frem.

a) Login.
b) Vælg en kikkert. (0,4 m-kikkerteren er fin til formålet.)
c) Åben kuplen og vælg en stjerne fra Plejaderne[40]. (Nedskriv koordinaterne på stjernerne.)
d) Drej skyderen over til at vise *Telescope* så du ser et billede af gitteret. Centrer gitteret på stjernen.
e) Tryk på *Instrument-Spectrograph* så du ser et koordinatsystem. Tryk på *File-Preferences-Spectral Range* og vælg hele bølgelængdeintervallet.
f) Benyt knappen *Go* til at måle et spektrum. (Signal/støj-forholdet skal være over 100.) Gem spektret.
g) Hop tilbage til hovedskærmen og vælg i menuen *Tools* kommandoen *Classify Spectra*.

40 Du kan finde koordinater på Plejadernes stjerner, ved at søge i Stellarium.

h) Indlæs dit spektrum og vælg derefter et reference spektrum. (Start med at vælge et hovedseriespektrum.)
i) Find klassifikationen og sammenlign evt. med et stjernekatalog. NB: Benyt kommandoen *difference* til at sammenligne det målte spektrum med referencespektret.
j) Noter stjernens koordinater, spektraltype samt visuelle størrelsesklasse.
k) Gentag ovenstående punkter.

V.10.3 Luminositetsklasser

Betragt spektrene på figur 145.

a) Indlæs billedet i Adobe Reader og åbn måleværktøjet.
b) Lav en skalafaktor, så du kan omregne mellem målte afstande på billedet til Å. (10 Å = 1 nm.)
c) Vælg en spektrallinje på hvert spektrum og mål bredden af linjerne. Omregn til Å.
d) Overvej hvorfor linje-bredderne er forskellige.
e) Mål bølgelængden ved bunden af de to absorptionslinjer. Bemærk, at selvom linjerne er ens, så er tallene ikke nødvendigvis ens, da stjernerne kan bevæge sig forskelligt i forhold til os.
f) Beregn rødforskydningstallet for de to spektre.
g) Beregn forskellen i procent mellem de to rødforskydninger.

V.10.4 HR-diagrammer

a) Hvilke størrelser kan man benytte som x-værdier i et HR-diagram?
b) Hvilke størrelser kan man benytte som y-værdier i et HR-diagram?
c) Beskriv mht. luminositet, radius og temperatur, stjerner, der ligger hhv.
   i. Nederst til højre i et HR-diagram.
   ii. Nederst til venstre i et HR-diagram.
   iii. Øverst til venstre i et HR-diagram.
   iv. Øverst til højre i et HR-diagram.
   v. På hovedserien i et HR-diagram.
d) Hvilken størrelse bestemmer især en stjernes placering på hovedserien?

V.11 Referencer

1. *Lecture Notes on Stellar Structure and Evolution*, Jørgen Christensen-Dalsgaard, AU, 2008.
2. https://trap.lex.dk/S%C3%A6by
3. NASA
4. http://www.atlasoftheuniverse.com/hr.html
5. *New insights into Black Bodies* af F. J. Ballesteros, ArXiV 1201.1809v2, 2012.
6. https://www.researchgate.net/publication/326696864 Improved Main Sequence Turnoff Ages of Young Open Clusters: Multicolor UBV Techniques & the Challenges of Rotation af J. Cummings & J. Kalirai, 2018.
7. https://commons.wikimedia.org/wiki/User_talk:Sarang
8. https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Borb
9. The KATRIN Collaboration. Direct neutrino-mass measurement with sub-electronvolt sensitivity. *Nat. Phys.* **18**, 160–166 (2022). https://doi.org/10.1038/s41567-021-01463-1: https://www.nature.com/articles/s41567-021-01463-1
10. Hubble Space Telescope, NASA/ESA.
11. https://cesar.esa.int/printable_section.php?Section=SSE_The_Hertzsprung_Russel_Diagram&Id=
12. http://astronomy.nmsu.edu/geas/lectures/lecture26/slide03.html
13. http://www.luerzersarchive.com/goto/url/hotcore.info/babki/Astronaut-Falling-Into-A-Black-Hole.html
14. https://chandra.cfa.harvard.edu/stellarev/phases.html
15. https://www.chegg.com/flashcards/ch-15-b359a2c1-f7c7-48b6-9ac1-76f35fd76341/deck
16. Handbook of Pulsar Astronomy by Duncan Ross Lorimer and Michael Kramer.
17. https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5714813
18. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e7/Solar_spectrum_en.svg
19. https://physicsworld.com/a/the-enduring-mystery-of-the-solar-corona/
20. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:HI6563_fulldisk.jpg
21. https://solarscience.msfc.nasa.gov/SunspotCycle.shtml
22. https://www.klimadebat.dk/forum/sol-cyklus-laengde-og-global-opvarmning-falsificeret-d12-e1961.php
23. https://berkeleyearth.org/global-temperature-report-for-2023/
24. https://astro-gym.dk
25. https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/science/solar-rotation.html
26. https://www.nasa.gov/content/goddard/what-is-a-solar-prominence
27. https://www.nasa.gov/content/goddard/what-is-a-solar-flare
28. Nasa. Fotograf Steven Graham.
29. https://pressbooks.online.ucf.edu/astronomybc/chapter/15-1-the-structure-and-composition-of-the-sun/
30. https://www.astronomy.ohio-state.edu/pogge.1/Ast162/Unit2/lowmass.html
31. https://www.sidc.be/SILSO/monthlyssnplot
32. https://www.nasa.gov/image-article/sun/
33. https://users-phys.au.dk/jcd/solar_models/cptrho.l5bi.d.15c

VI Cepheider

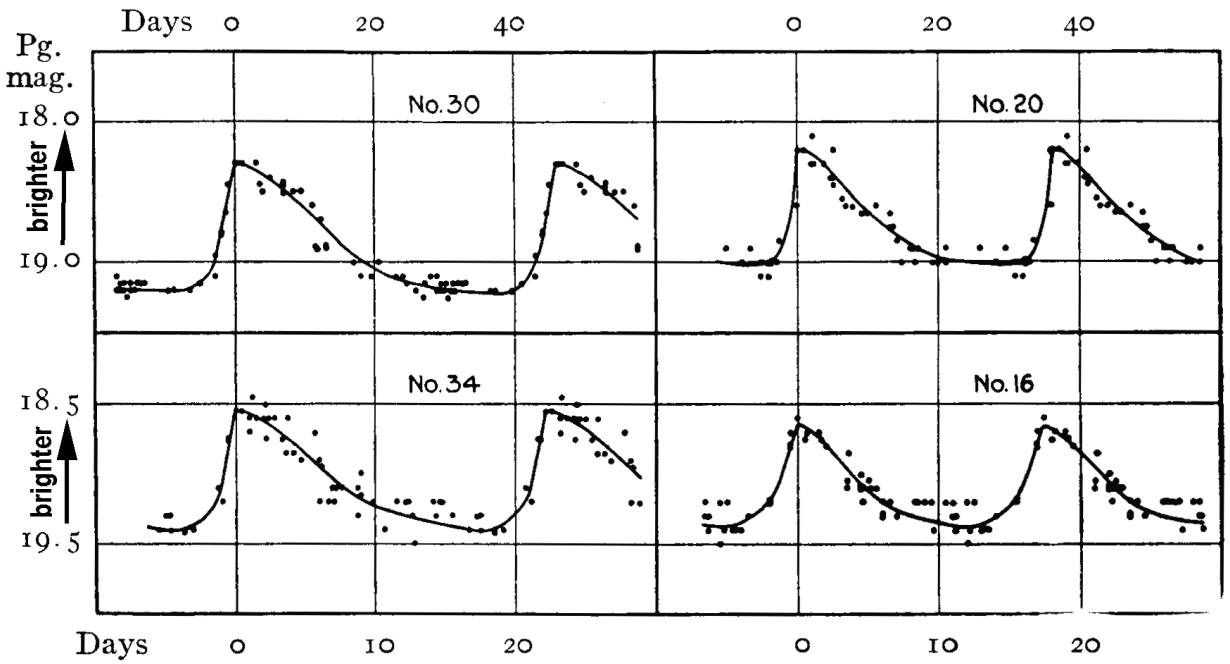
Figur 163: δ Cep er ved den cirkulære markering. (Stellarium.)

VI.1 Introduktion

Mange typer stjerner pulserer på en eller anden måde. En bestemt klasse af pulserende stjerner kaldes for cepheider. De er opkaldt efter *δ Cep*, som var den anden fundne stjerne af den type pulsering. Den først fundne cepheide-stjerne hedder *η Aql*, og den blev opdaget af Edward Pigott 10/9-1784. Den anden opdagelse af *δ Cep* blev kort tid efter opdaget af John Goodricke. Det er denne typer cepheider, som beskrives i denne note.

Henrietta S. Leavitt opdagede i 1908 ved i SMC at observere cepheider, som ligger med ca. samme afstand til os, at deres tilsyneladende gennemsnitslysstyrke, *m*, og deres periode, *P*, hang sammen på en simpel måde. 5 år senere lykkedes det den danske astronom Ejnar Hertzsprung at lave den første kalibrering af periode og absolut gennemsnitslysstyrke, *M* ved at måle afstanden til Den lille magellanske sky, SMC, til ca. 11,5 kpc. [12] I dag mener vi, at afstanden til SMC er 62 kpc, så hans afstandsbestemmelse var ikke ret god.

En typisk lyskurve for en cepheide ser ud som på figur 164. 2. aksen viser den tilsyneladende størrelsesklasse, som er defineret som *faldende* for *stigende* lysstyrke. (Se evt. kapitlet *Observationer i astronomi.*)



Figur 164: Lyskurver for cepheider. Pg. mag betyder Photographic Magnitude. E. Hubble har lavet disse grafer. [1]

Cepheider lyser meget kraftigt, og derfor er de velegnede til at finde afstande til meget fjerne galakser. Derfor vil vi nedenfor gennemgå nogle formler, der gør det muligt at bestemme afstande til cepheider.

Læseren bedes repetere formlerne for størrelsesklasse (38), afstandskvadratloven (39) og formlen for afstandsmodulet (41). Formlerne skal bruges til at bestemme afstande til stjerner.

I dag er den accepterede sammenhæng mellem den *gennemsnitlige* visuelle absolutte størrelsesklasse, $\overline{M}_V$, og cepheidens periode *P*, målt i døgn, til

$$\overline{M_V} = -2{,}78 \cdot \log(P(d)) - 1{,}35 \tag{88}$$

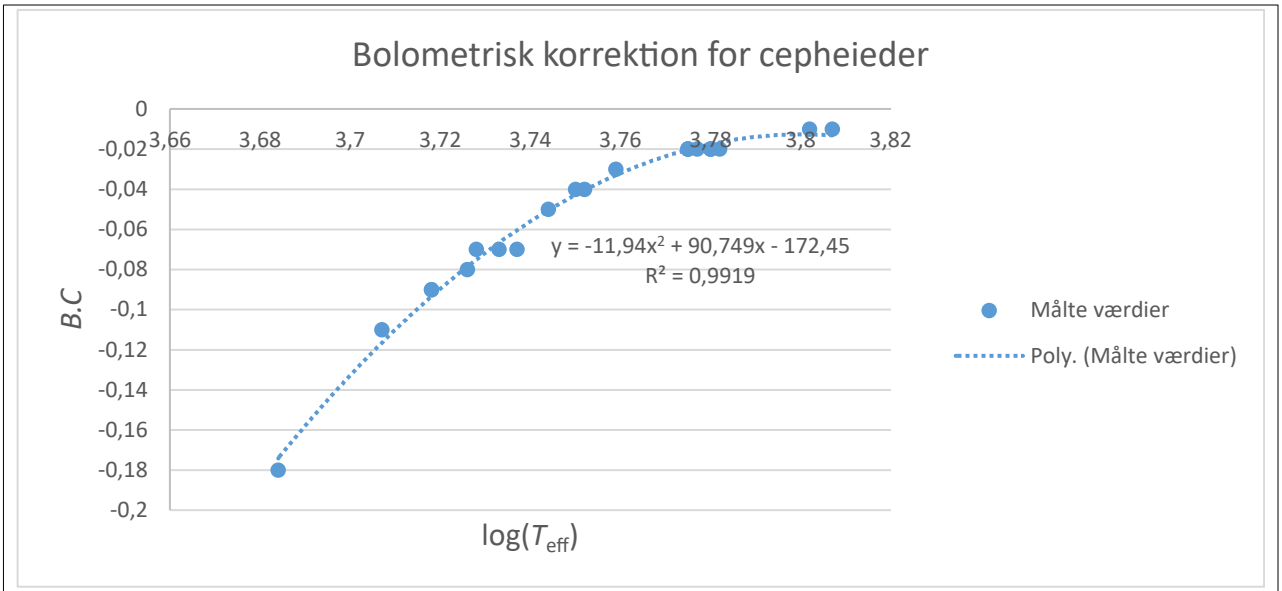
(Kilde: ESA/ESO-exercises eller [5].)[41]

Indeks *V* betyder, at størrelsesklassen gælder i *V*-båndet, som er et grønt filter, man kan lægge foran sin detektor. Man skal altså også måle m_V, (man kalder også m_V for *V*) for at beregne afstanden *d*.

Hvis man ønsker at bestemme en stjernes absolutte luminositet, skal man finde *M* og ikke M_V. Man kan beregne *M* ved hjælp af formlen $M = M_V + B.C.$ og *B.C.* kan beregnes, når man kender temperaturen af stjernen. Se formel (97). [4] *B.C.* kaldes for *den bolometriske korrektion*, og den omtales nedenfor.

M er altså et mål for *al* den strålingsenergi, som stjernen udsender, mens M_V er et mål for den strålingsenergi, som udsendes i et bestemt bølgelængdeområde defineret af *V*-filterets transmissionskurve. Når vi måler lyset fra stjernen, er der sket absorption/spredning i kikkertoptikken samt i atmosfæren. Derudover lyser stjerner i vidt forskellige bølgelængde-intervaller, da bølgelængdefordelingen af lyset fra en stjerne afhænger af dens temperatur. (Plancks strålingslov forklarer dette.) En CCD-detektor, som måler det indkomne lys, er heller ikke lige følsom i alle bølgelængdeområder. Derfor måler vi ikke direkte et mål for *M*.

I praksis måler man stjernens tilsyneladende størrelsesklasse gennem forskellige standardiserede farvefiltre som f. eks. kan være *UBVRI*-systemet. Foruden at måle lyset gennem disse filtre, måler man på en række standardstjerner, som har kendte størrelsesklasser i de forskellige farvebånd. Derved kan man kalibrere sit udstyr, så man uanset udstyr får ensartede størrelsesklasser i de forskellige farvebånd.



Figur 165: Bolometriske korrektioner for cepheider. [11]

For at finde den bolometriske størrelsesklasse, skal man benytte den tidligere nævnte størrelse, *B.C.*, som skal adderes til *V*-størrelsesklasserne. Den bolometriske korrektion afhænger kraftigt af

41 En nyere kilde giver en relation med konstanterne -2,72 og -1,26. [13] Vi beholder dog konstanterne ovenfor.

stjernens temperatur, så den varierer fra stjerne til stjerne - og man skal derfor kende stjernens temperatur. Den kan findes, hvis man har målt både *B*- og *V*-størrelsesklassen.

Vi så i kapitlet *Solen og andre stjerner*, at stjerners overfladetemperaturer bedst er gengivet ved Ballesteros' formel

$$T = 4600 \cdot \left(\frac{1}{0{,}92 \cdot (B-V) + 1{,}7} + \frac{1}{0{,}92 \cdot (B-V) + 0{,}62} \right) \text{ K} \tag{89}$$

[8]

Den bolometriske korrektion for *dværg*stjerner er i *Astrophysical Quantities* [4] givet ved udtrykket

$$B.C. = 42{,}54 - 10 \cdot \log(T_{eff}) - \frac{29000}{T_{eff}} \tag{90}$$

Men vi er jo interesseret i cepheider, så vi benytter tendensfunktionen fra figur 165.

$$B.C. = -11{,}94 \cdot (\log(T_{eff}))^2 + 90{,}749 \cdot \log(T_{eff}) - 172{,}45 \tag{91}$$

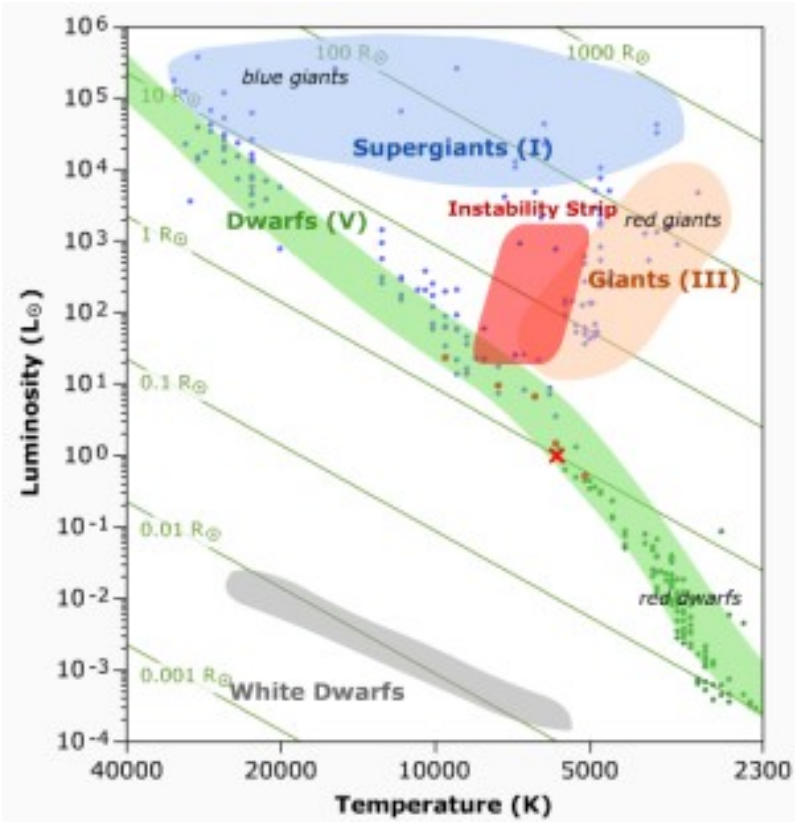
VI.2 Cepheider i HR-diagrammet

Hertzsprung-Russell-diagram, forkortet HR-diagrammet, er gennemgået i større detalje i kapitlet *Solen og andre stjerner.*

På hovedserien, som er markeret med grønt i figur 166 , foregår der hydrogenfusion i stjernernes indre, mens der i gigantfaserne foregår heliumfusion.

Man kan finde cepheiderne i det såkaldte ustabilitetsspor, hvor stjernerne alle har forladt hovedserien. Der findes flere typer cepheider, men her vil vi kun betragte de klassiske typer af population I-stjerner[42].

Cepheiderne ligger i toppen af det røde område, dvs. de har temperaturer i intervallet ~6-9 kK og deres middelradier er i intervallet ~5-50 solradier.



Figur 166: HR-diagram. Det røde område viser hvor blandt andet cepheider findes. [2]

42 En population I-stjerne er en stjerne, hvis indhold, *Z*, af tungere grundstoffer end helium er på ca. 1-2 %. Er *Z* < 0,1 % kaldes stjernen en population II-stjerne.

VI.2.1 κ-mekanismen

Grunden til, at cepheide-stjerner pulserer, skyldes en speciel mekanisme, som kaldes *κ-mekanismen*. (Det udtales *kappa-mekanismen.*)

I cepheidens indre findes et lag af ioniseret helium. Enkelt ioniseret helium, He^{+}, har en relativt god evne til at lade lys passere, mens dobbeltioniseret helium, He^{2+}, blokerer stråling ret godt.

Når stjernen har sin mindste radius, er den varmest. Derfor er der energi nok til at dobbeltionisere helium. Lyset kan ikke særlig godt trænge igennem dette plasma, og det udadgående strålingstryk stiger derfor voldsomt. På et tidspunkt vil strålingstrykket overstige det nedadgående tryk fra gassen, der ligger over det ioniserede helium-område, og derfor vil stjernen udvide sig hurtigt.

Når en gas udvider sig, afkøles den. Derfor vil stjernens temperatur aftage under ekspansionen, og en del af de dobbeltioniserede helium-atomer vil rekombinere med mindst 1 elektron. Derfor vokser gennemskinneligheden, og lyset kan derfor undslippe stjernen. Den får altså en større udstråling end før. Pga. den afgivne strålingsenergi falder strålingstrykket, og det indadgående tryk fra gravitationen bliver atter størst - stjernen trækker sig sammen. Så stiger temperaturen igen, og der kommer flere dobbeltioniserede helium-atomer, og det hele starter forfra.

For at der kan blive varmt nok i stjernens ydre dele til at dobbeltionisere helium, skal stjernen have en vis størrelse. Det viser sig, at Solen er for let til at opleve en periode som cepheide. Stjernernes masse skal ligge i intervallet ~3-10 $M_\odot$.

VI.3 Cepheiders indre karakteristika

Astronomer har fundet en sammenhæng mellem en cepheides middelradius, *R*, og dens periode, *P*. Denne relation er

$$\log\left(\frac{\overline{R}}{R_{sol}}\right)=0{,}680\cdot\log\left(P\left(d\right)\right)+1{,}146 \qquad (92)$$

[3].

Det er tydeligt at se, at selv for kortperiodiske cepheider ($P \sim 10^{d}$), er deres radier *væsentligt* større end Solens radius. De er kæmpestjerner, hvad vi jo i forvejen vidste ud fra deres placering i HR-diagrammet.

Vi kan bruge Pogsons definition af størrelsesklasser til at finde cepheiders middeltemperatur og gennemsnitlige absolutte luminositet ved at sammenligne med en kendt stjernes værdier - for eksempel Solen.

Solens absolutte luminositet L=3,846·10^{26} W, dens absolutte størrelsesklasse M=4,78 og dens effektive[43] temperatur T=5,8 kK.

Vi erindrer os relationen mellem to stjerners absolutte størrelsesklasser og luminositeter.

43 Den effektive temperatur forstås som den temperatur, der giver det bedste Planckkurvefit til stjernespektret. For Solens vedkommende har den denne temperatur nogle hundrede km nede - i fotosfæren.

$$\frac{L_1}{L_2}=2{,}5119^{M_2-M_1} \tag{93}$$

Bemærk, at i formlen ovenfor skal *den bolometriske størrelsesklasse* indsættes.

Hvis man anvender Solens værdier, får man følgende sammenhæng for cepheidens absolutte lysstyrke $L = 2{,}5119^{4{,}78-M} \cdot L$.

Endelig kan man, hvis man ikke har målt *B-V*, benytte Stefans lov

$$\frac{L}{L_{sol}}=\left(\frac{R}{R_{sol}}\right)^2\cdot\left(\frac{T}{T_{sol}}\right)^4 \tag{94}$$

til at beregne stjernens overfladetemperatur.

VI.4 Sammenfatning af formler

Formlerne til at finde størrelsesklasse, afstand, radius, luminositet og temperatur er sammenfattet nedenfor.

Absolut visuel størrelsesklasse: $\overline{M_V}=-2{,}78\cdot\log(P(d))-1{,}35.$ (95)

Stjernens effektive temperatur:

$$T=4600\cdot\left(\frac{1}{0{,}92\cdot(B-V)+1{,}7}+\frac{1}{0{,}92\cdot(B-V)+0{,}62}\right)\ \mathrm{K} \tag{96}$$

Bolometrisk korrektion: $B.C.=-11{,}94\cdot(\log(T_{eff}))^2+90{,}749\cdot\log(T_{eff})-172{,}45$ (97)

Bolometrisk størrelsesklasse M: $M_{bol}=M_V+B.C.$ (98)

Afstand: $d=10^{\left(\frac{m-M+5}{5}\right)}\ \mathrm{pc}$ (99)

Absolut lysstyrke i middel: $L=2{,}5119^{4{,}78-M_{bol}}\cdot L_{sol}$ (100)

Gennemsnitsradius: $\log\left(\frac{\overline{R}}{R_{sol}}\right)=0{,}680\cdot\log(P(d))+1{,}146$ (101)

Sammenhæng mellem *T, R* og *L*: $\frac{T}{T_{sol}}=\left(\frac{R}{R_{sol}}\right)^{\frac{-1}{2}}\cdot\left(\frac{L}{L_{sol}}\right)^{\frac{1}{4}}$ (102)

VI.5 Andre Cepheidetyper

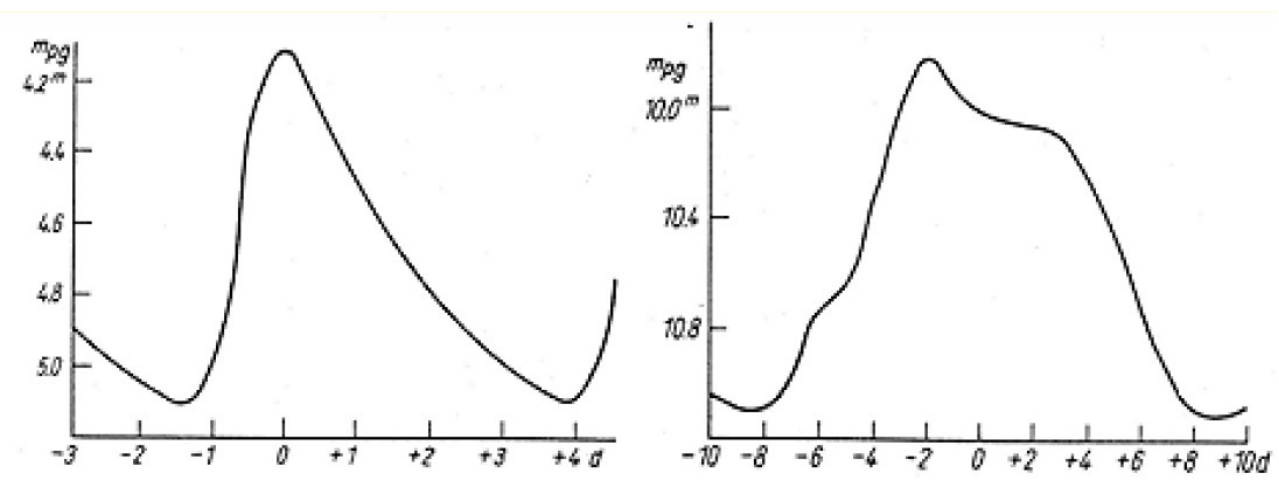
De cepheider, som er dækket af ovenstående beskrivelse, er alle stjerner af typen population I, dvs. det er stjerner, som har et stort indhold, *Z*, af tungere grundstoffer. Her betyder 'stort' at *Z* > 1-2 %. (*Z* er procentdelen af stjernens masse, der består af grundstoffer tungere end helium.)

Hvis stjernen er en population II-stjerne har den et metalindhold, der er ca. en tiendedel af indholdet for population I-stjerner. Det giver sig også til kende i dens pulsationshastighed. Formlen bliver for population II-stjerner

$$\overline{M_V} = -2{,}78 \cdot \log\left(P(d)\right) + 0{,}1 \qquad (103)$$

[5] & [6].

For samme periode lyser de altså ca. 1,5 størrelsesklasse svagere. Man kalder cepheider af denne type for *W Vir stjerner.* Man kan skelne de to cepheidetyper ved at undersøge deres lyskurver. Et eksempel kan ses i figur 167.



Figur 167: Til venstre δ Ceph. Til højre W Vir. Læg mærke til udjævningen på den faldende del af kurven for W Vir. Størrelsesklasserne er ikke visuelle størrelsesklasser. (Maks-min værdierne i V-båndet er 3,48 og 4,37.) Wikipedia samt [6]

Endelig findes der f. eks. også *δ Scuti*-stjerner og *RR Lyrae*-stjerner. Dem kan man læse mere om i [7].

VI.6 Eksempel - δ Ceph

På figur 167 kan man se en lyskurve for *δ Cep*. Perioden er 5,366^d. Middelstørrelsesklassen *m* er $\overline{V}$ = (3,48+4,37)/2 = 3,93. Udfra disse oplysninger kan vi nu beregne følgende størrelser:

$\overline{M}_V$ = -2,78·log(5,366)-1,35 = -3,38.

Afstanden til stjernen er $d = 10^{\left(\frac{3{,}93-(-3{,}38)+5}{5}\right)}\ \text{pc} = 289\ \text{pc}.$

Stjernens *middelradius* er $\overline{R} = R_{sol} \cdot 10^{0{,}680 \cdot \log(5{,}366)+1{,}146} \cdot R_{sol} = 43{,}9 \cdot R_{sol} = 3{,}05 \cdot 10^{10}\ \text{m} = 0{,}20\ \text{AU}.$

For at finde temperaturen og den absolutte luminositet skal vi løse ligningerne (97), (98), (100), (102) mht. *T* og *L*. (Hvis vi havde *B*, kunne (96) anvendes til at finde *T*.) Herunder er første ligning Stefans lov sat lig med (100), og 2. ligning er formel (97).

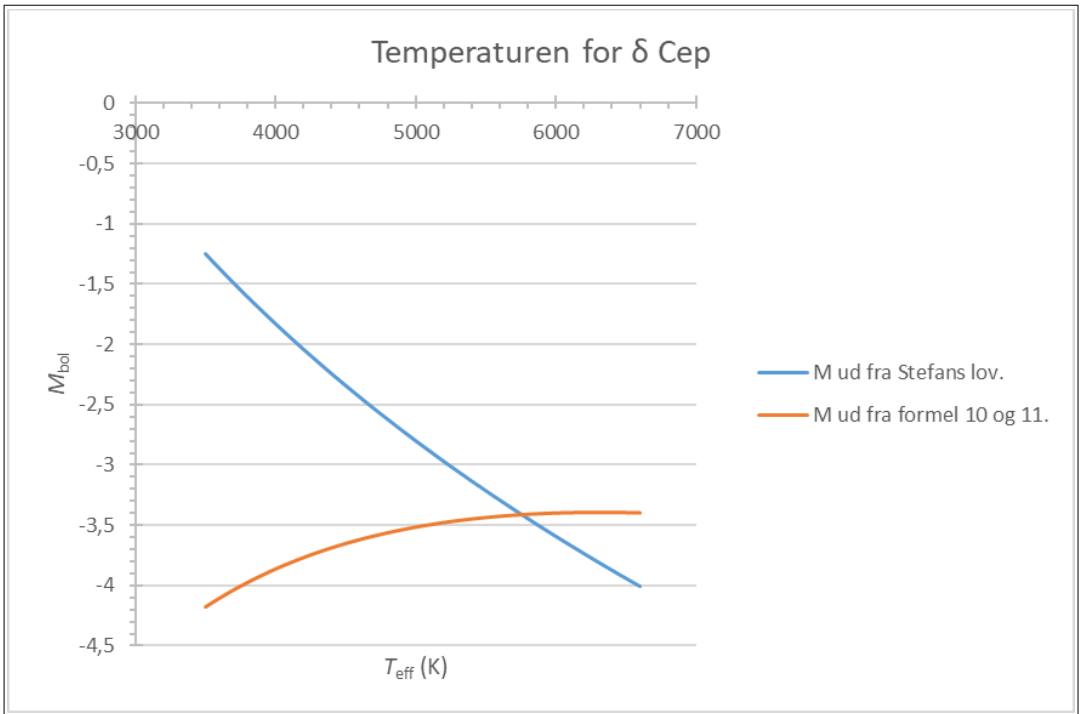
$$4\cdot\pi\cdot R^2\cdot\sigma\cdot T^4=2{,}5119^{4{,}78-M}\cdot L_{sol}\wedge M=-3{,}38-11{,}94\cdot\left(\log\left(T_{eff}\right)\right)^2+90{,}749\cdot\log\left(T_{eff}\right)-172{,}45.$$

Vi isolerer den bolometriske størrelsesklasse i den første ligning. Det giver

$$M=4{,}78-2{,}5\cdot\log\left(\frac{4\cdot\pi\cdot R^2\cdot\sigma\cdot T_{eff}^4}{L_{Sol}}\right),$$ som sættes ind i den anden formel ovenfor. Det giver

$$4{,}78-2{,}5\cdot\log\left(\frac{4\cdot\pi\cdot R^2\cdot\sigma\cdot T_{eff}^4}{L_{Sol}}\right)=-3{,}38-11{,}94\cdot\left(\log\left(T_{eff}\right)\right)^2+90{,}749\cdot\log\left(T_{eff}\right)-172{,}45$$

Man kan løse ligningerne grafisk eller i et godt CAS-værktøj. *TInSpire* kan ikke beregne den rigtige løsning, så der laves i stedet for et regneark indeholdende kolonnerne, T_{eff}, samt tallene for de to ligninger for *M*. På figur 168 er grafen tegnet. Derved kan vi aflæse skæringspunktet for de to grafer.



Figur 168: I grafen er den absolutte størrelsesklasse beregnet hhv. vha. Stefans lov samt formlerne (14) og (13). Skæringspunktet angiver stjernens temperatur og absolutte størrelsesklasse.

Vi aflæser en *middeltemperatur* på $\overline{T}$ = 5,75 kK og en *middel absolut størrelsesklasse på M = -3,41*, som svarer til en middelluminositet på $\overline{L}$ = 1,9 k$L_\odot$. Ved det sidste resultat er formel (100) anvendt.

Ud fra resultaterne er det tydeligt at se, at cepheiden er enorm i forhold til Solen, både mht. middelradius og absolut luminositet. Det er derfor, at cepheider er så nyttige, når man skal bestemme kosmologiske afstande.

VI.6.1 Opgave - Strålingsvariationen for δ Cep

Antag at cepheidens temperatur ikke varierer ret meget, så du kan sætte den til T = 5,75 kK.

a) Beregn den bolometriske korrektion.
b) Find den tilsyneladende visuelle størrelsesklasse, når stjernen lyser kraftigst. (Se figurteksten på figur 167.)
c) Beregn den absolutte bolometriske størrelsesklasse, idet afstanden er 289 pc.
d) Beregn cepheidens maksimaludstråling. Sammenlign med middelluminositeten.
e) Hvor meget ændrer stjernens radius sig?

Ovenstående overslag ændrer sig naturligvis, hvis man inkluderer den temperaturvariation stjernen gennemgår.

-o-

VI.6.2 Opgave - Periode-lysstyrkerelation for Cepheider af type I

Formel (88) eller (95) viser en relation mellem en cepheides periode, målt i dage, som funktion af dens gennemsnitlige absolutte størrelsesklasse i V-båndet. Henrietta Leavitt fandt relationen $\langle m\rangle = a \cdot \log(P/\mathrm{d}) + b$. I formlen angiver d enheden dage, P er perioden og $\langle m\rangle$ er middelluminositeten.

I denne opgave skal du måle en periode-lysstyrkerelation for de samme stjerner, som Ejner Hertzsprung havde til rådighed. Han brugte en ret indviklet metode til at bestemme afstanden til SMC, og resultatet blev dårligt, så her bruger vi ikke hans metode.

Stjernens navn	P (d)	p (")	$\langle m\rangle$
α Umi	3,97	0,00754	2,12
SU Cas	1,95	0,00212	6,23
RT Aur	3,75	0,001815	5,30
ζ Gem	10,15	0,00237	4,00
l Car	35,52	0,00209	4,30
X Sgr	7,01	0,00343	4,69
W Sgr	7,59	0,00118	4,72
Y Sgr	5,77	0,00364	5,81
κ Pav	9,09	0,0052	4,50
η Aql	7,18	0,00236	4,06
S Sge	8,38	0,00064	5,78
T Vul	4,44	0,00167	5,83
δ Cep	5,37	0,00377	4,14

Tabel over E. Hertzsprungs data undtagen kolonne 3, som er taget fra Stellarium. [12]

a) Benyt et regneark til at beregne en kolonne med $\log_{10}(P/\mathrm{d})$-værdier.
b) Beregn dernæst en kolonne med afstande til stjernerne. Enheden skal være pc.
c) Beregn de gennemsnitlige abolutte størrelsesklasser $\langle M_V\rangle$ vha. afstandsformlen.
d) Tegn en graf med $\langle M_V\rangle$ som funktion af $\log(P/\mathrm{d})$, og lav en lineær regression.
e) Hvis du vil gøre som de professionelle, så vend også 2. aksen om, så opad angiver stigende lysstyrke.

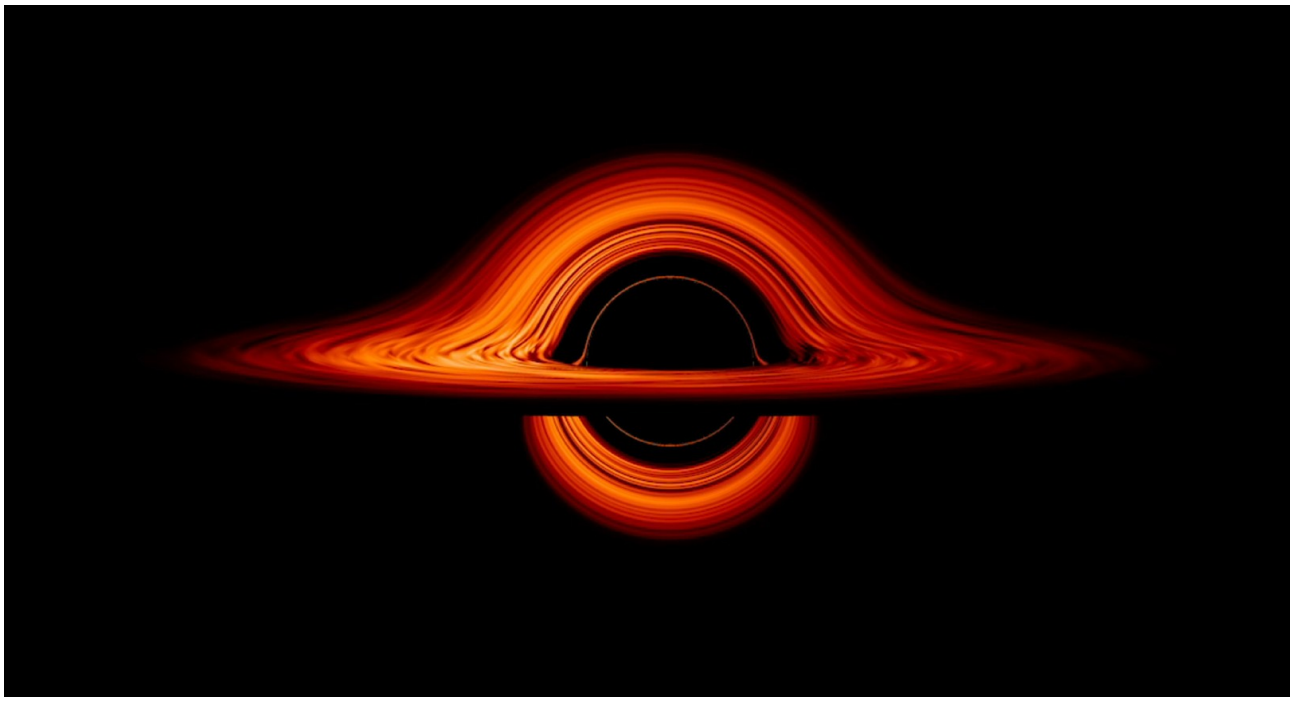
f) Sammenlign dit resultat med (95). Overrasker det dig, at Hertzsprung målte en ganske forkert afstand til SMC?

VI.7 Referencer

1. http://ircamera.as.arizona.edu/Astr2016/lectures/galaxies.htm.
2. http://astro.unl.edu/naap/hr/hr_background3.html
3. Ap. J, **512**, 553-557, 1999. Gieren et al. *Calibrating the Cepheid Period-Radius Relation with Galacatic and Magellanic Cloud Cepheids*.
4. C. W. Allen, Astrophysical Quantities, 3rd edition, Athlone Press, 1974.
5. https://academic.oup.com/mnras/article/308/4/969/1030435/Direct-calibration-of-the-Cepheid-period .
6. Hofffmeister et al, 1985, *Variable Stars.* (http://www.aavso.org/files/vsots/spring03.pdf)
7. Kurtz et al, *Asteroseismology*, Springer Verlag 2010
8. https://arxiv.org/abs/1201.1809 F. Ballasteros, *New insights into Black Bodies*, EPL Volume 97, Number 3, February (2012) 34008.
9. The Astrophysical Journal Supplement, Volume 208, Issue 1, article id. 9, 22 pp. (2013).
10. Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics.
11. The Astronomical Journal, 124:2931-2942, nov. 2002: *The Distance Scale for Classical Cepheid Variables.* David G. Turner og James F. Burke.
12. https://adsabs.harvard.edu/abs/1914AN....196..201H
13. Storm et al: *"Calibrating the Cepheid period-luminosity relation from the infrared surface brightness technique"*, A & A. **534**, A95 (2011). https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2011/10/aa17154-11/aa17154-11.html, tabel 6.

Illustration 1: Pickerings computere. Henrietta Swan Leavitt sidder under grafen på væggen. [10].

VII Sorte huller



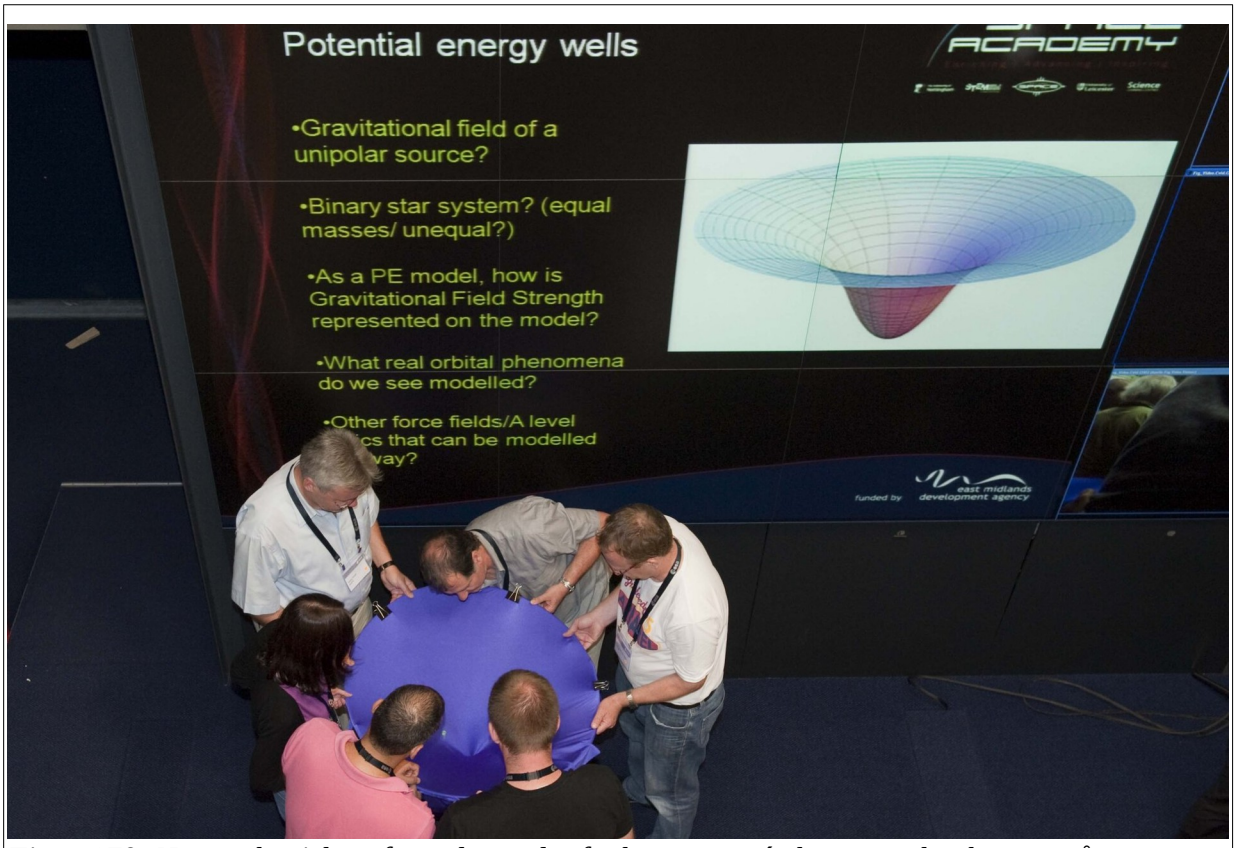
Figur 169: En model af en tilvækstskive omkring et sort hul. Kilde: NASA/Goddard Space Flight Center/Jeremy Schnittman.

VII.1 Simpel beskrivelse af et sort hul

Et sort hul er defineret som et område, hvor hverken lys eller stof kan undslippe. Vi kender gravitationen fra den klassiske fysik, og læseren kan forestille sig hvor svært det er at undslippe Jordens tyngdefelt. For at det kan lade sig gøre, kræves der kraftige raketter. Men klassisk set burde lys være upåvirket af gravitationen.

I verdensrummet er det mere korrekt at benytte den generelle relativitetsteori, og ved brug af den ser man, at selv masseløse partikler som lys udsættes for gravitation. Gravitationen er i relativitetsteorien udtrykt ved en deformation af selve *rumtiden*, som beskrives af de 3 rumlige koordinater og en 4. koordinat, der er proportional med tiden. Dvs. rumtiden kan skrives med 4

koordinater (x, y, z, ct), hvor c er lysets hastighed i vakuum. Det er umuligt at forestille sig 4 dimensioner i hovedet, så derfor kan vi illustrere rumtiden ved at gå 1 dimension ned. Betragt figur 170. Her er vist, hvordan en 2-dimensional flade er strukket i den 3. rumlige dimension. Vi har lagt en tung kugle i midten af det elastiske klæde, som så bliver udtrukket. Derefter kan man tage en lille stålkugle og få den til at snurre rundt, mens den ruller nedad mod den tunge kugle. Noget tilsvarende sker med rumtiden i nærheden af tunge legemer, og netop fordi rumtiden er forvrænget, og da lys bevæger sig i rumtiden, vil lyset også udsættes for gravitation.



Figur 170: Noget elastisk stof er udspændt af 6 lærere, og én kaster en kugle, som så snurrer rundt, mens den glider ned i bunden af stoffet. Øverst til højre ses en grafisk fremstilling af gravitationsfeltet. [1]

VII.1.1 Schwarzschildradius

Et sort hul er en punktkilde, dvs. dens radius går mod 0 og dens densitet går mod uendelig. Det viser sig, at hullet har en endelig masse. Der er en mindsteradius større end 0 fra hullet, hvor lys bliver opslugt, og den kalder vi schwarzschildradius efter Karl Schwarzschild, som først beskrev fænomenet. For at beregne radius korrekt, kræves der indviklet relativitetsteori, men vi kan faktisk godt udlede schwarzschildradius klassisk, hvis vi lukker øjnene et par steder.
To legemer, der er gravitationelt bundne har den mekaniske energi

$$E_{mek} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$$

Se evt formel (9). Hvis legemerne netop er frie, er den mekaniske energi 0, og hvis legemerne er bundne til hinanden, er energien negativ. Vi betragter det koordinatsystem, hvor farten af det sorte hul er $V = 0$. For en bestemt radius $r = R_{sch}$ er energien 0, og det er den radius, vi leder efter, da den angiver den grænse, hvor partikler overgår fra at være frie til bundne. Dvs.

$$0=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2-\frac{G\cdot M\cdot m}{R_{sch}}\Leftrightarrow$$
$$R_{sch}=\frac{2\cdot G\cdot M}{v^2}$$

I tilfældet en foton (altså lys) er hastigheden lyshastigheden, *c*, og dermed får vi

$$R_{sch}=\frac{2\cdot G\cdot M}{c^2} \tag{104}$$

Dette er den rigtige formel for schwarzschildradius. Problemet med selve regnestykket er, at vi delte med det lille legemes masse i udledningen af formlen, og da en fotons masse er 0, har vi delt med 0. Det må man jo ikke.

VII.1.2 Øvelse – beregning af schwarzschildradius

Find Solens masse, gravitationskonstanten og lysets hastighed i *Formelsamling i astronomi* og vis, at schwarzschildradius for et legeme med Solens masse er 2,95 km.

-o-

I øvelsen ovenfor så vi, at en solmasse giver en schwarzschildradius på 2,95 km. Dermed kan vi omskrive formel 104 til formlen

$$R_{sch}=\frac{M}{M_{sol}}\cdot 2{,}95\ \text{km} \tag{105}$$

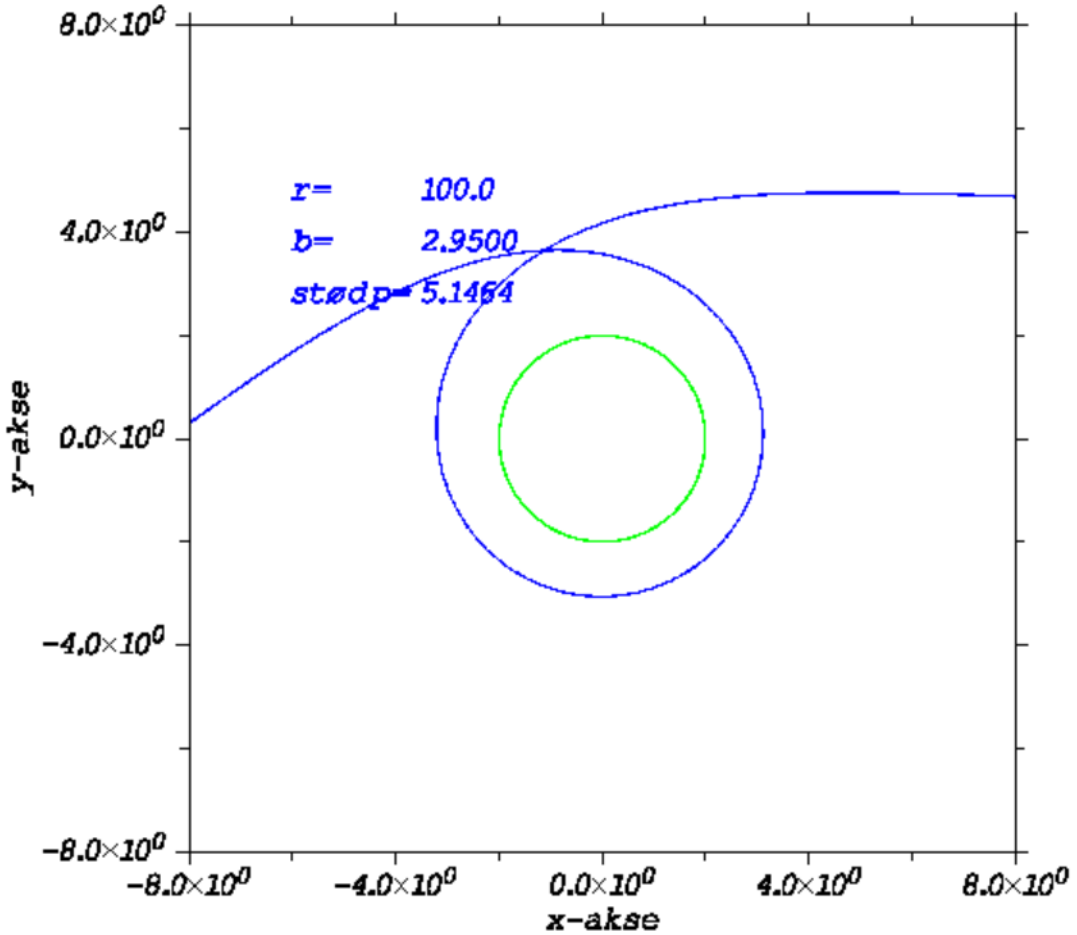
VII.1.3 Øvelse – eftervisning af formel

Vis formel 105.

VII.2 Fotoners vej omkring et sort hul

Hvis man vil beregne fotoners vej i nærheden af sorte huller, skal man løse Einsteins feltligninger. Det er en større omgang at udføre, så man kan alternativt downloade et program på astro-gym.dk, der kan tegne banebevægelserne for en. Programmet findes også på astro-serveren, som Rosborg gymnasiums elever kan tilgå. På figur 171 er indtegnet et eksempel på en fotonbane.
På billederne kommer fotonerne langt ude fra højre, og de har vinklerne hhv. 2,95º og 3,00º målt i forhold til 1. aksen. Hvis vinklerne er under 2,95º kommer de indenfor schwarzschildradius, som er markeret med de grønne cirkler. Derfra er der ingen vej ud igen.

Her er det måske på sin plads at nævne, at sorte huller virker ved gravitation, og dermed er de ikke anderledes end andre tunge legemer, der tiltrækker stof. I populærpressen fremstilles sorte huller nogle gange som værende aggressive bæster, der opsluger alt på deres vej, men sorte huller opsluger kun lys og stof, hvis man kommer tæt nok på dem eller ens hastighed ift dem er lille. Analogt oplsuger Solen og Jorden også stof, hvis det kommer tæt nok på dem.



Figur 171: Fotons bevægelse omkring et sort hul. Fotonen slipper væk efter en tur omkring det sorte hul. Enheden for radius er R_{sch}.

VII.2.1 Spil

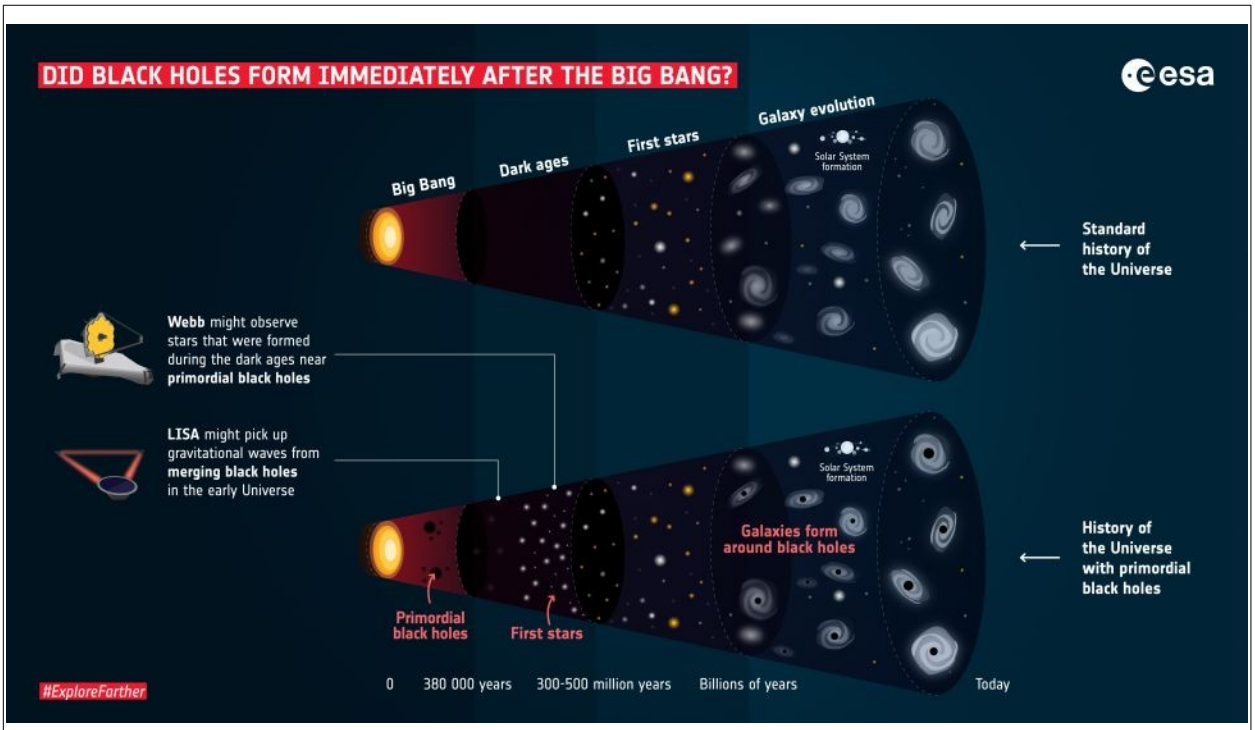
Benyt programmet *Fotontorpedo.tns*, som ligger på astro-serveren til at skyde fotontorpedoer afsted, og benyt det sorte hul til at ramme de to rumskibe. Hvem skal bruge færrest forsøg for at ramme?

-o-

Hvis man er blevet interesseret i, hvordan man beregner fotoners baner, kan man læse afsnit VII.4, hvor man ledes gennem beregningerne.

VII.3 Dannelse og fordampning af sorte huller

VII.3.1 Dannelse af sorte huller



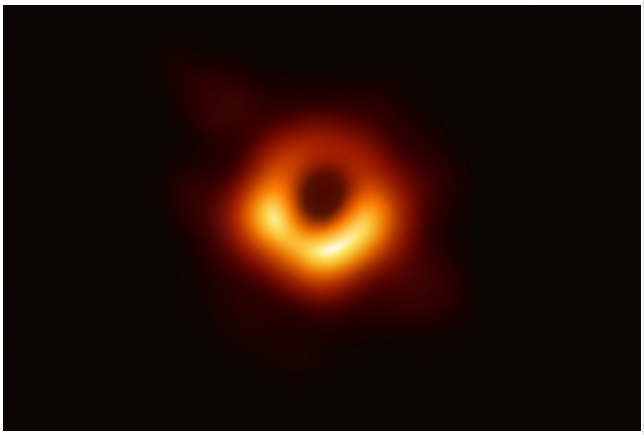
Figur 172: Bemærk, at de sorte huller har været med til at danne stjerner væsentligt tidligere end øverste model viser.[2] samt ESA.

Sorte huller dannes ved supernovaeksplosioner af stjerner, der vejer mere end ca. 20-30 solmasser.[44] Selve den brøkdel af en stjernes masse, der skal bruges til at lave det sorte hul, behøver dog ikke veje mere end ca. 3-4 solmasser.

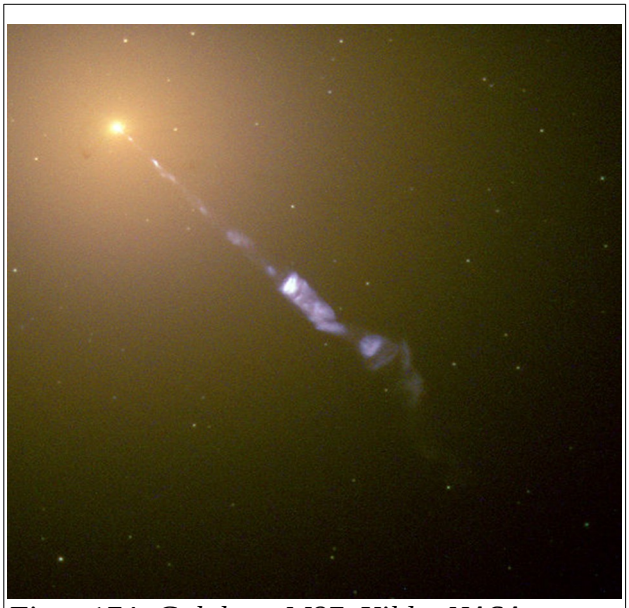
Sorte huller blev sandsynligvis også dannet ved Big Bang. [2] De har dermed været med til at danne galakserne, og det ændrer lidt på den tidslinje, man hidtil har troet gælde for Universets udvikling. Se figur 172.

I dag ved vi, at sorte huller eksisterer, fordi vi har observeret dem. På figur 174 ses et billede af galaksen M87. Man ser, at den udstråler en jet af gas, og det er et indicium på, at der er noget meget tungt i midten af galaksen. Det viste sig, at det er et sort hul, der er årsag til jetten.

44 Det er svært at give en eksakt grænse, da det ikke kun er massen, der bestemmer, om en døende stjerne ender som neutronstjerne eller sort hul. F.eks. vil et lavere metalindhold i stjerner sænke massegrænsen for dannelsen af et sort hul.



Figur 173: Et optaget billede af det sorte hul i midten af M87. Kilde: Event Horizon Telescope. Det sorte område i midten giver den såkaldte fotonradius. Se opgave VII.4.7.



Figur 174: Galaksen M87. Kilde: NASA.

Det sorte hul i midten af M87 har en masse på 6,5 mia. solmasser. Det vises i øvelsen nedenfor.

VII.3.2 Øvelse - Massen af det sorte hul i M87

Målinger på figur 173 viser, at schwarzschildradius i midten har en vinkelradius på $7{,}6\cdot10^{-6}$ ". Afstanden til galaksen fra Mælkevejen er målt til 16,4 Mpc.

a) Beregn vinkelradius i grader eller radianer.
b) Benyt tan-reglen for en retvinklet trekant til at beregne schwarzschildradius i meter.
c) Benyt formel (104) eller (105) til at beregne massen af det sorte hul.

-o-

Der findes også et sort hul i midten af Mælkevejen. Dets masse er ca. 4 millioner solmasser. I dag tror vi, at alle galakser har en kerne bestående af et stort sort hul. Muligvis har det sorte hul virket som en form for kondensationskerne, som har tiltrukket stof og stjerner og dermed lavet galakserne.

VII.3.3 Fordampning af sorte huller

Eftersom intet energi/stof kan slippe væk fra de sorte huller, skulle man umiddelbart forvente, at sorte hullers skæbne må være at eksistere i resten af Universets levetid. Sådan en klassisk tankegang er imidlertid ikke rigtig, og kvantemekanikken åbner op for nye muligheder. For eksempel viste Werner Heisenberg, at der på små skalaer, gælder en regel, man kalder *usikkerhedsrelationen.* På formelsprog er usikkerhedsrelationen: $dE\cdot dt > h/(4\pi)$. Læseren har tidligere set den i brug ved fusionsprocesser i stjerners kerner. Se evt. kapitlet *Solen og andre stjerner*.

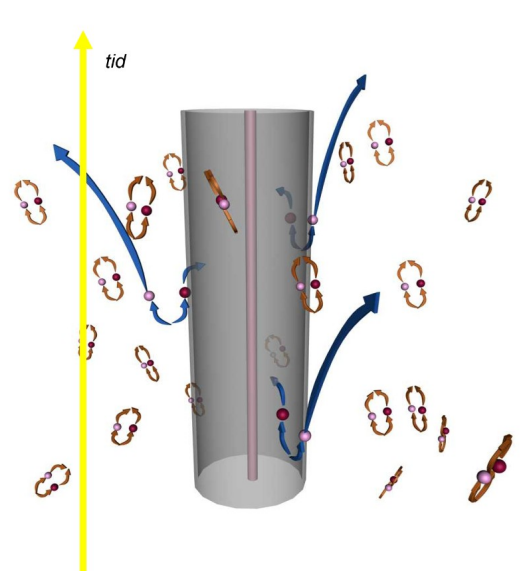
I ord betyder usikkerhedsrelationen, at en partikels energi er målt med en usikkerhed angivet som dE, og usikkerheden på målingens tidspunkt er angivet som dt. De to usikkerheder ganget sammen overskrider altid værdien, $h/(4\pi) = 5{,}27\cdot10^{-35}$ J·s. Disse usikkerheder er uafhængige af ens udstyr, dvs. man kan ikke mindske dem.

Hvis man betragter et punkt i rummet til et ganske bestemt tidspunkt med dt gående mod nul, vil punktets energi altså have en voksende usikkerhed. Der kan altså kortvarigt være store mængder

energi i punktet! Einsteins formel $E=mc^2$ viser, at energi og masse er ækvivalente størrelser, dvs. der kan dannes partikler af energi i meget korte tidsrum. Disse partikler kaldes for virtuelle partikelpar.

Normalt vil de virtuelle partikelpar forsvinde igen i løbet af tidsrummet *dt*, men hvis de opstår i nærheden af et sort hul, kan den ene virtuelle partikel smutte ned i det sorte hul og forsvinde, mens den anden slipper væk uden mulighed for at sammensmelte med sin antipartikel igen. Energien til processen kan ikke komme af ingenting, og den bliver taget fra det sorte hul.

De partikler, der slipper væk kan være fotoner eller de kan henfalde til fotoner, og derfor lyser sorte huller som absolutte sorte legemer (planckstråling), og derfor er det muligt for sorte huller at fordampe.



Figur 175: Tiden går opad. Man observerer det samme punkt over tid. Partikler dannes og forsvinder igen nærmest øjeblikkeligt. [3]

Fænomenet er forsøgt illustreret i figur 175, og figuren fortolkes på følgende måde: Nederst på figuren er indtegnet to cirkler, hvor den inderste cirkel svarer til det sorte hul, og den yderste cirkel svarer til schwarzschildradius. Man burde tegne en kugle, men så bliver det umuligt at tegne tidsaksen på.

Når tiden går, tegnes cirklerne igen og igen for nye tidsværdier. Det er derfor de 2 cirkler bliver til 2 cylindre. De små partikler, der er tegnet ind, viser, at partikel-antipartikel-par dannes tilfældigt, og de fleste forsvinder hurtigt igen – undtagen hvis den ene virtuelle partikel krydser schwarzschildradius. Så kan den ikke komme ud og møde sin antipartikel, og den anden partikel flyver så væk.

Stephen Hawking og Jacob Bekenstein har regnet på problemet, og resultaterne kan man se herunder. [5], [6] Temperaturen af et sort legeme med massen *M*, er givet ved formlen

$$T=\frac{1{,}230\cdot 10^{23}}{M}\,\mathrm{K}\cdot\mathrm{kg} \tag{106}$$

Vi kan dermed beregne luminositeten af det sorte hul vha. Stefans-Boltzmanns strålingslov:

$$L=4\cdot\pi\cdot R^2\cdot\sigma\cdot T^4=4\cdot\pi\cdot R^2\cdot\sigma\cdot\left(1{,}230\cdot 10^{23}\,\mathrm{K}\cdot\mathrm{kg}\cdot M^{-1}\right)^4 \tag{107}$$

Indsættes udtrykket fra formel (104) for R_{sch} i formel (107) får man:

$$L=3{,}597\cdot 10^{32}\cdot M^{-2}\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{kg}^2 \tag{108}$$

Eftersom energi og masse er ækvivalente størrelser, kan vi beregne hvor meget masse, der forsvinder som funktion af tiden:

$$E = M \cdot c^2 \Rightarrow \frac{dE}{dt} = E'(t) = M'(t) \cdot c^2 = -L = -3{,}597 \cdot 10^{32}\,\mathrm{W} \cdot \mathrm{kg}^2 \cdot M^{-2} \tag{109}$$

Overvej hvorfor der skal et minus ind i regnestykket ovenfor. Formel (109) er en differentialligning, og den kan man løse analytisk. En udregning (som 3. g højniveau-matematikelever kan efterprøve) viser, at løsningen bliver:

$$M(t) = \left(-1{,}20 \cdot 10^{16} \frac{\mathrm{kg}^3}{\mathrm{s}} \cdot t + M_0^3\right)^{\frac{1}{3}} \tag{110}$$

hvor M_0 er det sorte huls masse til dannelsestidspunktet.

VII.3.3.1 Eksempel – Sort hul med en masse på 10 solmasser

Et sort hul har en masse på 10 solmasser. Levetiden, T_{leve}, for det sorte hul kan bestemmes ud fra formel (110) forudsat, at det sorte hul ikke opsuger masse i løbet af sit levetid. Når det sorte hul er fordampet, er dets masse naturligvis 0, og det giver

$$M(T_{leve}) = 0 = \left(-1{,}20 \cdot 10^{16} \frac{\mathrm{kg}^3}{\mathrm{s}} \cdot T_{leve} + \left(1{,}989 \cdot 10^{31}\ \mathrm{kg}\right)^3\right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow T_{leve} = 6{,}56 \cdot 10^{77}\ \mathrm{s} = 2{,}08 \cdot 10^{70}\,\mathrm{yr}$$

Det sorte hul eksisterer altså i lang tid. (Sammenlign med universets alder på 13,8 Gyr.)

-o-

Som eksemplet ovenfor viser, er der i praksis tale om ganske stabile legemer, men som formel (110) og eksemplet ovenfor også viser, afhænger levetiden af det sorte huls masse i 3. potens. Dvs. hvis man lader startmassen af det sorte hul falde, vil levetiden også falde drastisk. I opgave VII.3.3.4 regnes på problemet for et sort hul med massen 10^{10} kg. Her vises det, at levetiden er faldet til kun $2{,}65 \cdot 10^6$ år.

Spørgsmålet er så, om der overhovedet findes så små sorte huller. Inderen Chandrasekhar har vist, at døde stjerner (hvide dværge) med masser på under ca. 1,4 solmasser sagtens kan holde sig selv stabile ved hjælp af en mekanisme, der kaldes degeneret tryk i gasser, så de små sorte huller dannes ikke af stjerner, men en anden teori er, at de er blevet dannet ved et kolossalt tryk i Big Bang.

VII.3.3.2 Eksempel – partikelbeskydning på CERN

Den store accelerator, LHC, ved CERN skyder stråler af ladede partikler ind i hinanden. Hver stråles partikelenergi er på $1{,}09 \cdot 10^{-6}$ J. Det lyder måske ikke af så meget, men når man tænker på, at partiklerne kan være protoner, så svarer energien til 7250 gange protonens hvilemasse. (Husk at $E=mc^2$.) Det er en voldsom energi. Når sådanne protoner hamrer ind i hinanden, skabes mikroskopiske sorte huller. De er dog så små, at de fordamper med det samme (ca. 10^{-84} s), og derfor er det ikke farligt at lave eksperimenterne. [4]

VII.3.3.3 Eksempel – fordampning og baggrundsstrålingen

I eksempel VII.3.3.1 så vi på fordampningen af et sort hul, men vi tog ikke hensyn til, at det sorte hul hele tiden modtager energi fra den kosmologiske baggrundsstråling.

Lad os se på det eksempel, hvor et sort hul har en masse, der er så stor, at den netop har en temperatur på 2,7255 K, som er temperaturen af baggrundsstrålingen. Ved indsættelse i formel (106) fås massen

$$M = 1{,}230 \cdot 10^{23} \frac{\mathrm{K} \cdot \mathrm{kg}}{2{,}7255\ \mathrm{K}} = 4{,}51 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg} = 2{,}27 \cdot 10^{-8}\, M_{sol}$$

Ovenstående masse er jo ganske lille, og det betyder, at *ingen* sorte huller, der er dannet ved stjerneeksplosioner er begyndt at fordampe endnu, da de modtager mere strålingsenergi, end de udsender.

VII.3.3.4 Øvelse - Et lille sort hul

Betragt et lille sort hul, som blev skabt ifm. Big Bang. Det har massen $1 \cdot 10^{10}$ kg. Antag, at det sorte hul ikke modtager stråling fra omgivelserne.

7. Beregn det sorte huls levetid.
8. Lav en tabel med *t*, *L*, og *M*-værdier.
9. Lav en (*t*, *L*)-graf, en (*t*, *M*)-graf samt en (*M*, *L*)-graf.
10. Lav en endelig en (*M*, *L*)-graf.
11. Fortolk de fundne grafer.

-o-

VII.4 Fotoners bevægelse om sorte huller

I dette afsnit vil vi se på nogle resultater fra den generelle relativitetsteori, som kan bruges til at beskrive, hvad der sker, når lys bevæger sig i nærheden af et sort hul. Emnet er ret svært og langt over niveauet for astronomi C-pensum, men det kan bruges som emne til SRP i matematik og astronomi.

VII.4.1 Polære koordiater

Det mest kendte koordinatsystem er det kartesiske, som består af 1-3 dimensioner, og enhedsvektorerne er vinkelrette på hinanden. Et kartesisk koordinatsystem kan ses på figur 176. Akserne er blå, og et tilfældigt punkt *P* har koordinatsættet (*x*, *y*, *z*), som er de samme koordinater en vektor har. Den er markeret med en orange pil.

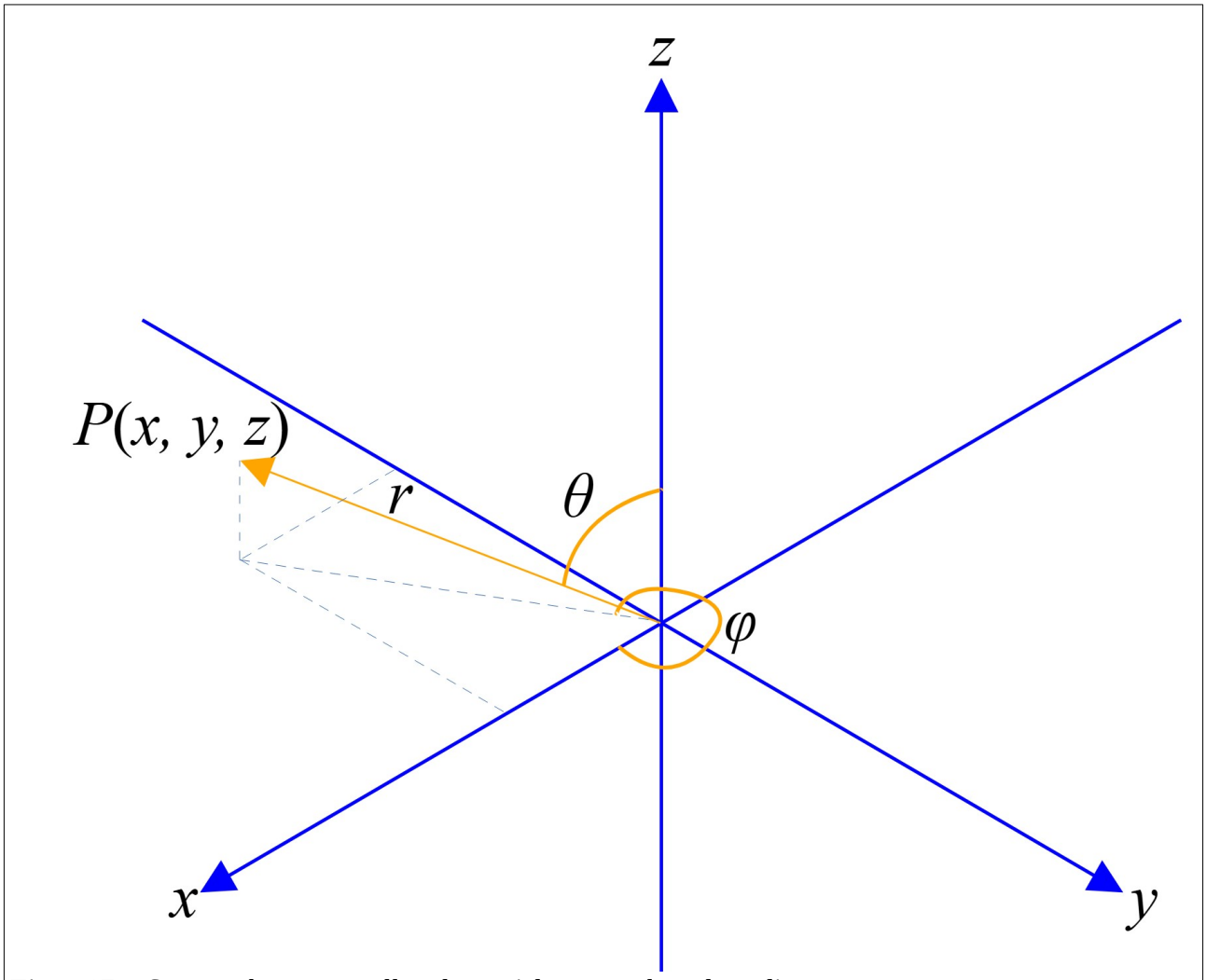
Ofte viser det sig, at matematikken bliver unødigt bøvlet, hvis man bruger et kartesisk system. Det ser man f. eks. i cylinder- eller sfærisk symmetriske problemstillinger, og derfor skifter man ofte koordinatsystem.

Vi antager et sort hul til at være sfærisk symmetrisk, og derfor vil vi bruge det såkaldte *polære koordinatsystem*, som er nyttigt ved sfærisk symmetriske problemstillinger. Man kan se sammenhængen mellem de kartesiske koordinater og de polære koordinater (r, θ, φ) på figur 176.

I matematik kan man vise følgende sammenhæng mellem de to koordinatsæt

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cdot \cos(\varphi) \\ \sin(\theta) \cdot \sin(\varphi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \tag{111}$$

Bemærk at visse matematikbøger bytter om på θ og φ!



Figur 176: Sammenhængen mellem kartesiske- og polære koordinater.

VII.4.2 Geodæter og metrikker

En geodæt er defineret som den korteste afstand, *ds*, mellem to punkter. Lyset vil altid bevæge sig langs geodæter. I et 1-3 dimensionalt kartesisk koordinatsystem er geodæten linjen mellem to punkter.

Vi definerer ved hjælp af Pythagoras' sætning *metrikken* som

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \tag{112}$$

Dvs. hvis vi er i et punkt $P(x, y, z)$, og vi har et nabopunkt $Q(x+\mathrm{d}x, y+\mathrm{d}y, z+\mathrm{d}z)$ vil afstanden $|PQ| = \mathrm{d}s$.

Hvis koordinatsystemet ligger på overfladen af en kugle, er den korteste afstand mellem to punkter ikke en linje men derimod et cirkeludsnit. Det ændrer metrikken. Et punkt på en kugleoverfladen er jo netop udtrykt ved de polære koordinater (r, θ, φ), så man kan differentiere formel (111) og indsætte i formel (112), og det viser sig, at metrikken bliver

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \cdot \sin^2(\theta) d\varphi^2 \tag{113}$$

Det er en længere sag at vise (113), men den interesserede matematik A-elev, vil sikkert finde opgaven spændende. Det kan være nyttigt først at sætte sig ind i partiel differentiation samt differentialform, inden man forsøger at vise formlen.

I relativitetsteorien er der som tidligere nævnt 4 dimensioner, nemlig de 3 tidslige + *ct*. I SI-systemet er c = 2,99792458·10^8 m/s, men i et andet enhedsystem kan man jo vælge hastigheden til 1, for at lette beregninger. Oftest vælger man retningen af vektorerne sådan, at en *rumtidskoordinat* skrives som (x, y, z, -t), hvis c = 1. Bemærk at de 4 koordinater er vinkelrette på hinanden – noget vi ikke kan tegne eller forstå i 4 dimensioner, men matematisk set kan man godt lave et koordinatsystem, der har 4 akser, som alle er indbyrdes vinkelrette.

VII.4.3 Schwarzschildmetrikken

På figur 170 er en 2-dimensional analogi til sort hul-problemet vist. Problemet er sfærisk symmetrisk om det tunge legeme, men der er jo ikke længere tale om en kuglesymmetri, som vi så i eksemplet i forrige afsnit. Spandex-stoffet er strukket ud i en aflang form, og den er præciseret øverst på figuren. I virkeligheden er det et 4-dimensionalt problem, der skal regnes på, og det kan man ikke lige tegne.

Karl Schwarzschild har dog regnet på problemet, og det lykkedes ham at finde en metrik for rumtiden omkring et sort hul. Den anfører vi, uden bevis, herunder

$$c^2 \cdot d\tau^2 = B(r) \cdot dt^2 - A(r) \cdot dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \cdot \sin^2(\theta) \cdot d\varphi^2 \tag{114}$$

Bemærk venstresiden i ovenstående formel ift. venstresiden på formel 113, hvor ds var en rumlig afstand. cdτ er er stadigvæk en afstand, mens τ er et tidsmål som kaldes partiklens *egentid*.

Ovenfor er *A(r)* og *B(r)* defineret til

$$A(r) = \left(1 - \frac{2 \cdot M \cdot G}{c^2 \cdot r}\right)^{-1} \text{ og } B(r) = \left(1 - \frac{2 \cdot M \cdot G}{c^2 \cdot r}\right) \cdot c^2 \tag{115}$$

Hvis vi bruger formel (104), som er udtrykket for schwarzschildradius, kan vi skrive *A(r)* og *B(r)* som

$$A(r) = \left(1 - \frac{R_{sch}}{r}\right)^{-1} \text{ og } B(r) = \left(1 - \frac{R_{sch}}{r}\right) \cdot c^2 \tag{116}$$

Det er nemt at se, at produktet af *A(r)* og *B(r)* giver c^2.

En måde at fortolke metrikken på er, at det tunge legeme bøjer rumtiden, og det kommer matematisk set til udtryk i formlen for metrikken. I Newtons verden ville det svare til gravitationskraften, som sammen med Newtons 3 love kan bruges til at finde den resulterende kraft på legemet. Når den er kendt, kan man integrere sig frem til bevægelsesligningerne.

VII.4.4 Einsteins feltligninger

I relativitetsteorien skal man bruge Einsteins feltligninger sammen med metrikken, når man vil finde bevægelsesligningerne. Feltligningerne er fæle at regne på, så vi springer over hvor gærdet er lavest og noterer Steven Weinbergs version af ligningerne ned. [7, pp. 185] De er

$$
\begin{aligned}
&\text{a) } 0=\frac{d^2 r}{dp^2}+\frac{A'(r)}{2\cdot A(r)}\cdot\left(\frac{dr}{dp}\right)^2-\frac{r}{A(r)}\cdot\left(\frac{d\theta}{dp}\right)^2-\frac{r\cdot\sin^2(\theta)}{A(r)}\cdot\left(\frac{d\varphi}{dp}\right)^2+\frac{B'(r)}{2\cdot A(r)}\cdot\left(\frac{dt}{dp}\right)^2\\
&\text{b) } 0=\frac{d^2\theta}{dp^2}+\frac{2}{r}\cdot\frac{d\theta}{dp}\cdot\frac{dr}{dp}-\sin(\theta)\cdot\cos(\theta)\cdot\left(\frac{d\varphi}{dp}\right)^2\\
&\text{c) } 0=\frac{d^2\varphi}{dp^2}+\frac{2}{r}\cdot\frac{d\varphi}{dp}\cdot\frac{dr}{dp}+2\cdot\cot(\theta)\cdot\frac{d\varphi}{dp}\cdot\frac{d\theta}{dp}\\
&\text{d) } 0=\frac{d^2 t}{dp^2}+\frac{B'(r)}{B(r)}\cdot\frac{dt}{dp}\cdot\frac{dr}{dp}
\end{aligned}
\tag{117}
$$

Ovenfor er p en parameter, der bestemmer linjestykket, og den er proportional med t i metrikken. Weinberg definerer sammenhængen mellem p og t som

$$\frac{dt}{dp}=\frac{c}{B(r)} \tag{118}$$

Endelig viser Weinberg, at følgende sammenhæng gælder mellem partiklens egentid, τ, og den almindelige tid, t, en observatør langt borte måler [7, p. 188]

$$\frac{d\tau}{dt}=\frac{1}{c}\cdot\sqrt{B(r)-\frac{1}{2}\cdot r\cdot B'(r)} \tag{119}$$

For en foton er relationen dog enklere, for der giver differentialkvotienten 0, dvs. formlen ovenfor er kun relevant, hvis man ønsker at regne på en partikel, som har masse.

Ligningerne (117) er 2. ordens differentialligninger og de er trælse (umulige?) at løse, så vi indfører nogle ekstra variable, så vi ender med 7 1. ordens- i stedet for 4 2. ordens differentialligninger.

De ny variable er defineret som

$$\boldsymbol{u=\frac{dr}{dp}}\ \textbf{og}\ \boldsymbol{v=\frac{d\theta}{dp}}\ \textbf{og}\ \boldsymbol{w=\frac{d\varphi}{dp}} \tag{120}$$

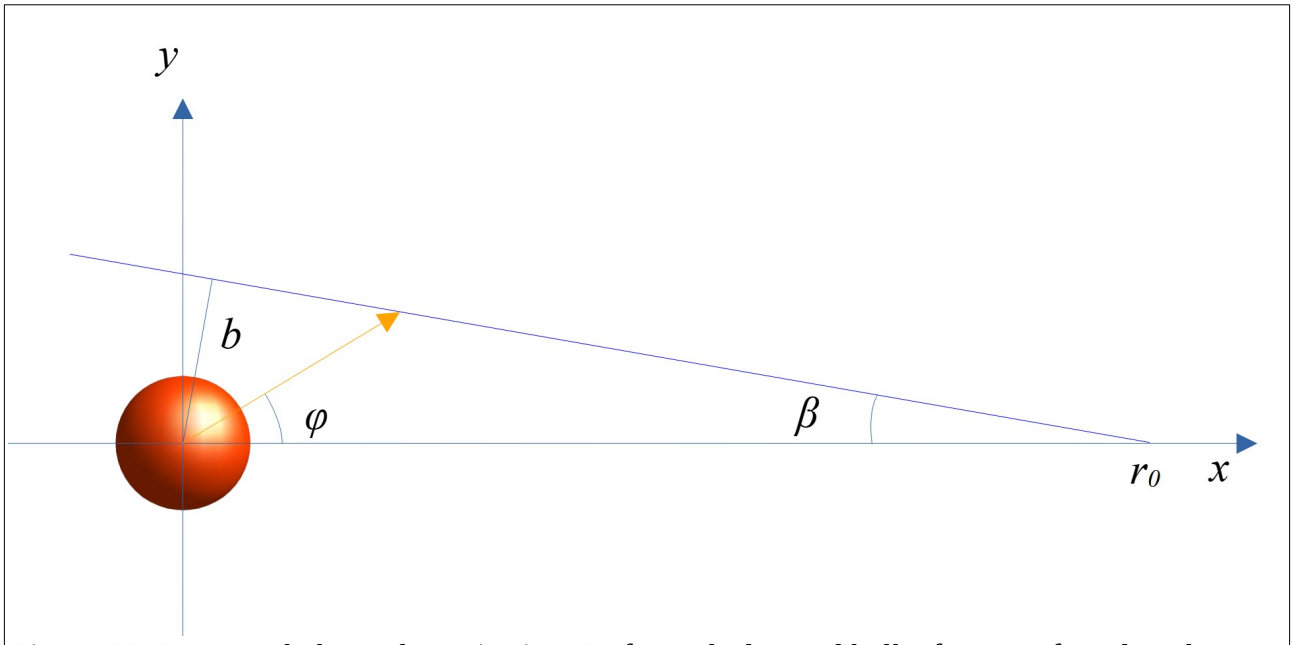
Når vi har set på problemstillingen, vil vi bruge formlerne (114)-(118) til at opstille nogle bevægelsesligninger, som et CAS-værktøj kan løse for os.

VII.4.5 Fotoners bevægelse om det sorte hul

Problemstillingen er vist på figur 177. Man har et sort hul, som er en singularitet, dvs. et punkt. Omkring det sorte hul er der tegnet en kuglesfære, som har schwarzschildradius, R_{sch}. Vi antager for simpelthedens skyld, at det sorte hul ikke er ladet og heller ikke roterer om sig selv.

Størrelsen b i figuren nedenfor kaldes for *stødparameteren*. Fotonen bevæger sig i et plan, dvs. vi kan se på bevægelsen oppefra og det betyder at vinklen $\theta = 90^o$ hele tiden. Dermed bliver ligning (117b) automatisk opfyldt.

På figuren kan man se at stødparameteren $b = r_0 \cdot \sin(\beta)$.



Figur 177: Det sorte hul er anbragt i origo. En foton skydes mod hullet fra stor afstand. x-aksen er valgt, så den går gennem fotonen i afstanden 200=100R_{sch}. z-aksen peger ud ad papiret imod læserens øje.

VII.4.5.1 Løsning af ligningerne

Vi starter med at dele metrikken (114) med dp^2. Det giver

$$0 = c^2 \cdot \left(\frac{d\tau}{dp}\right)^2 = B(r) \cdot \left(\frac{dt}{dp}\right)^2 - A(r) \cdot \left(\frac{dr}{dp}\right)^2 - r^2 \cdot \left(\frac{d\varphi}{dp}\right)^2 \tag{121}$$

Vi substituerer (118) - (120) ind i (121), og det giver

$$\frac{r \cdot w^2}{A} = \frac{1}{r} - \frac{u^2}{r} \tag{122}$$

Nu anvendes ligning (117a) sammen med (118) og (120) og at $\theta = 90^o$. Substitution af variable giver følgende ligning

$$\frac{du}{dp} = \frac{r \cdot w^2}{A(r)} - \frac{A'(r)}{2 \cdot A(r)} \cdot u^2 + \frac{B'(r)}{2 \cdot B(r)} \tag{123}$$

Vi kan substituere (122) ind i (123) hvilket giver

$$\boldsymbol{\frac{du}{dp} = \frac{1}{r} - \frac{u^2}{r} + \frac{B'(r)}{2 \cdot B(r)} \cdot \left(u^2 - 1\right)} \tag{124}$$

Ovenfor kan man beregne *B'/B* og indsætte. Det er gjort i formel (126).

I ligning (117c) substitueres udtrykkene fra (120) ind, og man får

$$\frac{dw}{dp}=-\frac{2}{r}\cdot w\cdot u \tag{125}$$

Dvs. vi har nu i alt 5 formler, der skal løses. Formlerne er (120), (124) og (125). Det er ikke nødvendigt at se på formel (117d), da det er formen på banen, vi er interesserede i – ikke tidspunkterne.

VII.4.6 Programmeringsopgaven

De ligninger, der skal løses er sammenfattet nedenfor.

$$\begin{gathered} u=\frac{dr}{dp}\ \text{og}\ w=\frac{d\varphi}{dp} \\ \frac{du}{dp}=\frac{1-u^2}{r}\cdot\left(\frac{r-3}{r-2}\right) \\ \frac{dw}{dp}=-\frac{2}{r}\cdot w\cdot u \end{gathered} \tag{126}$$

VII.4.6.1 Begyndelsesbetingelser

Vi arbejder ikke i SI-enheder, men i enheder, som kaldes *naturlige*, hvor man kan se definitionen af dem i formel (127).

$$G=1,M=1,c=1\Rightarrow R_{sch}=2 \tag{127}$$

På figur 177, kan man se at vi har lagt *x*-aksen i fotonen, som er $\boldsymbol{r_0}= x_0 = \mathbf{100R_{sch}}$ væk. Derfor må $\boldsymbol{\varphi_0} = \mathbf{0}$. z-aksen var anbragt, så $\boldsymbol{\theta_0=\theta=90^o}$ hele tiden.

Hvis man differentierer (111) får man hastighedsvektoren, hvis længde naturligvis skal være *c*, da vi ser på lys. Resultatet af differentiationen bliver

$$v^2=\dot{r}^2+r^2\cdot\dot{\varphi}^2\equiv c^2 \tag{128}$$

Ovenfor betyder prikken over symbolerne, at de er differentieret mht. tiden. Vi kan nu bruge (120) til at finde de sidste startparametre. (Formlen gælder kun, når man er langt borte fra det sorte hul.)

$$\begin{gathered} u=\frac{dr}{dp}=\frac{dr}{dt}\cdot\frac{dt}{dp}=\frac{\dot{r}\cdot c}{B(r)}\Leftrightarrow\dot{r}=\frac{B(r)\cdot u}{c} \\ \text{og} \\ w=\frac{d\varphi}{dp}=\frac{d\varphi}{dt}\cdot\frac{dt}{dp}=\frac{\dot{\varphi}\cdot c}{B(r)}\Leftrightarrow\dot{\varphi}=\frac{B(r)\cdot w}{c} \end{gathered} \tag{129}$$

Udtrykkene fra (129) indsættes i (128), hvilket giver

$$\left(\frac{B\cdot u}{c}\right)^2+r^2\cdot\left(\frac{B\cdot w}{c}\right)^2=c^2 \tag{130}$$

Vi ser altså at startværdierne for *u* og *w* afhænger af hinanden. Vi vælger at isolere *w*, og det giver

$$\boldsymbol{w_0=r_0^{-1}\cdot\sqrt{\frac{1}{\left(1-\frac{R}{r_0}\right)^2}-u_0^2}} \tag{131}$$

Nu mangler vi kun at finde en startværdi for u_0. Vi *vælger*

$$\boldsymbol{u_0=-\cos(\beta)} \tag{132}$$

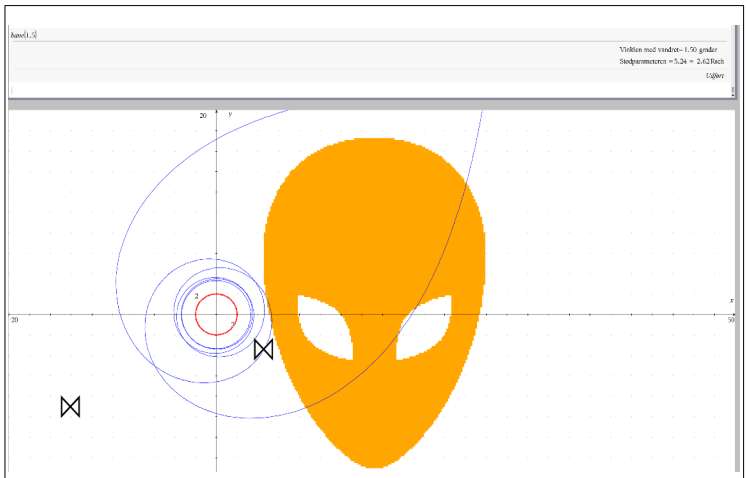
Nu er al det forberedende regnearbejde slut, og læseren føler måske, at det er ret utilfredsstillende, at formlerne (114)-(119) bare er postulerede, men det skyldes, at generel relativitetsteori er ret indviklet, og det kræver flere måneders indføring i teorien, før man kan forstå, hvad der foregår. Begrundelsen for at medtage dette afsnit er, at eleven har mulighed for at se, hvordan teori kan omsættes til en forudsigelse af noget indviklet. Det er også mit håb, at den flittige elev kan udfylde de beregninger, som ikke er medtaget i gennemgangen.

Til sidst mangler vi programmeringen, så man kan få nogle resultater frem.

VII.4.6.2 Programmeringen

Man kan bruge sit favorit CAS-program til at løse ligningerne. I nSpire er der f. eks. en rutine, der hedder *nInt*, der kan bruges til at integrere sig frem. Skabelonen til programmet kan være som følger:

A) Spørg brugeren, hvad skudvinklen β skal være.
B) Definer alle startbetingelserne, som er fremhævet med fed skrift i afsnit VII.4.6.
C) Skriv en løkke, hvor ligningerne (126) indskrives, og hvor integrationsrutinen bruges på ligningerne.
D) Gem resultaterne i nogle strenge, og de vises på en pæn måde – f. eks. i en graf.



Figur 178: En foton starter i punktet (200, 0). Den skydes med en vinkel på 3° mod det sorte hul. Banen er den blå kurve.

I figur 171 og 178 er eksempler på fremvisning af data i hhv. Fortran/DISLIN og TinSPire.

VII.4.7 Fotonradius

På figur 173 ser man et mørkt centralområde omkranset af lys, der kommer fra tilvækstskiven, som er stof, der spinner ind mod det sorte hul, mens det udsender stråling.

Diameteren af det mørke område er $2R_{\text{foton}}$, og det angiver det område, hvor lys ikke kan bevæge sig i stabile baner om hullet.

a) Benyt programmet til at skyde fotoner afsted i en startvinkel på 90º og hvor du varierer r fra 2-5.
b) Find den startafstand, hvor banen bliver en cirkel. Den afstand kaldes for fotonradius.
c) Beregn fotonradius i enheden schwarzschildradier. (1 R_{sch} = 2 radiusenheder i programmet.)
d) Undersøg om fotonen har mulighed for at slippe væk fra det sorte hul ved fotonradius. (Det bør den jo kunne.)

Hvis det sorte hul roterer, får man en anden fotonradius. Så hvis man vil bestemme massen af et sort hul, er det altså nødvendigt at undersøge om hullet roterer eller ej. Der er masser af stof til universitetsstudierne!

-o-

VII.5 Sammenfatning

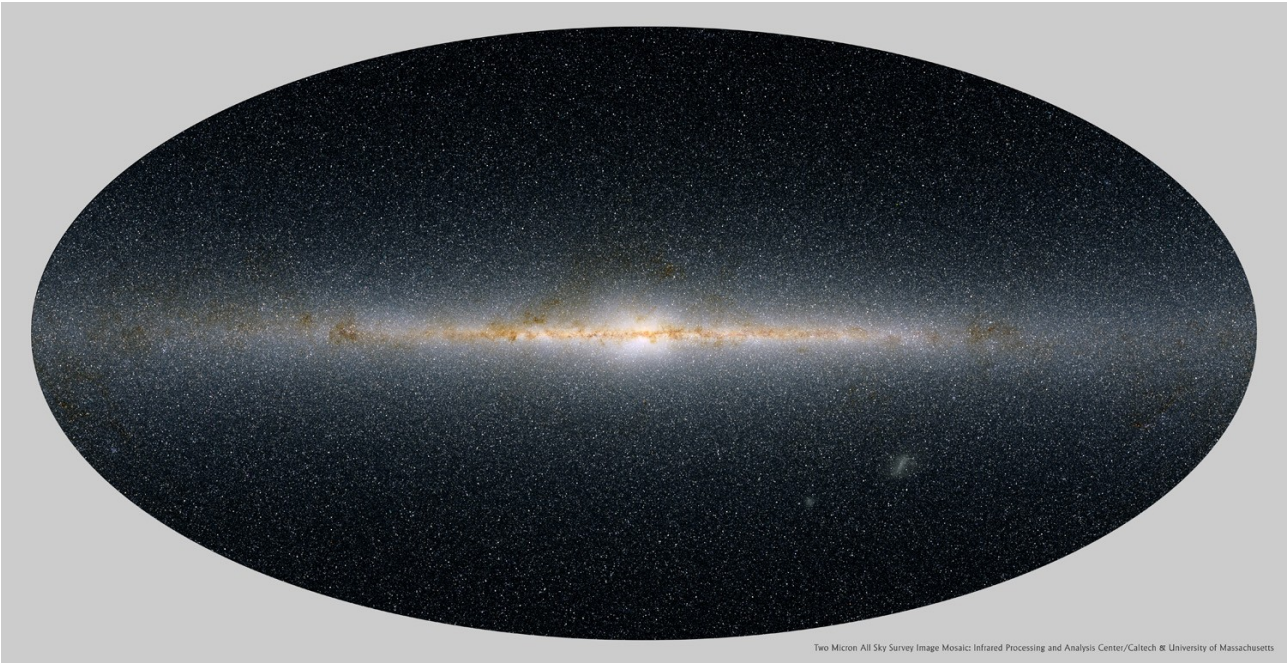
I denne note har vi set på sorte huller og deres egenskaber. Vi har set, at man sagtens kan regne på flere problemstillinger for sorte huller, men vi har også set, at en grundig og konsistent gennemgang af teorien er ganske omfattende og svær.

Derfor kan eleven glæde sig til de videregående studier, såfremt man vælger et studium, hvor et kursus i generel relativitetsteori indgår.

VII.6 Referencer

1. https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Education/Summer_workshop_for_teachers_at_ESTEC
2. https://www.space.com/primordial-black-holes-explain-dark-matter-universe-mysteries
3. https://francis.naukas.com/2010/09/29/observada-por-primera-vez-la-radiacion-de-hawking-en-un-analogo-optico-de-un-agujero-negro/
4. http://press.web.cern.ch/backgrounders/safety-lhc
5. https://www.vttoth.com/CMS/physics-notes/311-hawking-radiation-calculator
6. Michael C. LoPresto, Henry Ford Community College, Dearborn, MI: *Some Simple Black Hole Thermodynamics*. The Physics Teacher, Vol. 41, May 2003. DOI: 10.1119/1.1571268.
7. Steven Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*, Wiley & Sons, 1972.

VIII Mælkevejen og andre galakser



Figur 179: Mælkevejen målt ved bølgelængden 2 µm. *[1]*

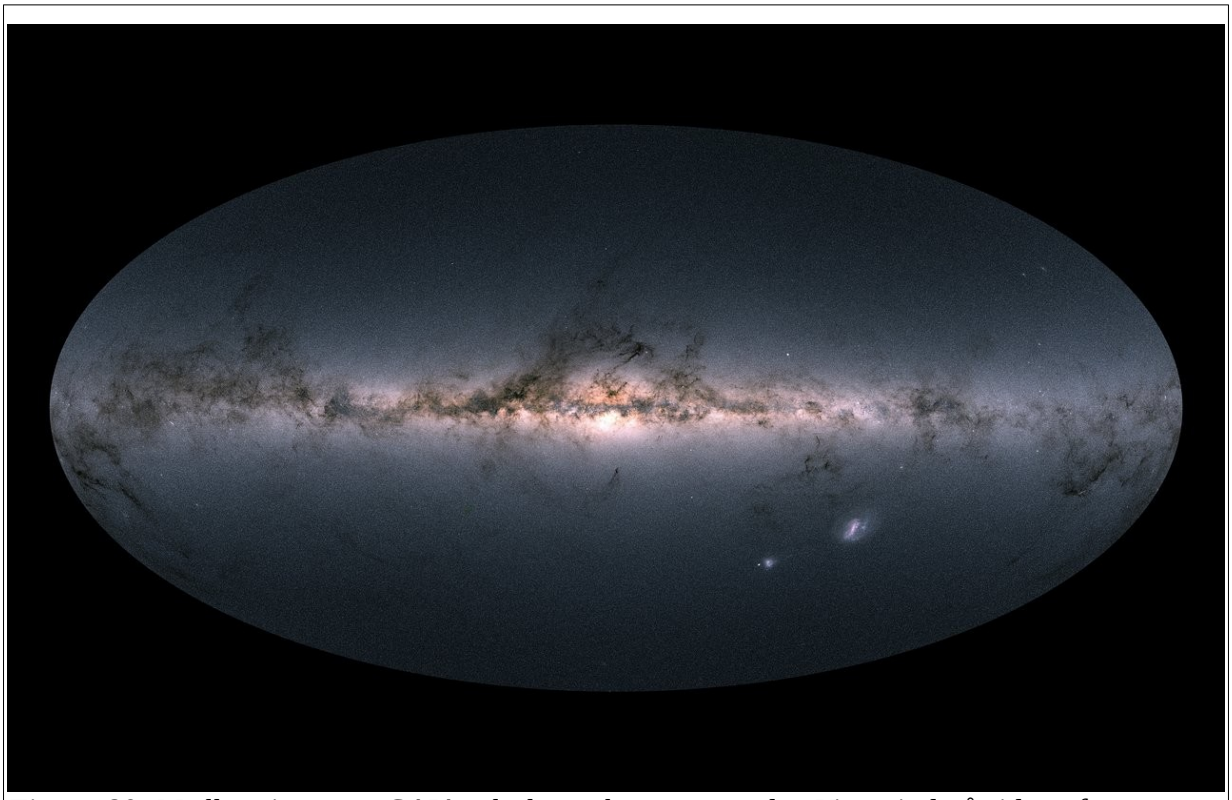
VIII.1 Mælkevejen

I dette kapitel vil vi gennemgå opbygningen af vor egen *galakse* Mælkevejen, og derefter vil vi undersøge andre galakser.

En galakse er en enorm samling af stjerner, der er gravitationelt bundne; det vil sige at gravitationskræfter holder stjernerne bundet fast til systemet.

Galakser kan indeholde mellem ca. 1 milliard og 1 billion stjerner, og galaksers udseender kan være ganske forskellige. Nogle galakser er spiral- eller linseformede, andre er 1-aksede, dvs. runde som en bold og der findes endda 2-aksede (oblate) og 3-aksede legemer. Endelig findes der irregulære galakser, som ikke har en ”pæn” form.

VIII.1.1 Mælkevejens opbygning



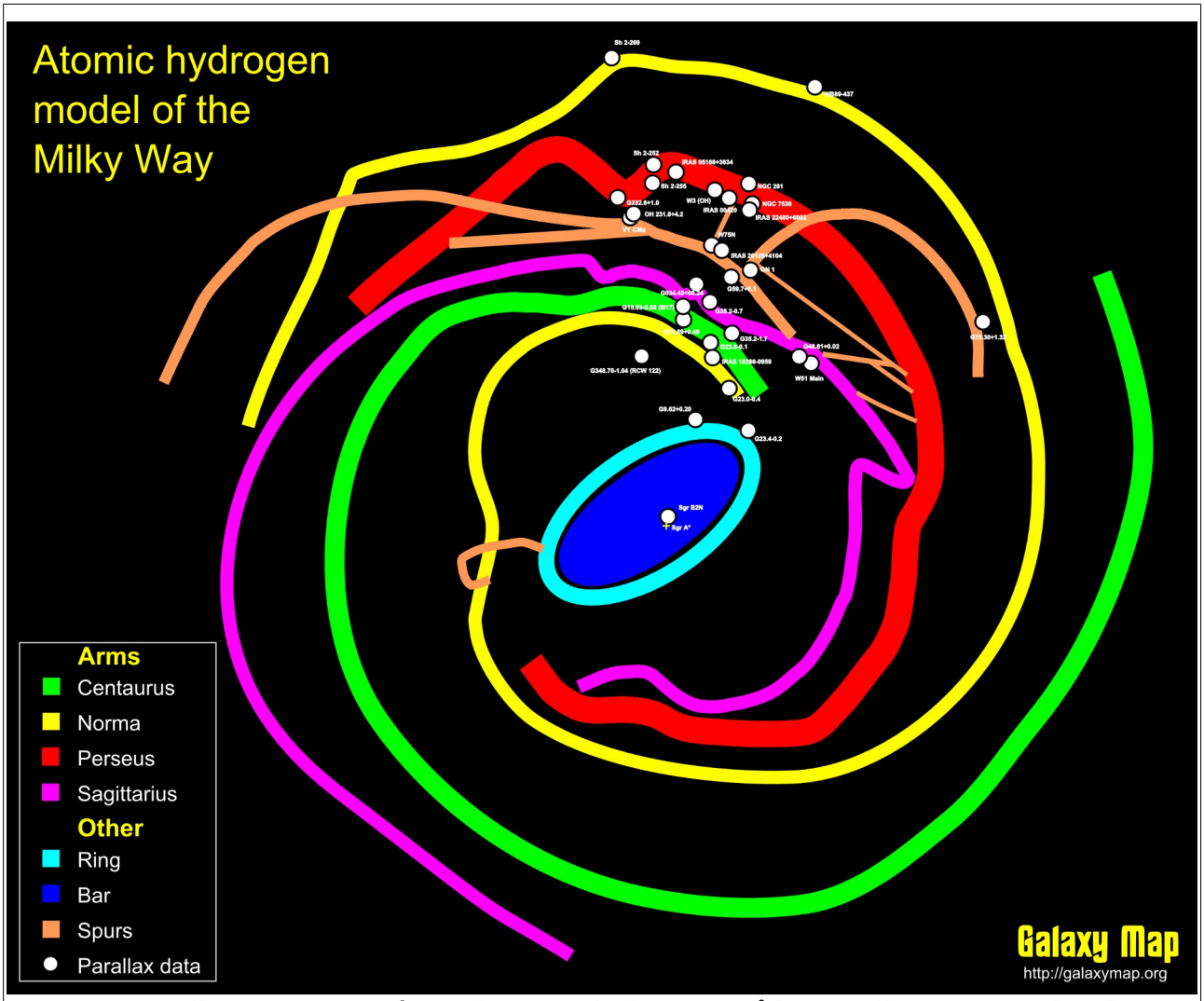
Figur 180: Mælkevejen, som GAIA-teleskopet har optaget det. Vi ser ind på siden af Mælkevejen. Der er ”kun” 1,7 milliarder stjerner på dette billede. [2]

Mælkevejen er en såkaldt *spiralgalakse*. Vi kan ikke se spiralstrukturen særlig godt, da vi bor nede i Mælkevejens flade skive, hvor støv spærrer for en del af stjernernes synlige lys. Figur 180 viser et tværsnit af Mælkevejen. Billedet er taget fra et rumteleskop.

Hvis man måler på 21 cm-linjen fra hydrogen, som findes i rigelige mængder i skiven, kan man finde både placering og afstand til brintskyerne. Her træder spiralstrukturen frem, som figur 181 viser.
Mælkevejen består altså af en skive men der findes også en kerne, en halopopulation samt en fordeling af såkaldt mørkt stof. Det skal vi undersøge nærmere på de følgende sider.

Skiven er nok den mest kendte del af Mælkevejen, da vi kan se et lille udsnit af nogle af dens spiralarme på nattehimmelen. På plastikstjernekortet er armene markeret som et lyseblåt bånd. Disse spiralarme er mere lysende end omgivelserne, fordi der er flere stjerner i armene, og det er derfra Mælkevejen har fået sit navn – og galakser har også fået deres navn derfra, da *galaxias* betyder mælkevej på græsk.

Har du et stjernekort kan du se, at stjernebillederne *Kusken, Perseus, Cassiopeia, Cepheus, Svanen, Ørnen* og *Skytten* alle ligger i Mælkevejsstriben.



Figur 181: Mælkevejen set oppefra. Et kort over hydrogenområder i Mælkevejen. Spiralstrukturen træder frem. Solen findes lige under den røde Perseusarm i Orionarmen, som hedder Spurs på dette billede. [3]

En anden model af Mælkevejen er vist på figur 182.

VIII.1.1.1 Skivepopulationerne

Skiven består af 2 dele, en tyk skive og en tynd skive. Overordnet set aftager stjernetætheden, fra centrum af skiven og vinkelret derpå, eksponentielt og med skalahøjder[45] på henholdsvis ca. 1 kpc (1 kpc = 3260 lysår) og 249 pc. Stjernerne bevæger sig næsten i cirkelbaner rundt omkring

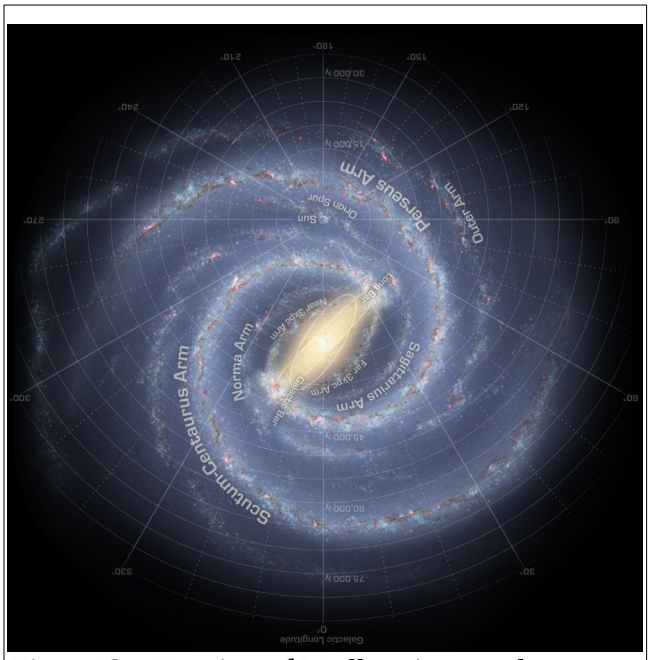
45 En skalahøjde er et mål for hvornår stjernetætheden er faldet til 1/*e*, hvor *e* = *2,718…* Tallet kaldes *Eulers tal*.

Mælkevejens centrum overlejret med en oscillerende bevægelse op og ned i skiven. Et omløb tager for Solens vedkommende ca. 230 Myr.

Stjernetætheden for skivens 2 dele som funktion af afstanden *z* fra skivens plan i *vores* afstand fra centrum er givet som følger, hvor *ν* er en normaliseret stjernetæthed

$$\nu = \frac{\varrho_0(z)}{\varrho_0(0)} = 0{,}959 \cdot e^{-\frac{z}{249\ \mathrm{pc}}} + 0{,}041 \cdot e^{-\frac{z}{1000\ \mathrm{pc}}} \tag{133}$$

Ovenfor kan man se to skalahøjder, hvor den første værdi gælder for den tynde del af skiven, og den anden værdi gælder for den tykke skivedel. Dvs. Mælkevejsskiven er omtrent 2-3000 pc tyk. Man ser også af funktionen, at den tynde skive har den højeste stjernetæthed. Det er i denne skivekomponent, man finder Solen. [5, p. 27] Der er ca 50 $GM_\odot$ i den tynde skive, og ca. 5 $GM_\odot$ i den tykke skive. [6, p. 55]



Figur 182: Tegning af Mælkevejen, og denne gang med et passende koordinatsystem indtegnet. [4]

Den radiale fordeling, dvs. målt fra Mælkevejens centrum og ud i skiven, aftager også eksponentielt, og skala-afstanden er ca. 5 kpc. Den tykke skive roterer med en fart på ca. 175 km/s, dvs. den roterer lidt langsommere end den tynde skive, som roterer som Solen med en fart på 227 km/s. [7] En løs model af stjernetætheden af den tykke disk som funktion af højden, *z*, over galaksens plan og afstanden fra centrum, *R*, ser ud som følger

$$\nu(R,z) \propto e^{\frac{-z}{h_{z,td}} - \frac{R}{h_{R,td}}} \tag{134}$$

hvor $h_{z,\,\mathrm{td}}$ = 1,0 kpc og $h_{\mathrm{R,\,td}}$ = 4 ± 1 kpc. [5, p. 35]

Ud fra den radiale skalahøjde, kan man se, at Mælkevejsskiven er omtrent 13-20 kpc i radius. Solens afstand fra centrum af galaksen er 7,9 kpc. [7]

De to skiver er ikke helt ens mht. grundstofsammensætning. For den tynde skive gælder, at stjernernes grundstofsammensætning er meget lig Solens, dvs. det er population I-stjerner; dog er indholdet af tungere grundstoffer stigende, jo længere man kommer ind mod kernen. Stjernernes aldre går fra stjerner, der er ved at blive dannet, til stjerner, der er ligeså gamle som Mælkevejen. (Mælkevejen er mindst 10 Gyr gammel.)

I den tykke skivepopulation er stjernerne primært population II-stjerner, dvs. metalfattige stjerner. (Under ¼ af Solens indhold af tungere grundstoffer.) Derudover er de også meget gamle, dvs. væsentligt ældre end Solens 4,5 milliarder år. Det er muligt, at den tykke skive er en fortsættelse af den tynde skive, og hvis denne antagelse er korrekt, er det nødvendigt, at den tynde skive er blevet kraftig påvirket i en fjern fortid. Dette kunne for eksempel være i form af en stavformet struktur. [5, p. 35-36]

Skivens form minder om en samlelinse, men hvis man ser på den ovenfra, vil man se, at der ikke er tale om en homogen skive, men nærmere om et sæt spiralarme, som figur 181 og 182 også viser. Armene består af relativt nydannede og store stjerner, og det er disse nydannede stjerner, der lyser op som spiralarme – der er dog *også* stjerner i de mørke områder i skiven, men de lyser ikke ligeså kraftigt, som de store stjerner. Numeriske beregninger viser, at spiralarme for eksempel dannes, når en lille dværggalakse absorberes af Mælkevejen.

Vi kan ikke i praksis rejse væk fra skiven og betragte Mælkevejen udefra, så vi må i stedet for observere stjernerne i Mælkevejen indefra og derefter modellere den overordnede struktur ud fra observationerne. Dette er forbundet med visse vanskeligheder. For eksempel er der meget gas og støv i skiven, og som figur 183 viser, absorberes meget lys fra dette materiale. Derfor er det yderst svært at se mere end nogle få kpc i skiven. Heldigvis kan infrarødt lys slippe forbi støvet, hvilket alligevel gør det muligt at konstatere, at Mælkevejen faktisk er en spiralgalakse. Se figur 179 og 180 for billeder af Mælkevejen og figur 181 og 182 for modeller set oppefra.

Figur 183: Sombrerogalaksen, M104. Læg mærke til støvbåndene som findes i skiven, og som forhindrer en observatør i skiven i at observere med synligt lys, hvis man vil se over større afstande gennem skiven. [8]

VIII.1.1.2 Kernen

Omkring centeret af Mælkevejen findes en kugleformet kerne, hvis masse er ca. 10 G$M_\odot$, samt et sort hul. [6, p. 55] Dette sorte hul har en masse på $4 \cdot 10^6\ M_\odot$. Se figur 185 for et billede hullets omgivelser.

Observationerne tyder på, at stjernetætheden i kernen beskrives bedst ved en potensfunktion af formen

$$\nu(R) \propto R^{-1,8}, \text{for } R \leq 1 \text{ kpc} \tag{135}$$

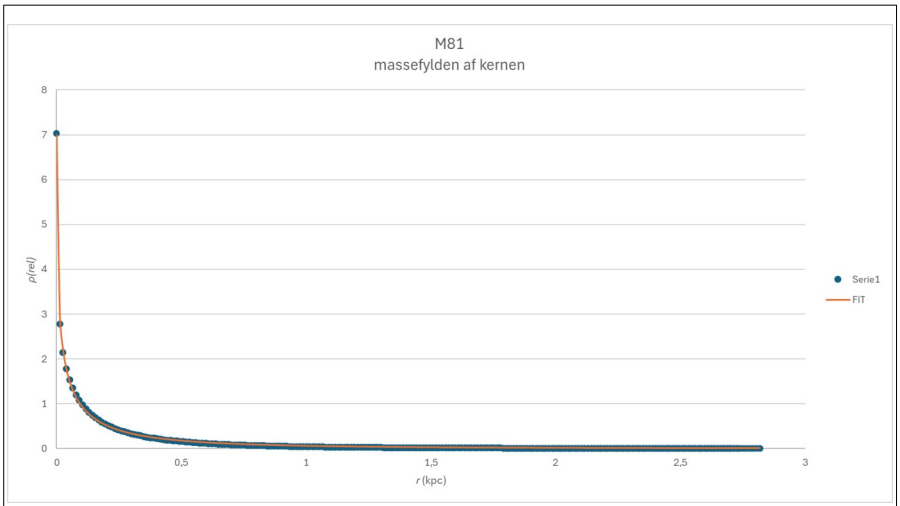
Den kemiske sammensætning viser, at stjernerne i galaksekernen har et indhold af tungere grundstoffer end helium på ca. det dobbelte af Solens. [5, p. 51]

I området 1-3 kpc er det endnu ikke lykkedes at finde en forskrift for stjernetætheden. Stjernerne er gamle i dette område, dvs. især population II-stjerner. [5, p. 32]

Kernen ligger i retningen af *Skytten (Sagittarius)*, hvis koordinater er (α, δ) = ($17^h42^m29{,}5^s$; -28°59'20".)

Hvis man betragter andre spiralgalakser, så følger den rumlige stjernetæthed en såkaldt *Sérsic-profil* med indeks n = 2,8. F. eks. ser tætheden for M81 ud som vist på figur 184. Forskriften for densiteten er

$$\nu(r) = \frac{\varrho(r)}{\varrho_0} = \exp\left(-5{,}33 \cdot \left(\frac{r}{1{,}211}\right)^{1/2{,}831}\right) \tag{136}$$



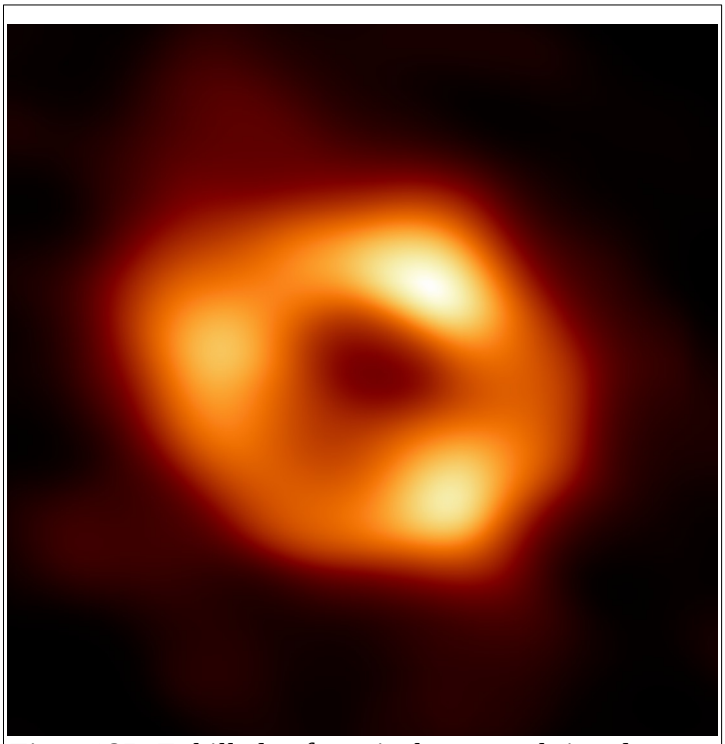
Figur 184: Densitetsfordeling for M81. En Sérsic-profil er anvendt. (Egen graf.)

For galakserne M51, M81, NGC 772 og NGC 7582 passer funktioner af samme type som formel 136 ret godt; og det endda på trods af at M51 har en nabogalakse, der forstyrrer kernen og NGC 7582 er en såkaldt *Seyfert type 2*-galakse, som betyder, at den har en kraftig lysudsendelse fra kernen. (Tallet under *r* varierer dog for galakserne, og det gør ρ_0 også.)
Derfor er det nærliggende at antage, at Mælkevejens kerne også kan beskrives af samme type funktion.

VIII.1.1.3 Øvelse – massen af et sort hul

a) Kopier billedet fra figur 185 ind i *AstroImageJ* og mål diameteren af det lysende område med linealværktøjet. (Mål fra midt-til-midt af ringen.) Hvis du ikke kan se billedet, så tryk på *Contrast* og vælg *Auto Brighness & Contrast*. Genindlæs billedet.
b) I hovedmenuen skal du vælge *Analyze-Set Scale* og skrive 51.8 i boksen *Known Distance.*
c) Mål nu radius af det sorte hul og omregn det til radianer.
d) Beregn radius i m. Denne radius er *fotonradius*, der svarer til 1,5 schwarzschildradier.
e) Omregn til schwarzschildradius.
f) Beregn det sorte huls masse.

-o-



Figur 185: Et billede af omgivelserne omkring det sorte hul i midten af Mælkevejen. Det lysende område er en tilvækstskive af gas, der omkranser det sorte hul, som vi naturligvis ikke kan se direkte. [9] Diameteren af den lysende gassky er 51,8 mikrobuesekunder. *[10]*

VIII.1.1.4 Den ydre halo

Rundt om hele skive/kernesystemet ligger en sfærisk symmetrisk halo. Haloen består af en masse kuglehobe, som er kugleformede samlinger af gamle population II-stjerner, der har et ganske lille indhold af tungere grundstoffer, dvs. $Z < 0{,}002$. Til sammenligning er $Z_\odot = 0{,}0148$. [11] Stjernerne er gravitationelt bundne til hinanden, og en kuglehob er en stabil konfiguration. I en kuglehob er der omtrent 10^5-10^7 stjerner. Figur 186 viser hvordan, en kuglehob ser ud. Derudover er der i haloen ca. 100 gange flere feltstjerner end kuglehobe. Feltstjernerne er enlige stjerner spredt rundt omkring galaksen. Kuglehobene er de ældste dele af Mælkevejen, dvs. de er mange milliarder år gamle, måske helt op til 12 milliarder år.

Figur 186: Kublehoben M13 i stjernebilledet Herkules. [12]

Kuglehobene ligger jævnt fordelt rundt om kernen og de inddeles i 2 typer – halohobe og diskhobe. Halohobene har en stjernetæthedsfordeling, der beskrives som en potensfunktion med eksponenten –3,5, og hobene roterer ikke omkring Mælkevejens centrum. Inde i selve kuglehobene bevæger stjernerne sig tilfældigt rundt mellem hinanden.

Diskhobene beskrives ved en stjernetæthedsfunktion, der er mindre stejl end for halohobene, dvs. eksponenten i loven ligger lidt tættere på 0 end -3,5. Derudover er indholdet af tungere grundstoffer

i diskhobene lidt højere end for halohobene, men dog stadigvæk meget mindre end for population I-stjerner. Diskhobene roterer også rundt om Mælkevejens centrum, selvom rotationshastigheden kun er ca. ½ så stor, som for skivestjernerne. [5, p. 55f] (For Solens vedkommende er rotationshastigheden omtrent 227 km/s. [7])

VIII.1.1.5 Mørkt stof-haloen

Rotationskurver viser, at der 'mangler' masse i Mælkevejen. I Opgaven *Mælkevejens Rotationskurve* [13] måles og fortolkes en rotationskurve fra Mælkevejens centrum og ud til Solen. På figur 187 er vist en rotationskurve målt med et skoleteleskop. Hvis man måler ud til mere end dobbelt så stor afstand end vist på grafen, er rotationshastigheden ca. den samme som grafens maksimalværdi, dvs. grafen bliver næsten vandret.

Hvis man betragter al det *lys*, der er på nattehimmelen, kan man anslå hvor meget synligt *stof*, der er i Mælkevejen. Det ser ud som, at det meste stof ligger inden for Solens bane.

Eftersom stof (og energi) påvirker legemer med gravitationskræfter, er det muligt at beregne hvordan skivestjernernes rotationshastighed bør være. Vi benytter os af Keplers 3. lov og antager cirkelbevægelse for skivestjernerne. Dvs.

$$\frac{r^3}{T^2}=\frac{G\cdot M(r)}{4\cdot\pi^2}\wedge v=\frac{2\cdot\pi\cdot r}{T} \tag{137}$$

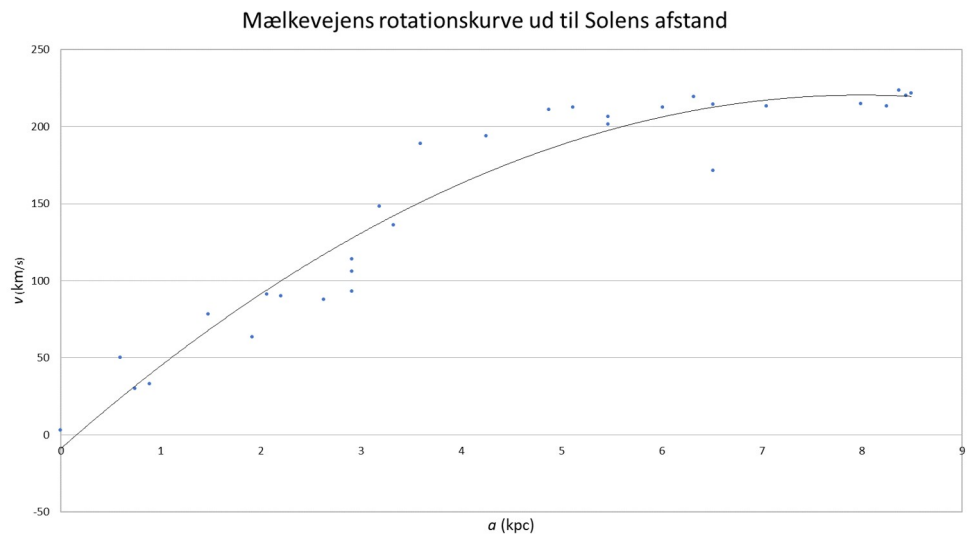
Hvis vi bortsubstituerer omløbstiden, *T*, i formlerne 137 får vi

$$v(r)=\sqrt{\frac{G\cdot M(r)}{r}} \tag{138}$$

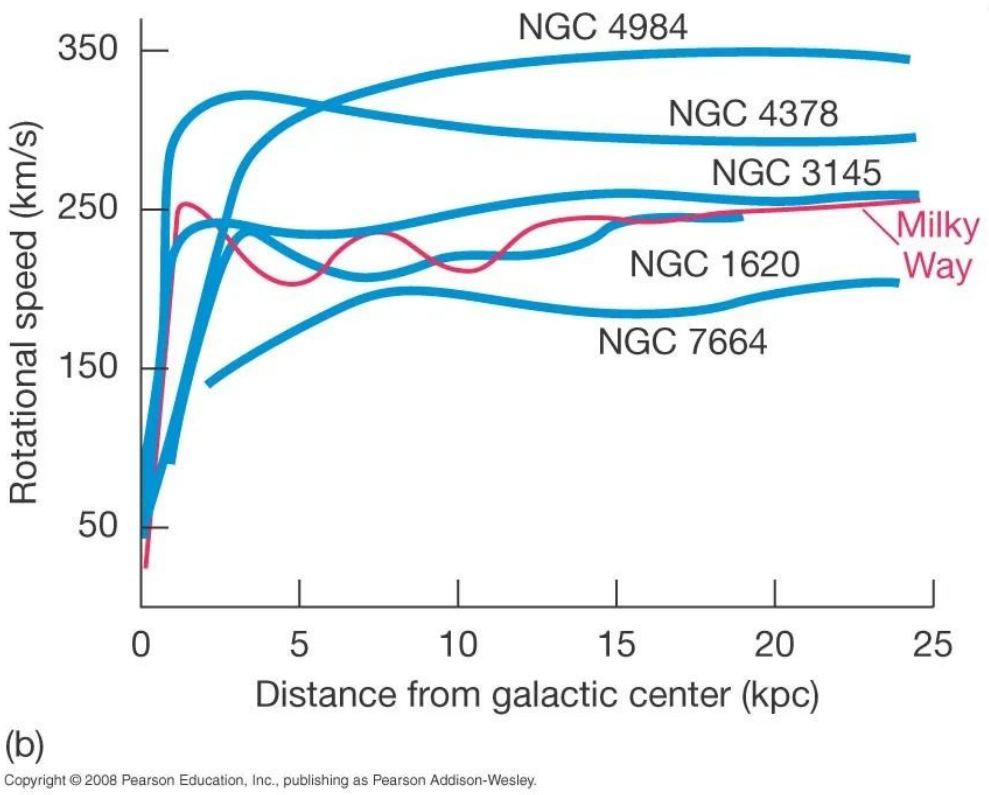
Hvis vi måler hastigheden *v(r)* for Mælkevejen og andre spiralgalakser ser vi, at grafen efter galaksekerneområdet *ikke* aftager som funktionen viser i formel (138). Faktisk viser figurerne 187 og 188, at hastigheden forbliver konstant, når vi når ud til afstande større end ca. 4-5 kpc.

Hvis hastigheden er konstant, som funktion af afstanden, *r*, må det betyde, at massen afhænger ligefrem proportionalt med *r*. Men der er næsten intet lys at observere for afstande større end ca. 15 kpc, og det viser sig, at der ikke er væsentlige mængder neutral gas eller lignende for afstande større end 15 kpc. Det er altså noget ukendt stof i disse afstande, og vi kalder det i mangel af bedre for *mørkt stof*. (Usynligt stof er egentligt en bedre betegnelse.) Forslag til, hvad mørkt stof er lavet af, er f. eks. neutrinoer, brune dværge, planeter, WIMPs[46] eller noget helt femte. På figur 188 er vist rotationskurver for andre spiralgalakser. De ser tilsyneladende ret ens ud.

46 WIMP betyder Weakly Interacting Massive Particle, som er en partikel, der vejer mange gange protones masse.

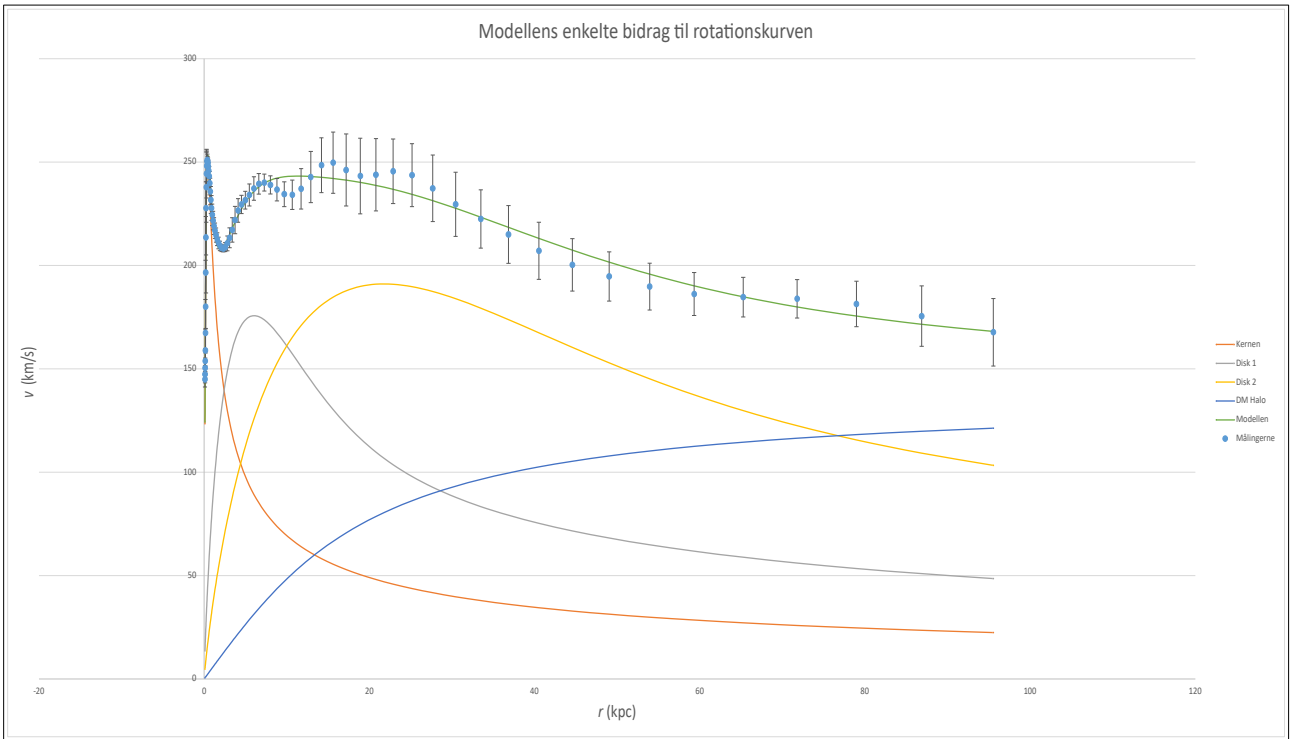


Figur 187: Rotationskurve målt med et 3 m radioteleskop. (Egen graf.)



Figur 188: Rotationskurver for forskellige galakser. Pearson Education, Inc. [30]

Betragt figur 189. Her er vist en rotationskurve for Mælkevejen ud til store afstande. Den grønne kurve er en teoretisk tilpasning til målingerne. Jeg har forsøgt at tilpasse modellen, så den passer med målingerne for store afstande.



Figur 189: Mælkevejens rotationkurve og model over massefordelingen er indlagt. Bemærk hvor langt væk man går fra centrum. Egen graf over data fra [32].

For afstande mindre end ca. 20 kpc er der derfor en del afvigelser mellem model og målinger. Problemet med at få fittet til at passe med målingerne for små afstande skyldes muligvis, at modellen ikke tager højde for den asymmetri, som opstår, fordi Mælkevejen har en stav i kernen. (Se figur 181.)

Modelparametrene giver, at der er en kerne, som har massen 11 GM_{sol}, to skivepopulationer som har masserne 52 GM_{sol} og 222 GM_{sol} og en mørkt stof halo med en masse på 327 GM_{sol}. Dvs. Mælkevejens samlede masse er ifølge modellen 612 GM_{sol}.

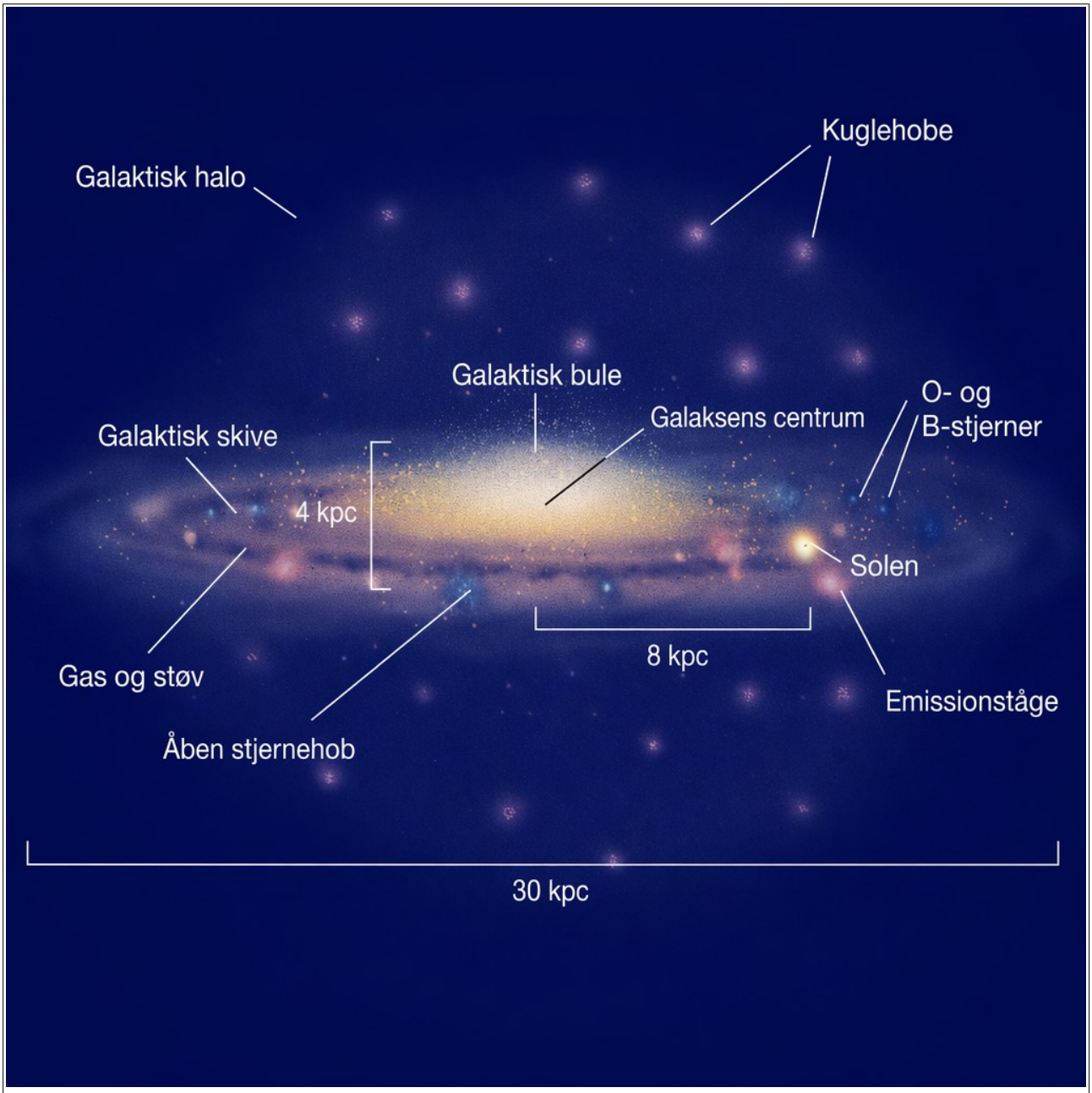
Kernens core[47]-radius er ca. 0,3 kpc, skivens skalalængder er hhv 2,8 kpc og 10 kpc og mørkt stof-haloens skalalængde er 14,5 kpc.

Den model, som er anvendt til at tegne figur 189, vil vi ikke gå i detalje med her, men det er muligt at lave en SRP-opgave i samarbejde med et studieretningsfag på A-niveau, hvor læseren kan prøve kræfter med rotationskurver. Den interesserede læser kan læse mere i [33].

47 Der er brugt en såkaldt *Plummer*-model, og 2xcore-radius svarer til den afstand, hvori halvdelen af kernes masse findes.

VIII.1.1.6 Opsamling på Mælkevejens struktur

Hvis vi sammenkæder alle oplysningerne ovenfor, kan vi nu opstille en detaljeret model for, hvordan Mælkevejen ser ud. Se modellen på figur 190.



Figur 190: Mælkevejens opbygning. [14. Oversat til dansk vha. Miira.dk]

En sammenfatning af nogle størrelser for Mælkevejen og Andromedagalaksen, M31 er vist i tabel 18.

Tabel 18: [5, p. 334]

	M31 (Andromeda)	**Mælkevejen**
Kernen		
Luminositet, $L_\odot$	$7{,}7 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^9$
Luminositet. (Brøkdel af totalen.)	25 %	12 %
Effektive radius (kpc)	2,2	2,7
Akseforhold (b/a)	0,57	0,85
Antal kuglehobe	400-500	160-200
Disken		
Luminositet, $L_\odot$	$2{,}4 \cdot 10^{10}$	$1{,}7 \cdot 10^{10}$
Skalalængde, kpc.	6,4	5,0
B-V	0,76	0,85
HI-gasindhold, $M_\odot$.	$3 \cdot 10^9$	$4 \cdot 10^9$
Rotationshastighed, km/s	260	220
IRAS infrarød luminositet, $L_\odot$.	$2{,}6 \cdot 10^9$	$1{,}5 \cdot 10^{10}$

Ovenfor betyder effektive radius den afstand, hvori halvdelen af kernens lys udsendes.

VIII.1.2 Solens plads i Mælkevejen

Som anført i afsnit VIII.1.1.1 findes Solen i den tynde skive i en afstand af 7,9 kpc. Solen udfører en karussellignende bevægelse rundt om kernen med en omløbstid på ca. 230 Myr. Bevægelsen betyder, at stjernerne ikke holder en konstant indbyrdes afstand – nogle gange vil stjerner komme tættere på hinanden end ellers, og dette vil muligvis betyde, at kometer og asteroider påvirkes af det ændrede gravitationsfelt. Derved kan deres banebevægelser ændres, og de kan blive slynget mod den nærmeste af stjernerne. Man får en såkaldt *kometstorm.* Det øgede indfald af kometer kombineret med Jordens tætte placering ved Solen kan give øget risiko for komet- eller asteroidenedslag på Jorden, hvilket igen betyder noget for livet på Jorden. I kapitlet *Solsystemet og livsbetingelser* er gennemgået, hvilke konsekvenser nedslag på Jorden giver.

VIII.1.3 Fremmede planetsystemer

Solen er ikke den eneste stjerne, der har kredsende planeter omkring sig – det har i de senere år vist sig, at der er planeter omkring mange stjerner. Således er der pr. 6/4-2026 fundet 6298 planeter, og der er foreløbig knap 8000 flere potentielle kandidater, som dog mangler at blive verificeret. [15] Der er fundet alle mulige slags planeter. Nogle er gas-, andre er stenplaneter, og nogle er sågar lavet af vand. I kapitlet *Exoplaneter* er gennemgået to metoder, *transitmetoden* og *radialhastigheds-metoden*, til at finde exoplaneter.

VIII.1.4 Mælkevejens dannelse og udvikling

Vi har nu gennemgået, hvordan Mælkevejen ser ud i dag. Det næste spørgsmål er, hvordan galaksen blev dannet, og på trods af at spørgsmålet er enkelt nok, er svaret ikke helt så enkelt. Det er svært at se galakser i dannelsesprocessen (proto-galakser), fordi de alle blev lavet for omtrent 11-13 mia siden. Derfor skal vi se langt væk for at kunne se tilbage til den tid (Rødforskydningstallet ligger i intervallet 2-10) – og derfor er der primært teoretiske modeller at forlade sig på. Disse teorier er numeriske og dermed ret indviklede at forstå. Derfor vil det nedenstående også blive ganske ufuldstændigt.

VIII.1.4.1 Begyndelsen

En galakse dannes af en gigantisk gassky med en masse på ofte flere hundrede milliarder solmasser. Hvis gassens massefylde er stor nok, og den samtidig er kold nok, kan gasmolekylernes bevægelse ikke holde gassen i ligevægt, og skyen vil pga. gravitationskræfter kollapse. Det viser sig, at en gassky skal have en vis masse, *jeansmassen*[48], for at være i stand til at kollapse. Jeansmassen er givet ved følgende udtryk

$$M_{Jeans} = 10^2 \cdot T^{1,5} \cdot n^{-½} \cdot M_{Sol} \tag{139}$$

Hvor M_{Jeans} er jeansmassen, T er temperaturen af gassen målt i K, n er antalstætheden målt i antal partikler pr. cm^3 og $M_{\text{sol}} = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg. Temperaturen af gassen er omtrent 10^4 K og antalstætheden er af størrelsesordenen 10 cm^{-3}. [5, p. 284]

VIII.1.4.2 Eksempel - masse af kollapsende gassky

En gassky med en antalstæthed på 10 partikler pr. cm^3 og temperaturen 10^4 K giver en jeansmasse på

$$M_{Jeans} = 10^2 \cdot (10^4)^{1,5} \cdot 10^{-½} \cdot M_{Sol} = 31{,}6 \cdot 10^6 \, M_{sol}.$$

48 Massen er opkaldt efter astronomen *James Jeans.*

Hvis antalstætheden er på 1 cm^{-3} og temperaturen er på 10^6 K bliver jeansmassen 10^{11} M .

-o-

Modeller antyder, at Mælkevejen er dannet på følgende måde:

1. Først var der en gigantisk svagt roterende gassky med temperatur og tæthed som angivet i eksempel VIII.1.4.2. Gasskyen var ikke helt homogen, dvs tætheden var større i nogle områder end i andre. Tætheden aftog muligvis væk fra centrum af skyen. Gasskyen tænkes at have fået sin rotation ved at vekselvirke via tidekræfter[49] med andre gasskyer i Universets barndom.
2. Små gasskyer kollapsede og dannede kuglehobe i den store protogalakse. Kernens stjerner var altså dannet før diskens. (Pga. gasindstrømning til kernen, har der været kraftig stjernedannelse herinde siden.)
3. Derefter kollapsede protogalaksen, dvs. den store gassky. Under kollapset blev halostjernerne dannet. De er altså af samme alder som galaksen, og de deltager kun svagt i galaksens rotation. Dette kollaps tog i størrelsesordenen ~10^8 yr.
4. Under kollapset blev gas spredt ud i en skive. Denne gas er en anelse mere rig på tungere grundstoffer end haloen, fordi der under kollapset blev dannet store stjerner, som døde efter få millioner år. Og disse stjerner lavede tungere grundstoffer.
5. I skiven har der lige siden været stjernedannelse. [16]

Det er ikke alle galakser, der dannes på ovenstående måde. Nogle (store) galakser dannes ved at sammensmelte forskellige galakser. Denne metode kaldes *merging*. Se Bilag 1 for et eksempel på en simulering af to kugleformede galakser, der støder sammen. I næste afsnit vil vi se på forskellige typer galakser og deres mulige dannelseshistorie.

VIII.2 Andre galakser

VIII.2.1 Spiral-, ellipse- og irregulære galakser

Der findes mange milliarder galakser i det synlige univers, og de er inddelt i 2 hovedtyper: *Spiralgalakser* og *ellipsegalakser.* Mælkevejen er, som forklaret i afsnit VIII.1, en spiralgalakse med en stav igennem kernen. Spiralgalakserne inddeles i forskellige typer:

Sa, Sb, Sc, Sd

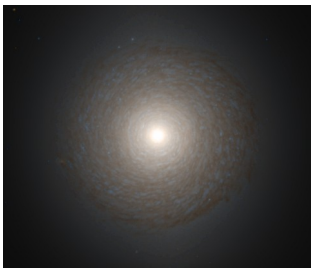
Sa er galakser med tæt vundne spiralarme og *Sd* er galakser med løst vundne spiralarme. Tætheden af kernerne følger også bogstavbetegnelsen ovenfor. Således kaldes galakser med en stor kerne i forhold til skivestrukturen for *Sa*-galakser, og galakser med en lille kerne kaldes for *Sd*-galakser. Det er altså ikke nødvendigt at se en galakse ovenfra for at være i stand til

Figur 191: Andromedagalaksen, M31. Galaksen er 0,61 Mpc *væk fra Mælkevejen, og den ca. lige så stor som Mælkevejen. Strukturen er nogenlunde den samme, men der er ingen stav i dens center. Galaksen klassificeres som en Sb-galakse. Bemærk de omkredsende dværg-elliptiske galakser. (Kilde: David Dayag.)*

49 Tidekræfter er gravitationskræfter. For eksempel vil et menneske mærke en aftagende tyngdekraft, des længere væk fra Jorden, det bevæger sig. Men kraften vil føles konstant over hele kroppen. Dette skyldes, at mennesket er meget mindre end Jorden. Hvis 2 legemer derimod er sammenlignelige i størrelse, vil de ikke påvirke hinanden med den samme gravitationskraft overalt. Forskellige områder mærker forskellige gravitationskræfter, og derved påvirkes legemerne forskelligt.

at klassificere den. De galakser som har en stav igennem sig anføres som *SBa*-*SBd*. Mælkevejen er en *SBb*-galakse.

Endelig forekommer der spiralgalakser *uden* spiral-arme. De kaldes for *S0*-galakser. Den tæthedsbølge, der er årsag til den kraftige stjernedannelse i skiven, er muligvis forsvundet pga. påvirkninger fra nærtliggende galakser. Derved er spiralgalaksens struktur bevaret på nær i skiven, hvor armene er blevet rykket i stykker. Eksempler på galaksetyper er vist i tabellen herunder.

Sa: M104	***Sb: M31***	***Sc: M51***	***S0: NGC 1387***
[8]	David Dayag	[18]	 [22]

SBa: NGC 4725	***SBb: NGC 1300***	***SBc: NGC 1073***	***SBd: NGC 2903***
[19]	NASA/HST	[20]	[21]

Ellipsegalakser har former fra helt sfæriske galakser (kuglerunde) til stærkt ellipseformede galakser. De mest elongerede ligner nærmest fodbolde, som man sidder på. (*Oblate* galakser.) Det er altså 2- eller 3-aksede legemer. Galakserne inddeles i rækkefølgen

E0-E7

hvor *E0* svarer til de helt kuglerunde galakser, og *E7* er de mest elongerede. Tallet efter *E*'et i klassifikationen ovenfor kan beregnes ved følgende formel

$$n=10\cdot\left(1-\frac{b}{a}\right) \tag{140}$$

hvor n er tallet efter *E*, b er galaksens halve lilleakse og a er galaksens halve storakse. Bemærk, at man ikke på billeder kan bestemme om galakserne er 3-aksede eller ej, da vi jo ser galaksen fra en eller anden side, men teoretiske modeller kan også fortælle os om deres forme.

Hvis galaksen er meget lille, dvs. der kun er i omegnen af en milliard stjerner i galaksen, kaldes den for en dværggalakse og den betegnes som ovenfor, nu bare med et '*d*' foran. For eksempel vil en

sfærisk symmetrisk dværggalakse benævnes *dE0*. I Andromedagalaksen kan man se et par dværggalakser, der er ved at sammensmelte med Andromeda. Se figur 191.

De galakser som ikke er hverken spiral- eller elliptiske galakser kaldes under et for *irregulære galakser.* Eksempler på irregulære galakser kan se på næste side. *SMC* er den lille af de to magellanske skyer, som man kan se med det blotte øje, hvis man befinder sig på den sydlige halvkugle. På billedet herunder, kan man i øvrigt også se Mælkevejens kuglehob *47 Tuc.*

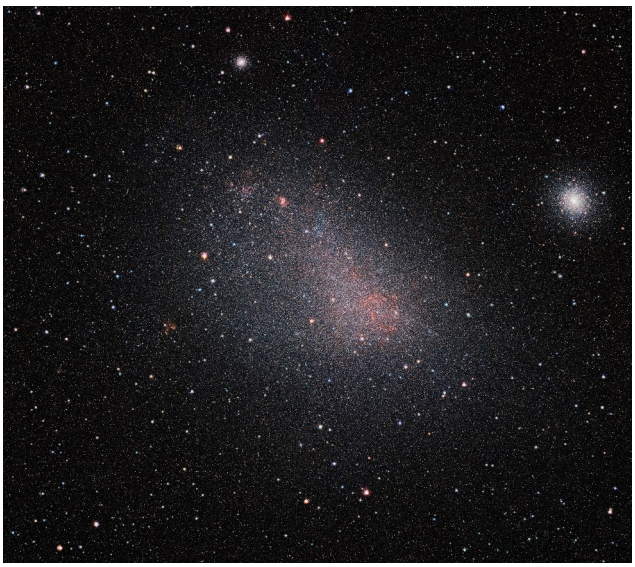
LMC er også en irregulær galakse, og den har muligvis engang været en stavgalakse. Den er vist herunder.

Førhen inddelte man irregulære galakser i flere typer, men det gør man oftest ikke mere, men hvis læseren undersøger litteraturen, kan man altså godt finde flere typer. [25]

En optælling på himmelen over de forskellige galakser viser, at der er 61% spiralgalakser, 22 % *S0*-galakser, 13% *E*-galakser og 4% irregulære galakser.

Man bør bemærke, at galakser ikke altid har været det, de er nu. Når 2 spiralgalakser kolliderer med hinanden, ender de med at blive til en stor *E*-galakse. Dvs. procenterne ovenfor vil ændre sig, jo ældre Universet bliver.

Vi kan afslutte dette afsnit med at opsummere galaksers struktur i Edwin Hubbles berømte gaffeldiagram, som er vist på figur 192.

Irr - LMC	***Irr - SMC***
[24]	 [23] Kuglehoben 47 Tuc, der hører til i Mælkevejen ses til højre på billedet.

*Figur 192: Hubbles gaffeldiagram. Diagrammet er **ikke** udtryk for en tidslig udvikling.[17 og Miira.dk]*

VIII.3 Dannelse af de forskellige typer galakser

VIII.3.1 S-galakser

Det er nærliggende at antage, at alle spiralgalakser er dannet nogenlunde som beskrevet for Mælkevejen i afsnit VIII.1.4. De findes overalt i Universet – også langt fra andre galakser, og derfor må man antage, at de kan dannes uafhængigt af andre galakser.

VIII.3.2 E-galakser

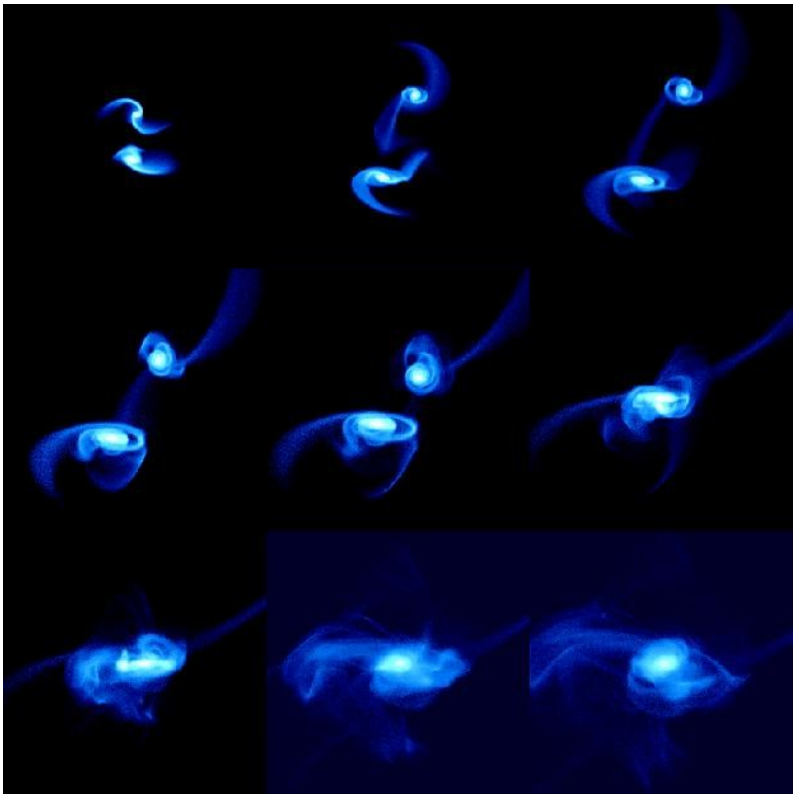
Hvis man betragter optællingen ovenfor, ser man, at der ikke er nær så mange elliptiske galakser som spiralgalakser. Da *E*-galakser kun findes i galaksehobe eller i sammenhæng med andre galakser, er det nærliggende at antage, at disse galakser dannes ved sammensmeltning (merging) af andre galakser. Faktisk findes der i centeret af flere galaksehobe, enorme *E*-galakser indeholdende

flere billioner solmasser. De er antageligvist dannet ved merging. Computermodeller viser også, at *E*-galakser, der merges, forbliver med at være *E*-galakser. Se Bilag 1-Bilag 3.

Modeller viser dog også, at med de rette begyndelsesbetingelser, kan der dannes *E*-galakser ved ren sammentrækning. Dværgellipsegalakserne er måske dannet på den måde. Muligvis kan de store ellipsegalakser ikke dannes ved sammentrækning af en gassky, fordi de enorme gasskyer, der skal til at danne store *E*-galakser nærmest altid roterer, og derfor ender med at danne spiralgalakser.

VIII.3.3 Irregulære galakser

De magellanske skyer *LMC* og *SMC* var oprindeligt muligvis hhv. en *S*- og en *dE*-galakse. Da de ligger tæt på Mælkevejen (ca. 215 kpc), er de påvirkede af gravitationsfeltet fra Mælkevejen, og det har ændret så meget i galaksernes struktur, at de nu er blevet til irregulære galakser. Se figurerne i afsnit VIII.2.1.



Figur 193: En simuleret kollision mellem Andromedagalaksen og Mælkevejen. [26]

VIII.4 Galaksers udvikling og deres placering i hobe

Nedenfor vil galaksers udvikling og storskalastruktur kun blive beskrevet kursorisk. Læseren opfordres til selv at søge oplysende artikler i litteraturen.

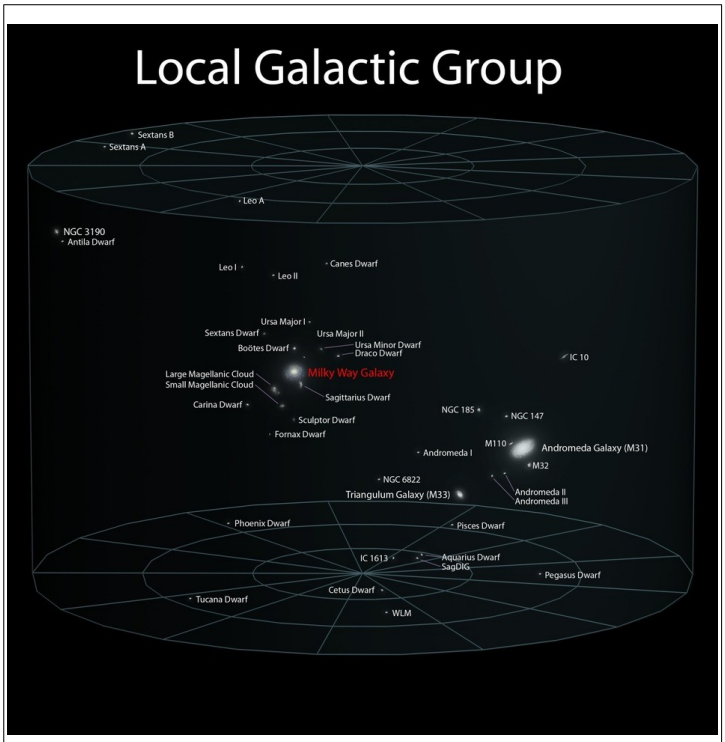
En galakse er ikke et statisk system. Galaksen ændres konstant fordi

1. Der konstant dannes/forsvinder stjerner.
2. Galakser påvirker hinanden gravitationelt uden at kollidere.
3. Galakser kolliderer.

Stjernedannelse i spiralgalakser sker gennem det meste af galaksens liv, såfremt de interstellare tåger kan påvirkes til at trække sig sammen. Det kan for eksempel ske ved påvirkning fra supernovaer eller ved at tåger rammer ind i hinanden. *E*-galakser standser deres stjerneproduktion efter få milliarder år pga. gasmangel.

Noget, der især kan generere stjernedannelse, er, hvis to galakser glider sammen. På figur 193 er vist en simulering af, hvordan Mælkevejens og Andromedagalaksens skæbne kommer til blive om ca. 5 milliarder år.

I simuleringen har man ikke taget højde for den ekstra stjerne-dannelse, der vil komme, når tidekræfter påvirker gasskyer i de to galakser, men det er tydeligt at se, at de to spiralgalakser ikke længere har en veldefineret form. Den sammensmeltede galakse er nu blevet en *E*-galakse med nogle lysende arme, som stikker ud. Armene vil med tiden forsvinde.

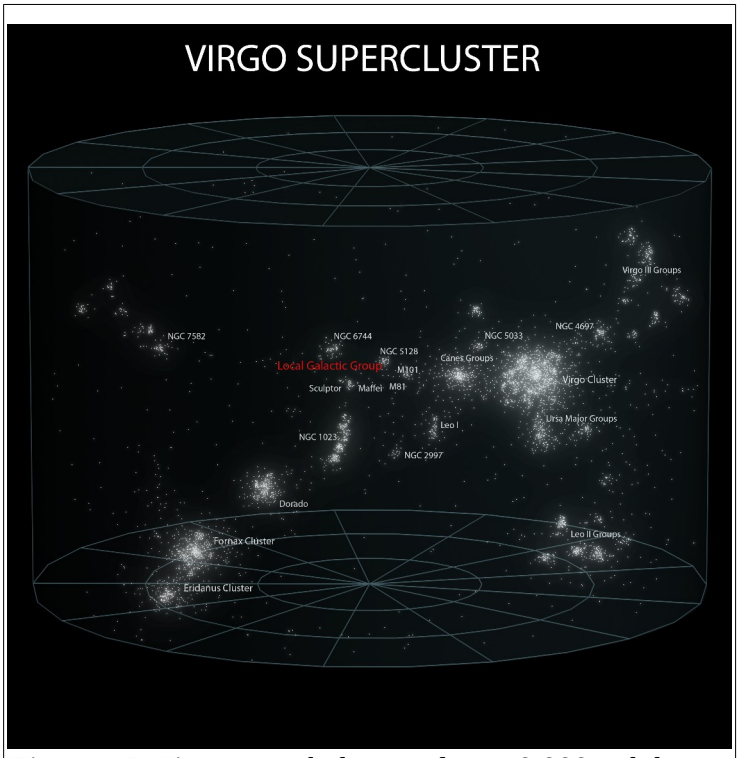


Figur 194: Den lokale gruppe af galakser. Mælkevejen er markeret med rødt. [27]

Dette fænomen er ganske almindeligt i Universet. Gravitationskraften trækker galakser mod hinanden, og mange af disse gravitationelt bundne galakser ender med at smelte sammen. Stjernerne i de kolliderende galakser kommer ikke nødvendigvis til at ramme hinanden, da der er enorme 'tomme' områder i galakserne, men gasskyer i galakserne vil blive påvirket, og dermed vil der ske kraftig stjernedannelse. Meget af gassen bliver også skudt ud af galakserne, så den færdige *E*-galakse ikke har nævneværdig stjernedannelse.

VIII.4.1 Galaksehobe

De galakser, som er gravitationelt forbundne, vil modstå den kosmologiske ekspansion[50], og vi ser dem i store hobe. Disse hobe er samlet i endnu større hobe, som kaldes *superhobe*, og superhobene påvirker naturligvis også hinanden. Derfor har Universet en 'filamentlignende' struktur.



Figur 195: Virgo-superhoben med ca. 10 000 galakser. [28]

På figur 194 ser man, at den lokale gruppe af 41 galakser, især er centreret omkring Mælkevejen og Andromeda-galaksen. Afstanden til Andromeda-galaksen er 0,61 Mpc, dvs. det tager lyset 2 millioner år at rejse mellem de to galakser. Det er meget for et menneske, men for en galakse, der er ca. 10 milliarder år gammel er det ingenting, så vi kan godt konkludere, at galaksen ikke har ændret sig meget, hvis vi kunne flyve derhen og kigge efter.

Hvis man zoomer ud på endnu større skalaer, ser Universet ud som vist på figur 195.

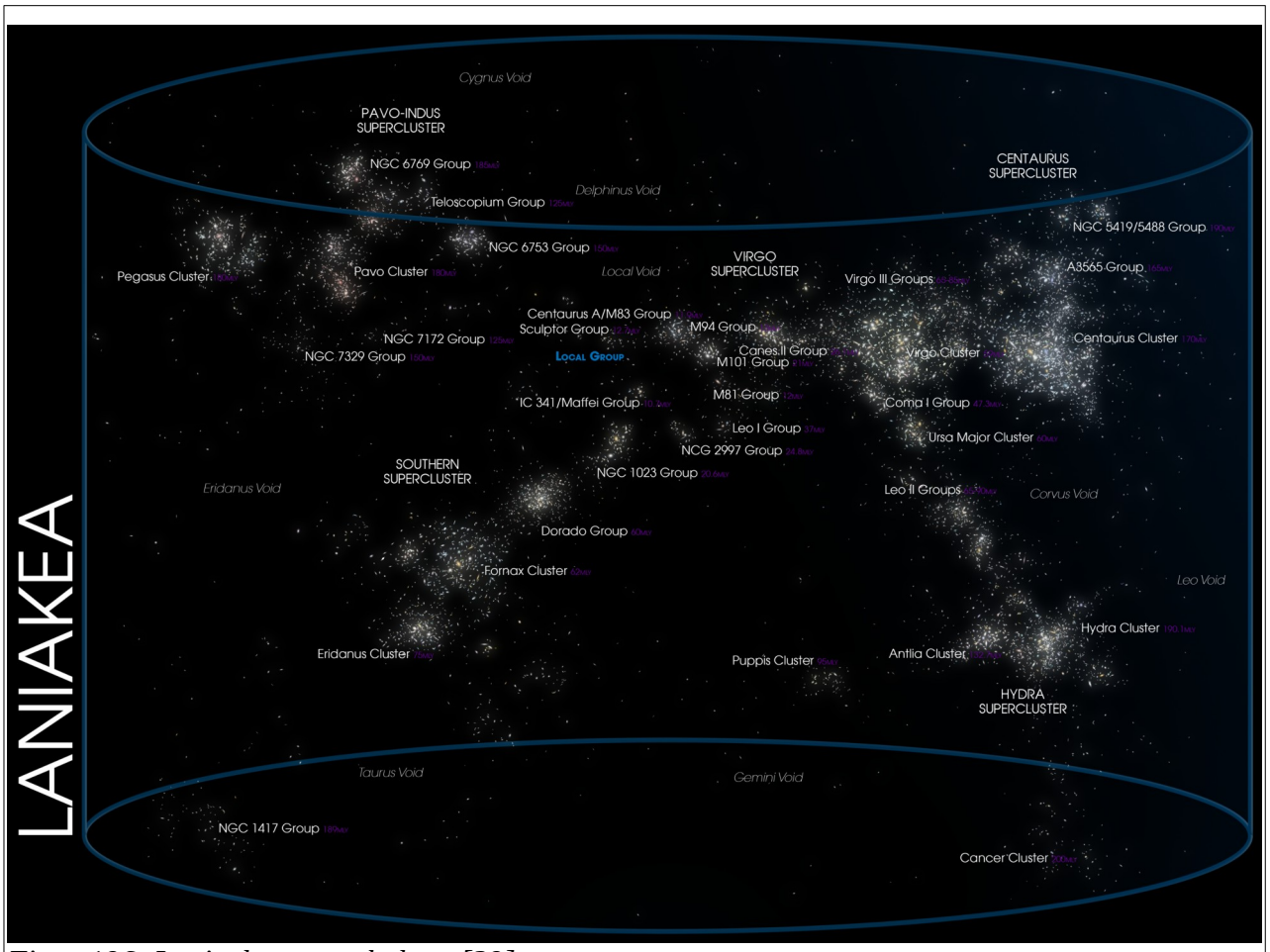
Her ser man tydeligt, at der er områder med galakser, og områder med nærmest ingenting. Området er ca. 33 Mpc i

50 Universet udvider sig, som vi skal se mere til i emnet *Kosmologi*.

diameter, og der er tusindvis af galakser. Virgohoben, som vi bor i udkanten af, indeholder ca. 2000 galakser, mens Virgo superhoben indeholder mindst 100 galaksehobe.

Den største superhob, vi indtil nu har kortlagt er *Lanieakea*, som dækker et område på 160 Mpc. Der er over 125 000 galakser i denne kæmpehob. Hvis man betragter kortet over den på figur 196, ser man, at på disse afstandsskalaer er Universet filamentformet.

Hvis vi betragter områder af størrelsesorden ca. 3-400 Mpc formoder vi, at Universet ser homogent og isotropt ud, og med den antagelse, kan man løse Einsteins feltligninger for hele Universet. Dette bliver undersøgt i kapitlet *Kosmologi*.



Figur 196: Lanieakea-superhoben. [29]

VIII.4.2 Sammenfatning

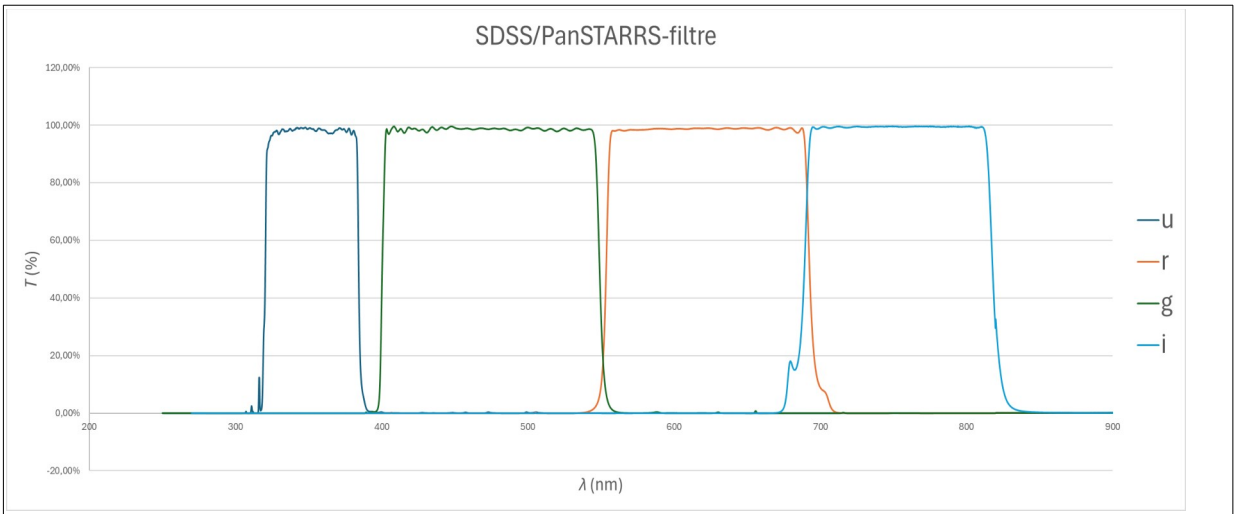
Vi har nu set hvordan galakser ser ud, og vi har undersøgt Mælkevejens form i lidt større detalje. Vi har set på, hvordan galakserne er fordelt i Universet, og det giver os startstødet til at komme i gang med emnet, der dækker hele Universet – nemlig Kosmologien.

VIII.5 Opgaver

VIII.5.1 Målinger på M51

Figur 197: M51. Fra Wikipedia.

I denne øvelse skal du lære at downloade astronomi-billeder fra et arkiv og derefter manipulere med dem.



Figur 198: Filteregenskaber for SDSS/PanSTARRS-filtre. Bemærk at de valgte farver for hvert filter godt kan snyde. Kilde: https://LCO.global

a) Download *FITS*-billeder af M51 fra https://archive.lco.global/.
   i. Skriv *M51* i søgefeltet, som hedder *Point.*
   ii. *Reduction level* skal være *BANZAI.*
   iii. Download billeder optaget med filtre, der muliggør konstruktion af et farvebillede.
b) Indlæs et af billederne i *AstroImageJ,* som findes på serveren *astro.rosborg-gym.dk.*
c) Brug linealværktøjet (i hovedvinduet) til at måle diameteren af den største af de to galakser. Husk at du skal måle den største diameter, du kan finde, da galaksen muligvis inklinerer i forhold til himmelbaggrunden.
d) Kig i FITS-headeren, så du kan se billedopløsningen, dvs. hvor mange buesekunder en pixel svarer til. Tallet står i variablen *PIXSCALE*.
e) Beregn vinkelbredden af galaksen.
f) Afstanden til M51 er d = 7,1 Mpc. Beregn diameteren af galaksen.
g) Gentag for kernen af galaksen.
h) Ekstra: Prøv at lave en billedmosaik af de tre billeder, så du får et farvebillede.
   i. Benyt kommandoen *Image-Colour-Merge Channels*.
   ii. I *billedvinduet* kan du evt. vælge *Color-Composer,* hvis du vil ændre i farverne.

NB: Hvis kikkerten ikke eksakt peger samme sted hen ved de tre billeder, kan man justere for driften ved at bruge kommandoerne:

A) Kommandovindue: *Image-Stacks-Images to stack. (Hak af i Keep Source Images.)*
B) Kommandovindue: *Plugins-Image Stabilizer. (Vælg affine.)*
C) Kommandovindue-*Save as Image Sequence*. Vælg en ny mappe.

VIII.5.2 Afstanden til SMC

På webstedet https://astro-gym.dk/Aktiviteter kan du finde en opgave, der hedder *Cepheidemetoden til at finde afstanden til SMC.*

Download opgavetekst og svar-regnearket og løs opgaven.

VIII.5.3 Klassificer galakser

På webstedet https://astro-gym.dk/Aktiviteter kan du finde en opgave, der hedder *Klassificer galakser.*

Benyt en lineal, lommeregner samt dit skarpe øje til at klassificere spiral-, ellipse- og irregulære galakser.

VIII.5.4 Mælkevejens rotationskurve

På webstedet https://astro-gym.dk/Aktiviteter kan du finde en opgave, der hedder *Mælkevejens rotationskurve.*

Mål en rotationskurve for Mælkevejen ved at observere brintskyer med et radioteleskop. Øvelsen er en oversættelse af en aktivitet fra EU-HOU. Til øvelsen findes også en kineæstetisk øvelse, som eleverne kan udføre, hvis de har svært ved at visualisere tågernes bevægelser i Mælkevejen. Man kan også se en engelsksproget video, der forklarer øvelsen her. (16^m.)[51]

51 Pr. 9/6-2026 virker filmlinket ikke, men måske kommer det op at køre igen, så linket bliver stående i teksten her.

Øvelsen kræver at man får en konto til EU-HOUs studenterteleskoper, men der findes også en simulator på webstedet, hvor man kan lave målingerne uden adgang til teleskoperne.

VIII.5.5 Andromedagalaksens inklination og rotationskurve

På webstedet https://astro-gym.dk/Aktiviteter kan du finde en opgave, der hedder *M31s inklination og rotationskurve.*

Mål Andromeda-galaksens inklination, find ud af hvornår den rammer Mælkevejen og tegn en rotationskurve, så galaksens masse kan estimeres.

VIII.5.6 Spiralgalaksen NGC 7083s masse

På webstedet https://astro-gym.dk/Aktiviteter kan du finde en opgave, der hedder *Spiralgalaksen NGC 7083s masse.*

I denne øvelse vejer man en spiralgalakse samt bestemmer afstanden til den. Der er billeder og spektrum vedlagt i zip-filen. Du skal have et program, der kan læse FITS-filer.

VIII.5.7 Densitetsprofil af galakse

På webstedet https://astro-gym.dk/Aktiviteter kan du finde en opgave, der hedder *Densitetsprofil af galakse*.

I denne opgave skal du downloade eller optage et billede af en galakse, og derefter måle overfladelysstyrken, som funktion af afstanden R fra kernen, og bagefter regne densitetsprofilen ud som funktion af den rumlige afstand r. Det er en større opgave, og den kan muligvis bruges ifm. projektarbejde. (SRP f. eks.)

VIII.6 Bilag

VIII.6.1 Bilag 1

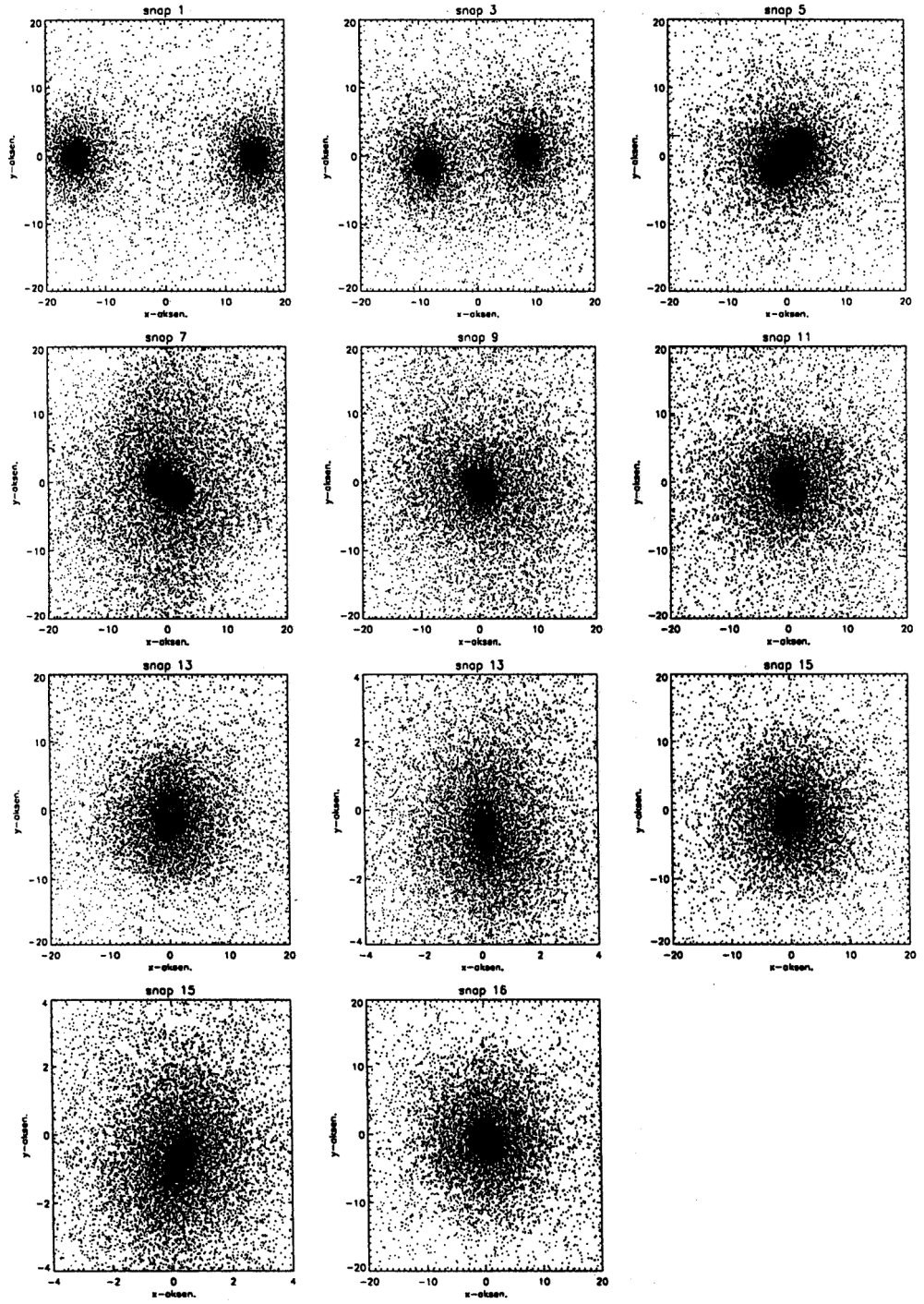


Fig. 7.1.c. Snapshots af $R_p = 1$ simuleringen. Bemærk billed 8 og 10 er forstørrede billeder. snap001

VIII.6.2 Bilag 2

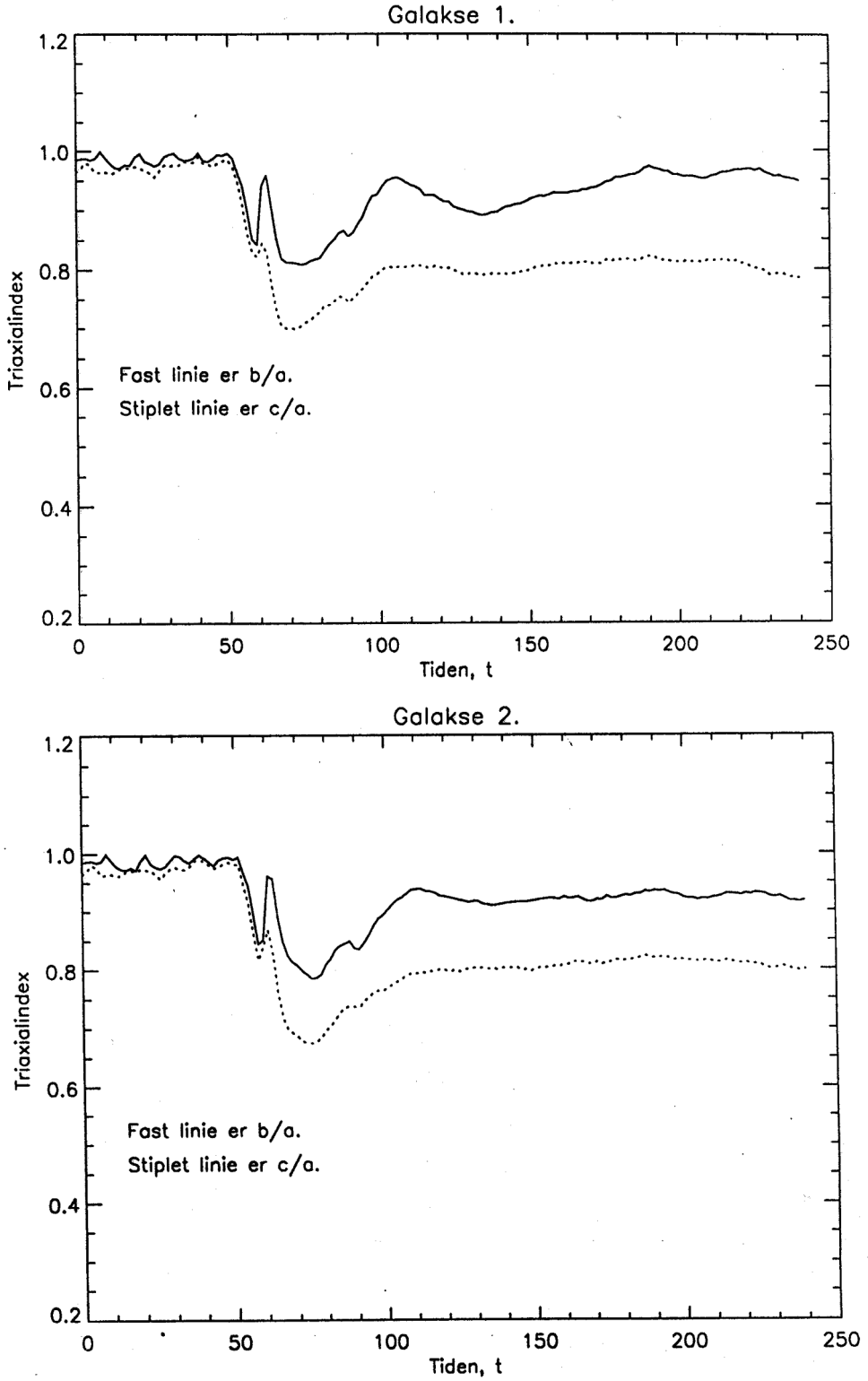


Fig. 7.2 c. Akseforhold for R_0 = 1 simuleringen.

VIII.6.3 Bilag 3

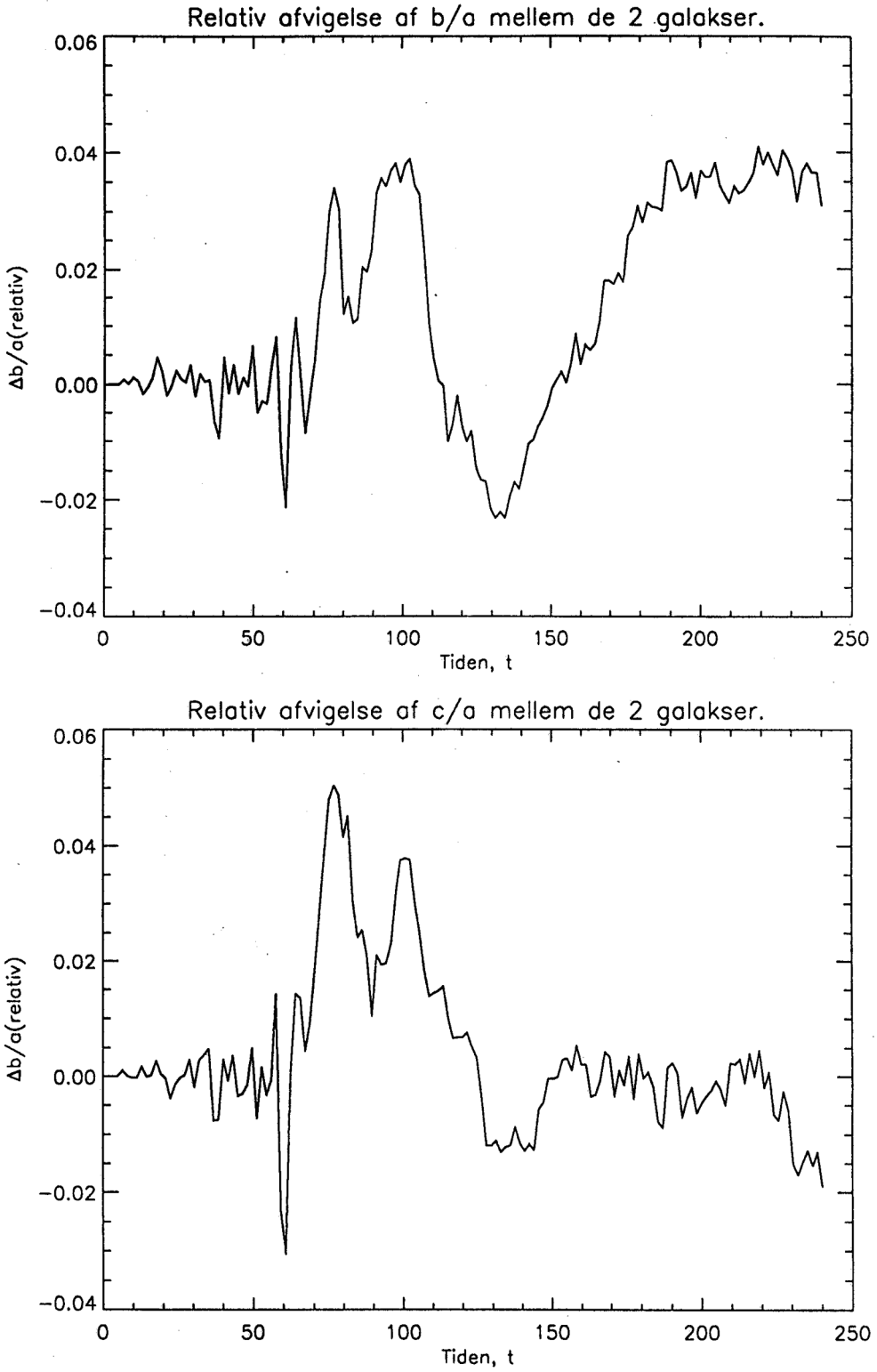
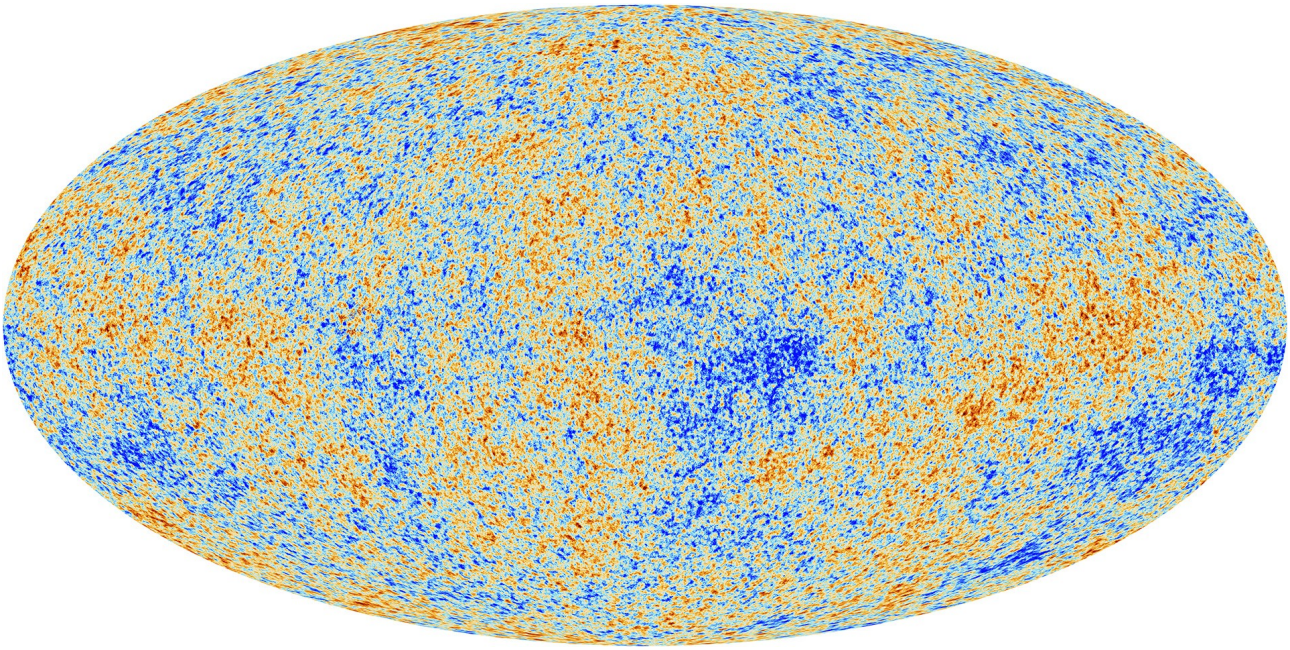


Fig. 7.2.d. Figuren viser den relative forskel i akseforhold mellem de 2 fordelinger, der skydes sammen. ($R_p = 1.$)

VIII.7 Referencer

1. *Atlas Image obtained as part of the Two Micron All Sky Survey (2MASS), a joint project of the University of Massachusetts and the Infrared Processing and Analysis Center/California Institute of Technology, funded by the National Aeronautics and Space Administration and the National Science Foundation.*
2. https://www.eso.org/public/denmark/images/eso1908e/
3. http://galaxymap.org/book_images/face_on/model_illustration_large.png
4. NASA/JPL-Caltech/R. Hurt. (SSC/Caltech.) https://solarsystem.nasa.gov/resources/285/the-milky-way-galaxy/
5. *The Milky Way as a Galaxy* af G. Gilmore, I. King og P. van der Kruit, University Science Books, Mill Valley, California, 1990.
6. *Galaxy Formation and Evolution* af Houjun Mo, Frank van den Bosch og Simon White, Cambridge University Press, 2014.
7. https://www.universetoday.com/148997/a-new-measurement-puts-the-sun-2000-light-years-closer-to-the-center-of-the-milky-way/
8. https://science.nasa.gov/m104-sombrero-galaxy
9. https://eventhorizontelescope.org/blog/astronomers-reveal-first-image-black-hole-heart-our-galaxy
10. The EHT Collaboration et al. 2022 ApJL, **930,** L12. https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2041-8213/ac6674
11. Lodders, K. 2020, S*olar Elemental Abundances*, in The Oxford Research Encyclopedia of Planetary Science, Oxford University Press.
12. http://www.sidleach.com/m13.htm
13. https://astro-gym.dk/aktiviteter/
14. Pearson Education, Inc.
15. https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/
16. https://svs.gsfc.nasa.gov/11534
17. https://esahubble.org/images/heic9902o/
18. https://esahubble.org/images/heic0506a/
19. https://irsa.ipac.caltech.edu/data/SPITZER/SINGS/galaxies/ngc4725.html
20. https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Goranen
21. NASA/GALEX/WikiSky http://www.wikisky.org/?object=NGC+2903&img_source=GALEX
22. https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Fabian_RRRR
23. https://www.eso.org/public/denmark/images/eso1714a/
24. https://www.eso.org/public/denmark/images/eso1914a/
25. https://www.britannica.com/science/galaxy/Irregular-galaxies
26. www.physics.uc.edu/~hanson/ASTRO/LECTURENOTES/MW
27. https://www.sun.org/images/our-local-group
28. https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Azcolvin429
29. https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Azcolvin429
30. https://saoastronews.wordpress.com/2012/04/20/no-dm-in-solarneighbourhood/
31. https://www.youtube.com/watch?v=bwIriJ_6epQ
32. *Sofue, Yoshiaki*: *Rotation Curve of the Milky Way and the Dark Matter Density*, 12. februar 2020. https://arxiv.org/abs/2004.11688 og kilder deri.
33. Michael Andrew Dolan Møller*: Mælkevejens rotationskurve – en teoretisk model, 2025*. https://astro-gym.tekster
34. Data fra tabel 2 i Bhattacharjee Chaudhury & Kundu, *Astrophysical Journal, 785:63 (13pp), 2014 April 10.*

IX Kosmologi



Planck-teleskopets målinger af den kosmologiske baggrundsstråling. Sådan et billede kan bruges til at måle kosmologiske parametre. Kilde: ESA.

Kosmologi er læren om kosmos, dvs. hele Universet. Kosmologer forsøger at opstille en teori, der forklarer Universets tidsafhængige struktur til alle tider. Med ordet struktur menes fordeling af stof, stråling og andet indhold. (For eksempel den såkaldte mørke energi.) Disciplinen har historisk set været overvejende teoretisk, men i dag har vi en del observationer, der kan bruges til at lave bedre modeller af Universet. Vi vil se på både observationer og teori i denne note.

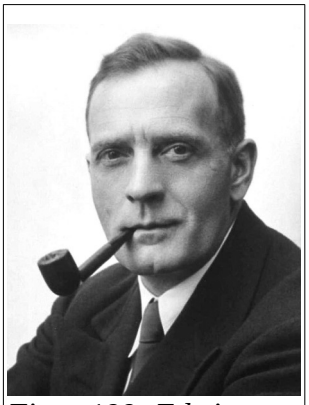
IX.1 Observationsmæssig baggrund

IX.1.1 Grundstofhyppighed i Universet

Utallige observationer har vist, at stjerner indeholder *omtrent* X = 75 % hydrogen og Y = 25 % helium. Unge stjerner har lidt mindre hydrogen. Til gengæld har de et lidt større indhold af tungere grundstoffer. Hvis man også undersøger galakser, HII-områder (brintskyer) og den kosmiske vind fra Solen, genkender man masseprocenterne ovenfor. Det er kun for planetariske tåger, hvor heliumindholdet er omtrent 40 % af massen, at der ses en afvigelse. Her skal man huske på, at planetariske tåger er lavet af døde stjerner, som netop har produceret en del helium, mens de strålede som stjerner, og det kan forklare den større mængde helium. [4] En god kosmologisk teori bør kunne forklare, hvorfor disse masseprocenter findes.

Observation/simulering af:	Heliumindhold (masseprocent)
Solens startmængde ud fra stjernemodeller	22-27
Kosmisk stråling fra Solen	20-26
Kuglehobe og andre gamle stjerner	20-30
Planetariske tåger	40
HII-områder	27
Blå, kompakte galakser	24

[4].



Figur 199: Edwin Hubble. (1931). Fotograf: Johan Hagemeyer, Camera Portraits Carmel.

IX.1.2 Universets ekspansion

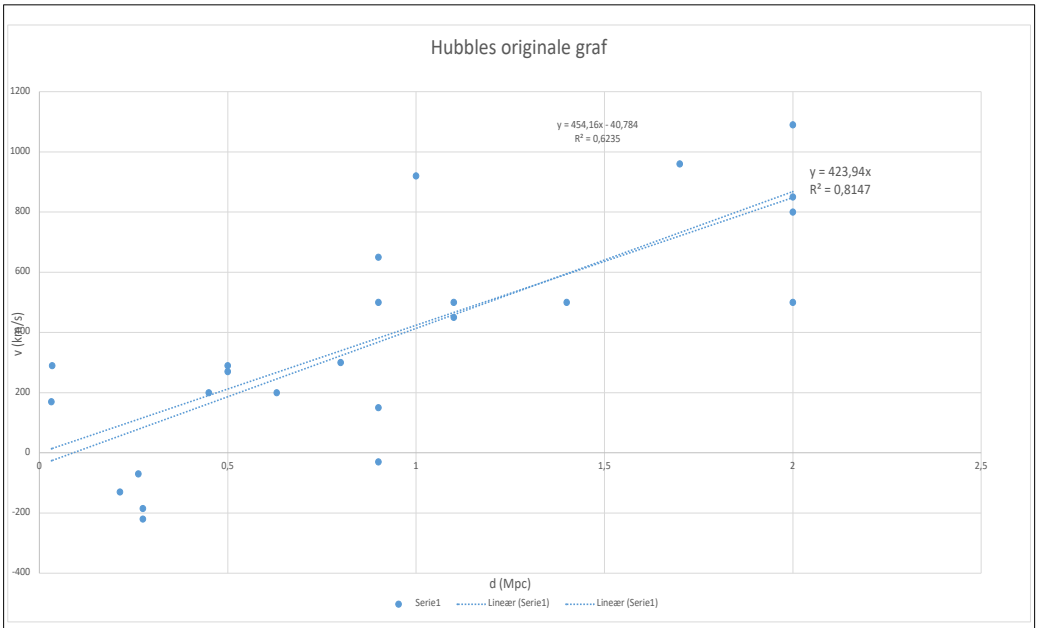
Figur 200: Vesto Slipher. Wikipedia.

I 1929 udgav Edwin Hubble (og Milton Humason) et arbejde, der viste, at de fleste galakser bevæger sig bort fra Mælkevejen, og at deres hastighed vokser ligefrem proportionalt med deres afstand. Dette resultat kan fortolkes på flere måder:

a) Mælkevejen befinder i centrum af Universet, og nærmest alle galakser bevæger sig bort fra denne,
b) nærmest alle galakser bevæger sig bort fra hinanden.

Det faktum, at nogle galakser bevæger sig mod Mælkevejen, kan forklares ved at tage højde for lokal gravitationel tiltrækning. I dag abonnerer alle astronomer på punkt b ovenfor.

2 år forinden havde Georges Lemaître vist, at Universet udvider sig, og at det bør kunne måles på galaksernes bevægelse, så i dette tilfælde kom teorien før målingen. I afsnittet nedenfor om skalafaktoren ser vi, hvordan Lemaître kunne udlede denne lov. I dag kaldes Hubbles lov også for Hubble-Lemaître-loven. [13] Loven er vist på figur 201. Man kan også skrive den som



Figur 201: Hubbles originale graf.[12]

$$v = H_0 \cdot d \tag{141}$$

Ovenfor er v galaksens radialhastighed, d, er galaksens afstand til Mælkevejen og H_0 er Hubble-konstanten. På figur 201, kan man se, at Hubble i første omgang fik en konstant på 424 km/sMpc, men i dag er konstanten målt til 67,7 km/sMpc. Man kan undre sig over denne store ændring, men der er en god forklaring på det, hvis man overvejer, hvordan Hubble kom frem til loven.

Hubble benyttede rødforskydningsmålinger af galakser foretaget af Vesto Slipher samt egne målinger udarbejdet sammen med Milton Humason. Slipher kunne, ved at måle spektrallinjer fra galakserne og ved at sammenligne linjerne med spektrallinjer målt i laboratoriet, bestemme rødforskydningen ved hjælp af formlen

$$z = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{emit}} = \frac{\lambda_{målt} - \lambda_{emit}}{\lambda_{emit}} = \frac{\lambda_{målt}}{\lambda_{emit}} - 1 \tag{142}$$

Ved at antage, at rødforskydningen skyldes almindelig dopplerforskydning, gælder der for $z < 0{,}1$ at $v = z \cdot c$, hvor $c = 2{,}9979 \cdot 10^5$ km/s er lysets hastighed i vakuum.

Hubble bestemte galaksernes afstand ved at måle på *cepheidestjerner*, som er stjerner, der pulserer i lysstyrke med perioder af størrelsesordenen dage. Det viser sig, at der er en sammenhæng mellem perioden for udsvingene og stjernens absolutte gennemsnitlige luminositet/størrelsesklasse. Så ved at måle perioderne og samtidig deres tilsyneladende luminositer/størrelsesklasser, kunne han bruge afstandsformlen nedenfor til at bestemme afstandene til cepheiderne.

$$\overline{V}-\overline{M_V}=5\cdot\log(d)-5+A_V \tag{143}$$

Problemet er bare, at der findes forskellige slags pulserende stjerner, og han blandede *W Virginis-stjerner*, som er population II-stjerner, sammen med cepheidestjerner, som er population I-stjerner. Dengang vidste man dog ikke, at der var forskel på sammenhængen mellem periode og middelluminositet for disse stjernetyper.

Moderne formler for cepheider og W Virginis-stjerners luminositeter er anført nedenfor.

$$\text{Cepheider:}\quad \overline{M_V}=-2{,}78\cdot\log(P(d))-1{,}35. \tag{144}$$

$$\text{W Virginis-stjerner:}\quad \overline{M_V}=-2{,}78\cdot\log(P(d))+0{,}1 \tag{145}$$

Bemærk, at konstanterne giver en forskel på 1,45 i bestemt størrelsesklasse, og dermed bliver forholdet mellem afstandene bestemt med hhv. formel (144) og (145) næsten en faktor 2! Det er blandt andet derfor, Hubble-konstanten i første omgang blev bestemt så dårligt.

IX.1.3 Den kosmologiske baggrundsstråling

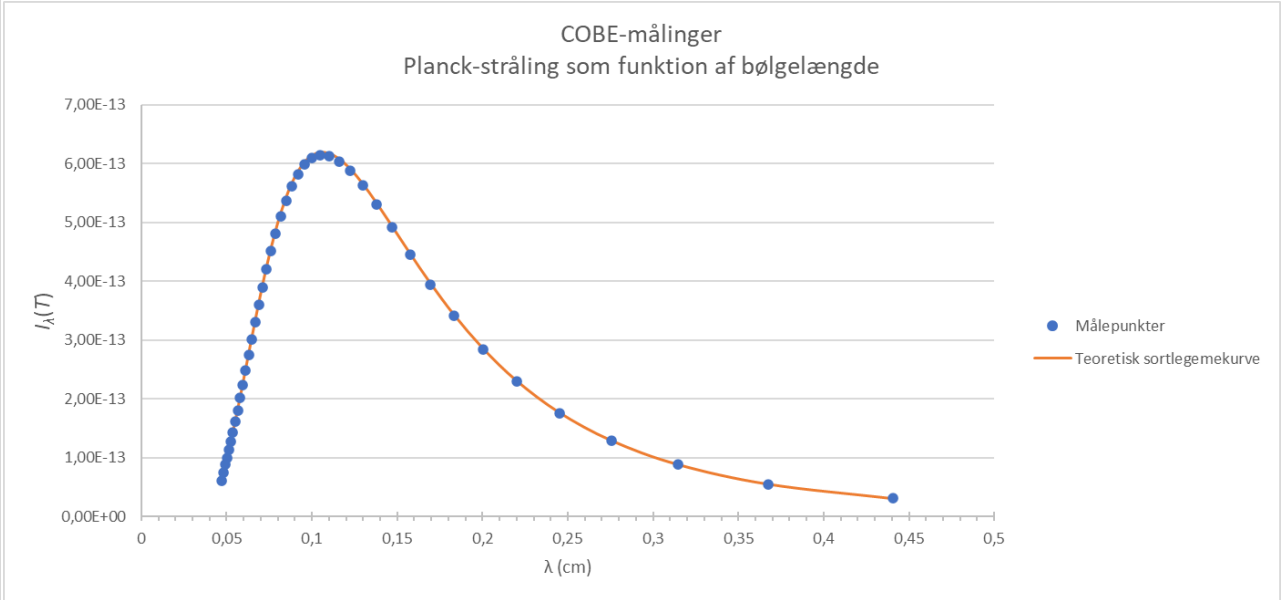
I 1963 observerede Penzias og Wilson første gang, at Universet udstråler en ensartet baggrundsstråling fra alle retninger. [11] Senere observationer med rumbaserede teleskoper bekræftede denne observation. COBE-, WMAP- og Plancktelesskoperne har målt en ufatteligt ensartet termisk stråling, og på forsidebilledet er et billede fra Plancktelesskopet vist. Hvis man måler styrken af strålingen fra forskellige bølgelængder og tegner en graf, får man en planckkurve, som giver en temperatur på T = 2,7255 K. Temperaturen er bestemt ved at aflæse toppunktet, og indsætte bølgelængden herfra i Wiens forskydningslov.

Copyright © 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley.

Figur 202: Penzias og Wilson foran den hornantenne, hvor de for første gang målte den kosmologiske baggrundsstråling. Billedet er taget mange år efter opdagelsen.[10]

$$\lambda_{maks}\cdot T=0{,}0029\,\mathrm{K\cdot m} \tag{146}$$

Ovenstående observationelle resultater, ensartet- og planckfordelt stråling, og med en temperatur på 2,7255 K er altså noget, som enhver kosmologisk teori *skal* kunne redegøre for. Hvis teorien ikke kan gøre det, må den være forkert.



Figur 203: Egen graf. Målepunkterne er målt af COBE-teleskopet. [9]

IX.1.4 Teoretisk fundament for forståelsen af Universet

Den eneste teori vi har til at forklare Universets opståen og udvikling er Einsteins generelle relativitetsteori. Teorien er ganske kompliceret, og den er derfor udenfor gymnasiets pensum. Derfor vil vi ikke benytte os af denne teori i denne note. Vi vil dog læne os op ad teorien, og det viser sig, at det bliver muligt at nå frem til en model, der faktisk beskriver Universets tidslige udvikling. Det viser sig, at vores beregninger leder hen til konstanter, som bør bestemmes observationelt, og her bruger vi resultaterne fra Planck-teleskopets målinger. Resultaterne herfra blev offentliggjort i 2013. [1]

Hvis man vil regne på Einsteins 10 feltligninger, oplever man, at det er voldsomt svært at finde løsninger til ligningerne. Derfor er det nødvendigt at lave nogle forsimplende antagelser. Ligningerne er i øvrigt ikke kompatible med kvantemekanikken, så selvom nærmest ethvert tænkeligt eksperiment har bekræftet anvendelser af ligningerne, er de åbenbart ikke helt korrekte – hvis kvantemekanikken altså er korrekt. De antagelser, man laver i kosmologien er følgende:

1. Universet er homogent, dvs. Universets masse/energifordeling er jævn fordelt.
2. Universet er isotropt – dvs. Universet ser ens ud i alle retninger, uanset hvilken som helst galakse, man observerer fra.

Vi kalder antagelserne for *Det kosmologiske princip*. Det er meget svært at teste antagelserne, men en grundig analyse af forsidebilledet kan bruges til at vurdere princippet.

Hvis man anvender det kosmologiske princip sammen med feltligningerne, viser det sig, at det bliver muligt at finde løsninger, der beskriver, hvordan Universet udvikler sig over tid. Disse ligninger kalder vi i daglig tale for *Friedman-ligningerne*, og løsningen til dem er en del af *Big bang-teorien*.

Hvordan teorien i nærmere detalje er udviklet, vil vi ikke komme ind på her, men vi kan opridse nogle af resultaterne. Interesserede kan f.eks. læse mere i reference [2]-[5]. Især Holger Nielsens bog [5] er anbefalelsesværdig, da den for det første er helt opdateret, og for det andet også indeholder en del historisk information, der giver et godt indblik i kosmologiens historie.

IX.2 Skalafaktoren

Ligesom man på et atlas over Danmark kan finde en skalafaktor, så har man også på universel skala konstrueret en skalafaktor. Fra geografien kender læseren sikkert, at hvis et kort har skalafaktoren 1:100 000, så betyder det, at 1 cm på kortet svarer til 100 000 cm = 1 km i virkeligheden.

Hubble og Lemaître fandt frem til, at Universet udvider sig, så skalafaktoren for Universet er ikke konstant; den er en funktion af den kosmologiske tid t. Vi kalder skalafaktoren for $R(t)$. $R(t)$ er altså en *funktion*. Hvis man er i stand til at finde forskriften for $R(t)$, har man altså bestemt, hvordan Universet har set ud til alle tider, så længe man kan finde afstandene til et bestemt tidspunkt.

Nedenfor betyder t_0 'nu,' dvs. Universets nuværende alder. $r_0 = r(t_0)$ betyder afstanden[52] mellem to galakser i dag, og $r(t)$ betyder afstanden mellem de samme to galakser til tidspunktet t. Skalafaktoren er i analogi med atlassets skalafaktor defineret som

$$r(t)=R(t)\cdot r(t_0)=R(t)\cdot r_0 \tag{147}$$

Vi ser, at $R(t_0) = 1$.

Det har vist sig[53], at nedenstående funktion for skalafaktoren, beskriver observationerne godt.

$$R(t)=0{,}4809\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot t}-e^{-0{,}08639\cdot t}\right)^{\frac{2}{3}} \tag{148}$$

Ovenfor er det underforstået, at enheden på konstanten i leddet ved t er Gyr^{-1}. Bemærk at $R(0) = 0$, dvs. Universet ifølge modellen engang har været samlet i ét punkt. Med andre ord – HELE verden har ligget i et punkt, der er mindre end et atom i størrelse! Dette resultat vil mange mennesker sikkert ikke acceptere som meningsfuldt, og der arbejdes da også på alternative teorier, hvor $R(0) > 0$. Senere skal vi se, at Universets temperatur går mod uendelig for tiden gående mod 0, og uendeligheder betyder normalt, at teorien bryder sammen. Vi kan altså ikke sige noget fornuftigt om $t = 0$.

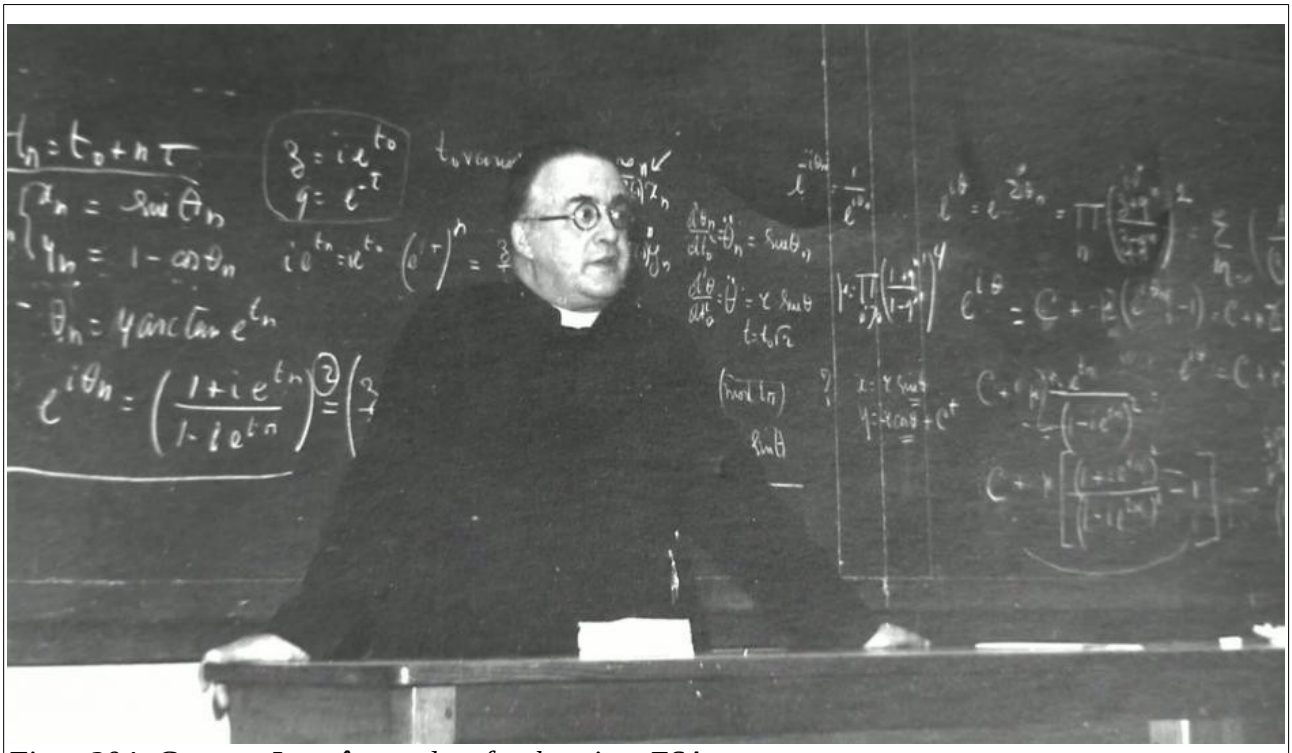
IX.2.1 Hubble-Lemaître-loven

I formel (141) er Hubble-Lemaître-loven anført. Den var observationelt bestemt. Herunder ser vi, hvordan Georges Lemaître udledte loven teoretisk. Georges Lemaître var en belgisk fysiker og præst, hvilket forklarer formen af hans krave. Man kan læse mere om ham i kilde [14].

Nedenstående beregninger kræver, at læseren ved, hvordan man differentierer en funktion. Hvis man ikke kan det, er det nødvendigt at acceptere formel (149) uden videre.

52 r_0 kaldes i litteraturen for *comoving distance* og betegnes nogle gange med bogstavet χ. $r(t)$ kaldes for *proper distance*.

53 $R(t)$ er justeret til at passe med Planck-satellittens resultater, dvs. $H_0 = 67{,}74$ km/(sMpc) og $t_0 = 13{,}799$ Gyr. [5]



Figur 204: Georges Lemaître ved en forelæsning. ESA

Differentiation af formel (147) for skalafaktoren og substitution af r_0 ved hjælp af samme formel giver

$$r'(t)=R'(t)\cdot r_0 \Leftrightarrow r'(t)=\frac{R'(t)}{R(t)}\cdot r(t).$$

Ovenfor er *r(t)* afstanden til en fjerntliggende galakse, og *r'(t)* er dermed dens hastighed i forhold til Mælkevejen. Dvs. definitionen af skalafaktoren leder direkte til Hubble-Lemaître-loven

$$v(t)=\frac{R'(t)}{R(t)}\cdot r(t)\equiv H(t)\cdot r(t). \tag{149}$$

Teorien forudsiger altså Hubbles observationelt bestemte lov. Vi ser også, at hubblekonstanten faktisk er en parameter, der afhænger af tiden. De relevante tidsrum måles i milliarder af år, så det er en udmærket talemåde at kalde *H(t)* for en konstant.

Vi ser også, at $H_0 \equiv H(t_0) = R'(t_0)$, eftersom $R(t_0) = 1$. Dvs. vi har nu en målbar parameter, H_0, der kan bruges til at kontrollere vores modelskalafaktor.

Vi har i formel (148) postuleret løsningen for *R(t)*. Den er udledt ved hjælpe af generel relativitetsteori, men man kan godt udlede den ved hjælp af newtonsk mekanik tilsat lidt ekstra størrelser. En udledning er vist i boksen nedenfor. På trods af tilnærmelsen til klassisk fysik, er boksen alligevel regnetung, så hold tungen lige i munden, hvis du ønsker at læse den.

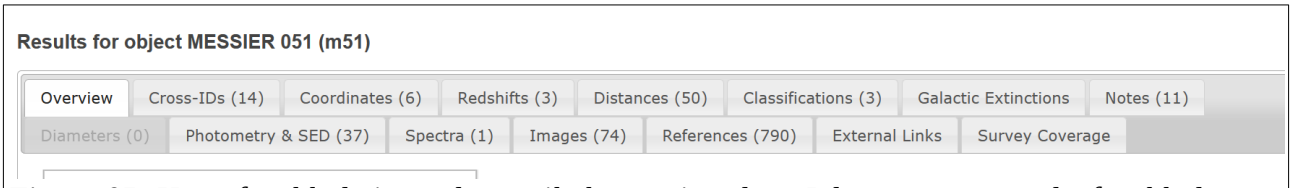
IX.2.1.1 Øvelse - Hubble-Lemaître-loven og NED

I denne opgave skal du kontrollere Hubble-Lemaître-loven (149) ved at anvende selvvalgte observationsdata fra databasen **N**asa/Ipac **E**xtragalactic **D**atabase, NED.

Du skal bruge data fra ca. 10 galakser, som er længere væk end den lokale gruppe.

a) Forklar hvorfor de valgte galakser ikke må ligge i den lokale gruppe.
b) Vælg nogle galakser. Du kan f. eks. bruge nogle af de galakser, der er listet i Messier-kataloget. En version af det katalog findes her: https://da.wikipedia.org/wiki/Messiers_katalog Du kan også søge på NGC-objekter, som er noget længere væk end Messier-objekterne.
c) Besøg NED på adressen: https://ned.ipac.caltech.edu/ Prøv f. eks. at søge på *M51*.

Databasens resultater er opdelt under en masse overskrifter, som vist på billedet herunder.



Figur 205: Hvert faneblad giver adgang til observationsdata. I denne opgave er det fanebladene Redshifts og Distances, man skal bruge. (Fra NED.)

d) Noter den *galaktocentriske hastighed* for galakserne samt deres afstandsmodul, *m-M*. Bemærk at der er mange målinger af afstandsmodulet. Du kan vælge en tilfældig, eller tage et gennemsnit af et udvalg.
e) Beregn afstanden til galakserne ved at bruge formlen $m-M=5\cdot\log(d)-5$. Kontroller om dine beregnede afstande passer med databasens.
f) Tegn en (d, v)-graf og bestem den bedste forskrift for grafen.
g) Fortolk grafen ved hjælp af formel (141).

-o-

IX.2.1.2 Friedmann-ligningerne

Nedenstående tekst er stærkt inspireret af Kurt Jakobsens bog *Universer og Universet*. [3]

I et *homogent* univers findes en galaksedensitet, *ϱ(t)*, som er ensartet overalt til et givet tidspunkt, dvs. man skal se på afstandsskalaer større end ca. 400 Mpc [8], for at galaksedensiteten giver mening. En galakse i afstanden *r* fra os, vil opleve en gravitationskraft, *F*, fra massen, *M*(*r*), i den kugle, der har os i centrum. (Newtons 2. teorem.) Man får

$$F_G=\frac{-G\cdot M(r)\cdot m}{r^2}=\frac{-G\cdot 4\cdot\pi\cdot r^3\cdot\varrho(t)\cdot m}{3\cdot r^2}=-\frac{4}{3}\cdot m\cdot\pi\cdot G\cdot r\cdot\varrho(t).$$

Hvis man inkluderer Einsteins forslag til en frastødende kraft $F_\Lambda=\frac{m}{3}\cdot\Lambda\cdot r$, udvides formlen ovenfor til $F=-\frac{4}{3}\cdot m\cdot\pi\cdot G\cdot r\cdot\varrho+\frac{m}{3}\cdot\Lambda\cdot r$. Einsteins kraft vokser altså med afstanden, så den er helt forskellig fra gravitationskraften. I dag fortolkes *Λ* som en energitæthed, der er konstant, men det er en mystisk form for energi, for den frastøder i stedet for at tiltrække. Vi kalder den for *mørk energi*.

Vi benytter nu Newtons 2. lov med ovenstående kraft som den resulterende kraft, F_{res}, og vi får

$$m\cdot r''(t)=-\frac{4}{3}\cdot m\cdot\pi\cdot G\cdot r(t)\cdot\varrho(t)+\frac{m}{3}\cdot\Lambda\cdot r(t).$$

Definitionen af skalafaktoren benyttes, og det giver

$$m\cdot r(t_0)\cdot R''(t)=-\frac{4}{3}\cdot m\cdot\pi\cdot G\cdot r(t_0)\cdot R(t)\cdot\varrho(t)+\frac{m}{3}\cdot\Lambda\cdot r(t_0)\cdot R(t)\Leftrightarrow$$
$$m\cdot R''(t)=-\frac{4}{3}\cdot m\cdot\pi\cdot G\cdot R(t)\cdot\varrho(t)+\frac{m}{3}\cdot\Lambda\cdot R(t)\Leftrightarrow$$
$$R''(t)=-\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot G\cdot R(t)\cdot\varrho(t)+\frac{\Lambda}{3}\cdot R(t)$$

Ovenstående ligning er en af *Friedman-ligningerne*, som er opkaldt efter russeren *Alexander Friedman*, som var den første, der opstillede dem.

Vi kan udtrykke densiteten, *ϱ*(*t*), som en funktion af den nuværende densitet ϱ_0 og skalafaktoren. Overvej formlen $\varrho(t)=\frac{\varrho_0}{R(t)^3}$.

Ved substitution af udtrykket for densiteten får vi en ny Friedmann-ligning

$$R''(t)=-\frac{4\cdot\pi\cdot\varrho_0\cdot G}{3\cdot R(t)^2}+\frac{\Lambda}{3}\cdot R(t). \qquad (150)$$

Ligning (150) er en 2. ordens differentialligning, men den kan integreres til en 1. ordens differentialligning. Løsningen bliver

$$R'(t)^2=\frac{8\cdot\pi\cdot\varrho_0\cdot G}{3\cdot R(t)}+\frac{\Lambda\cdot R(t)^2}{3}-K_0\cdot c^2. \tag{151}$$

Læseren kan differentiere ovenstående ligning og tjekke, at den er en løsning til (150). Integrationskonstanten har man valgt at udtrykke som $-K_0\cdot c^2$, hvor c er lysets hastighed. K_0 kaldes for *krumningen*.
De kritiske tætheder er defineret som

$$\varrho_c\equiv\frac{3\cdot H_0^2}{8\cdot\pi\cdot G}\ \text{ og }\ \varrho_{vakuum}\equiv\frac{\Lambda}{8\cdot\pi\cdot G}, \tag{152}$$

som bruges til at definere de 2 enhedsløse størrelser *massetæthedsparameteren* $\Omega_0\equiv\frac{\varrho_0}{\varrho_c}$ *og vakuumtæthedsparameteren* $\Omega_\Lambda\equiv\frac{\varrho_{vakuum}}{\varrho_c}=\frac{\Lambda}{3\cdot H_0^2}\cdot$ Disse to størrelser samt (152) indsættes i (151), og så får vi endnu en Friedmann-ligning

$$R'(t)^2=\frac{\Omega_0\cdot H_0^2}{R(t)}+H_0^2\cdot R(t)^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2. \tag{153}$$

Nogle gange vælger man et enhedssystem, hvor c og H_0 er defineret til 1. Det simplificerer (153), men så skal man jo huske (153), når tal skal regnes omregnes til almindelige enheder.
Hvis man løser (153) for $K_0 = 0$, får man netop (148), som generelt lyder

$$R(t)=a\cdot\left(e^{b\cdot t}-e^{-b\cdot t}\right)^{2/3},\ \text{hvor}\ a=\sqrt[3]{\frac{\Omega_M+\Omega_{DM}}{4\cdot\Omega_\Lambda}}\ \text{ og }\ b=\frac{3\cdot H_0}{2}\cdot\sqrt{\Omega_\Lambda}. \tag{154}$$

Ovenfor er massetæthedsparameteren splittet op i et bidrag fra almindeligt stof samt såkaldt *mørkt stof*, som vi kan måle findes i rigelige mængder i universet, men som ikke lyser. Hvis man indsætter H_0 i enheden Gyr^{-1}, så skal $[t]$ = Gyr i (154).

Hvis læseren ønsker at se mere til beregninger med skalafaktoren, kan man kigge i afsnit IX.4.4 og IX.4.5.

IX.2.2 Tæthedsparametrene

I boksen om Friedmann-ligningnerne blev tæthedsparametrene defineret. De udtrykker et dimensionsløst mål for densiteter af Universets indhold. Indholdet kan være almindeligt stof og stråling, mørkt stof, og mørk energi. Almindeligt stof og stråling er grundstofferne samt elementarpartikler som f. eks. neutrinoer og elektromagnetisk stråling. Mørkt stof er stof, der kun vekselvirker med andre stoffer via gravitationskraften, og vi har mødt det i forbindelse med fortolkningen af rotationskurver for spiralgalakser. Mørk energi er en mystisk form for energi, som virker frastødende. Normalt er stof og energi ækvivalente, og sammenhængen mellem dem kan udtrykkes ved hjælp af Einsteins ligning

$$E = m \cdot c^2 \tag{155}$$

Ligningen udtrykker, at energi også bør virke tiltrækkende, ligesom stof er. Den mørke energi virker bare modsat. Vi ved pt. ikke hvad mørk energi i realiteten er for noget.

Tæthedsparametrene skrives

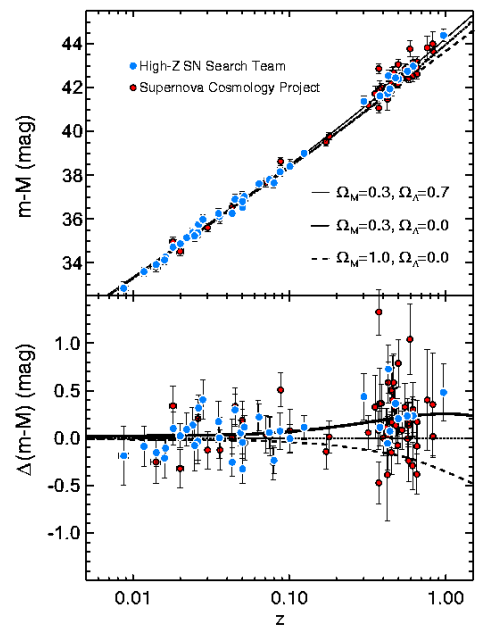
$$\begin{aligned} \Omega_0 &= \Omega_{stof} + \Omega_{mørkt\,stof} \equiv \Omega_M + \Omega_{DM} \\ \Omega &= \Omega_0 + \Omega_{mørk\,energi} \equiv \Omega_M + \Omega_{DM} + \Omega_\Lambda \end{aligned} \tag{156}$$

IX.2.2.1 De enkelte bidrag til tæthedsparametrene

Det synlige stof – almindeligt stof
Det synlige stof, er det stof, som vi i princippet kan se/måle i vore kikkerter. (Vi ser lyset fra stjerner, enkelte planeter og lysende tåger, og vi kan regne os frem til hvor meget stof, der må være.)

Det mørke stof (egentligt usynligt stof)
Det mørke stof kan vi ikke se, men vi kan f.eks. ved hjælp af analyser af galaksebevægelser i galaksehobe og rotationskurver bestemme tætheden af mørkt stof.

Den mørke energi
Den mørke energi repræsenterer et energibidrag, som virker frastødende i modsætning til normal masse og energi, som jo virker tiltrækkende.



Figur 206: Afstande til galakser. Afstanden er målt vha. lyskurver fra supernovaer. [15] I nederste graf har man fratrukket model 2 fra målepunkterne.

Vi tror, den mørke energi er der, da legemer med meget høj rødforskydning ($z > 0{,}4$) er 'for langt væk.' Noget må altså have accelereret deres bevægelse. Figur 206 viser de resultater, hvis fortolkning gav anledning til genfremstillingen af ideen om en universel frastødende kraft. Einstein indførte oprindeligt ideen med hans kosmologiske konstant i 1917, men gik bort fra den igen, da han via Edwin Hubble hørte, at Universet udvider sig – oprindeligt havde han indført den frastødende kraft, så man kunne få et statisk univers; altså et univers, der slet ikke udvidede sig.

Fortolkningen af figur 206 er som følger. Først måles de tilsyneladende størrelsesklasser for supernovaer, hvis absolutte størrelsesklasser er kendt. Dernæst bestemmes intergalaktisk absorption og endelig beregnes afstanden til supernovaerne og dermed de galakser, hvori supernovaerne findes ved hjælp af formel (143). Dernæst måles kosmologiske rødforskydninger for de samme galakser. Grafen kan nu tegnes.

Er rødforskydningen lille, kan hastigheden og dermed afstanden bestemmes ved hjælp af formlerne 141 og 142. Er rødforskydningen større end ca. 0,1, skal man benytte skalafaktoren samt formel (161), som vi ser på senere. De sorte linjer på figur 206 viser afstandene for forskellige densitetsparametre, krumning og hubblekonstant. Kun én model får afstandene til at passe med observationerne, og man ser, at det ikke er en ret linje. For store rødforskydningstal er de målte afstande ”for store”, og det fortolker vi, som om at universet nu har fået mere fart på. I Appendiks 1 kan man se en opdateret kurve.

IX.2.2.2 Tæthedsparameterens samt K_0's fortolkning

K_0 er et udtryk for Universets krumning eller form, om man vil. Vi kan ikke umiddelbart forstå dette – selv ikke, hvis vi nærstuderer boksen med Friedman-ligningerne. Vi kan dog knytte krumningen og hubblekonstanten sammen ved hjælp af en af Friedman-ligningerne. Vi tager udgangspunkt i formel (153):

$$R'(t)^2=\frac{\Omega_0\cdot H_0^2}{R(t)}+H_0^2\cdot R(t)^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2.$$

For $t = t_0$, får vi følgende udtryk

$$R'(t_0)^2=H_0^2=\frac{\Omega_0\cdot H_0^2}{R(t_0)}+H_0^2\cdot R(t_0)^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2=\Omega_0\cdot H_0^2+H_0^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2\Leftrightarrow$$

$$1=\Omega_0+\Omega_\Lambda-\frac{K_0\cdot c^2}{H_0^2}=\Omega-\frac{K_0\cdot c^2}{H_0^2}. \qquad (157)$$

Dvs. hvis vi kan måle 2 af de 3 parametre i formel (157), så kan den sidste størrelse bestemmes.

Det viser sig, at hvis $K_0\cdot c^2 > 0$ er Universets geometriske form lukket, og omvendt hvis $K_0\cdot c^2 < 0$. Hvis $K_0 = 0$ er universet fladt, dvs. euklidisk. Det betyder, at den geometri, man lærer i skolen, virker overalt i Universet. (F. eks. at der er 180° i en trekant.)

Dvs. vi kan finde de værdier af den totale tæthedsparameter, hvor Universets struktur ændrer sig:

$K_0 < 0$ medfører, at $\Omega < 1$: Universet har en lav densitet, og det vil udvide sig for evigt. (Universets form er som en 3-dimensional sadelflade i den 4-dimensionale rum-tid.)

$K_0 = 0$ medfører, at $\Omega = 1$: Universets densitet er netop så stor, at det vil udvide sig ud i det uendelige. (Universet er fladt.)

$K_0 > 0$ medfører, at $\Omega > 1$: Universets densitet er så stor, at Universet en gang vil klappe sammen i et Big Crunch. (Universets form er lukket.)

Ovenfor er begrebet *rum-tid* benævnt. Det er navnet for det faktum, at Universet har 4 dimensioner; de tre rumlige samt tiden. Man ganger lysets hastighed på tiden, og så har den samme dimension som de tre rumlige retninger.

I dag viser målinger, at den bedste værdi for tæthedsparameteren Ω = 0,9986 ± 0,005. Universet er altså indenfor måleusikkerheden fladt, og det vil udvide sig ud i al evighed. De enkelte bidrag er ved hjælp af blandt andet Planck-satellitten målt til at være

Ω_M = 0,04860
Ω_{DM} = 0,2589
Ω_Λ = 0,6911. [1]

Det er måske påfaldende, at tæthedsparameteren er lige præcis 1, og at den synlige del af Universet øjensynligt kun udgør knap 5 % af den samlede masse/energitæthed. Det er vel også ret klart, at når vi kun kan se så lidt af Universet, vil det være ret arrogant at påstå, at vi har en sikker viden om Universets struktur. Man kan derimod sige, at vi har en *matematisk model*, der er god, da den beskriver observationerne godt, og da dens *forudsigelser* også stemmer overens med observationer.

Parametrene ovenfor giver koefficienterne i skalafaktoren $R(t)$. Man kan beregne dem på følgende måde, når t måles i Gyr og krumningen $K_0 = 0$:

$$a=\sqrt[3]{\frac{\Omega_M+\Omega_{DM}}{4\cdot\Omega_\Lambda}}=\sqrt[3]{\frac{0{,}0486+0{,}2589}{4\cdot 0{,}6911}}=0{,}4809 \text{ og } b=\frac{3\cdot H_0}{2}\cdot\sqrt{\Omega_\Lambda}=\frac{3}{2\cdot 14{,}43\,\text{Gyr}}\cdot\sqrt{0{,}6911}=0{,}08639\ \text{Gyr}^{-1}.$$

Vi har ved beregningen af konstanten for b benyttet os af at $H_0=67{,}74\,\frac{\text{km}}{\text{s}\cdot\text{Mpc}}=\frac{1}{14{,}43\ \text{Gyr}}$.

IX.2.2.3 Øvelse – Hubblekonstantens enheder

Omregn H_0 = 67,74 km/sMpc til enheden Gyr^{-1}.

IX.3 Fortolkninger ved brug af skalafaktoren *R(t)*

Da vi nu har et godt forslag til en skalafaktor, vil vi prøve at udlede/forudsige noget ud fra den.

1. Vi vil bestemme Universets alder.
2. Vi vil sammenligne modellens forudsigelse af H_0 og den observerede værdi.
3. Vi vil finde ud af hvad der sker med Universet i fremtiden.
4. Vi vil igen se på rødforskydning af fjerne galakser.
5. Vi vil finde Universets temperaturmæssige udvikling.

IX.3.1 Universets alder

Vi ved at skalafaktoren i dag definitionsmæssigt er 1. Dvs. vi kan bruge formel (148) for *R(t)* til at finde Universets alder t_0:

$$R(t_0)=1=0{,}4809\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot t_0}-e^{-0{,}08639\cdot t_0}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Ovenstående ligning er indviklet at løse analytisk[54], men et CAS-værktøj kan hurtigt finde en løsning. Svaret på opgaven viser sig at være t_0 = 13,8 Gyr.

54 Se formel (167) for et udtryk for t.

IX.3.2 Den nuværende Hubblekonstant

Da $H(t_0)=R'(t_0)$ kan vi differentiere $R(t)$ og indsætte den fundne værdi for t_0:

$$R(t)=0{,}4809\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot t}-e^{-0{,}08639\cdot t}\right)^{\frac{2}{3}}\Rightarrow$$
$$R'(t)=0{,}4809\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(e^{0{,}08839\cdot t}-e^{-0{,}08639\cdot t}\right)^{\frac{-1}{3}}\cdot 0{,}08544\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot t}+e^{-0{,}08639\cdot t}\right)\Rightarrow$$
$$R'(t_0)=R'(13{,}799)=0{,}4809\cdot\frac{2}{3}\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot 13{,}799}-e^{-0{,}08639\cdot 13{,}799}\right)^{\frac{-1}{3}}\cdot 0{,}08639\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot 13{,}799}+e^{-0{,}08639\cdot 13{,}799}\right)\Rightarrow$$
$$R'(t_0)=0{,}06916\,\mathrm{Gyr}^{-1}$$

Den observerede Hubblekonstant er H_0 = 67,74 km/(s·Mpc). [1] Vi skal altså have omregnet enhederne, så de passer sammen:

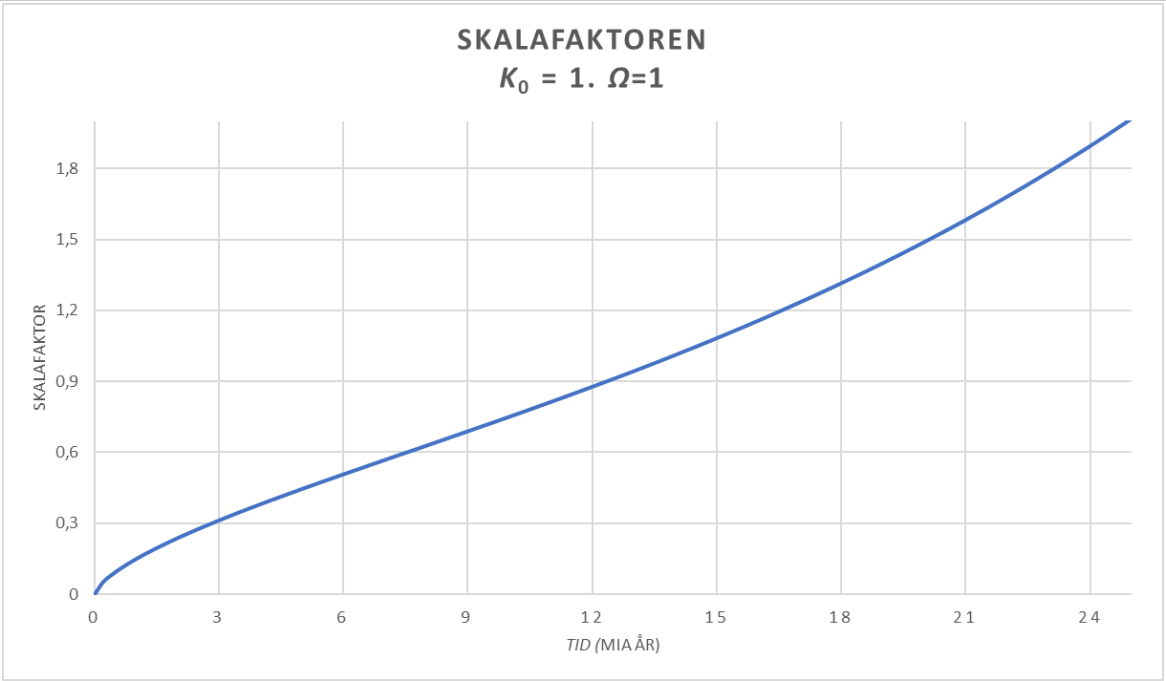
$$1\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s\cdot Mpc}}=\frac{1\cdot 10^3\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}\cdot 3{,}086\cdot 10^{16}\ \mathrm{m}\cdot 10^6}=3{,}24\cdot 10^{-20}\,\mathrm{s}^{-1}\Rightarrow$$
$$H_0=67{,}74\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s\cdot Mpc}}=67{,}74\cdot 3{,}24\cdot 10^{-20}\,\mathrm{s}^{-1}=2{,}195\cdot 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1}.$$
$$\frac{1}{\mathrm{Gyr}}=\frac{1}{10^9\cdot 60\cdot 60\cdot 24\cdot 365{,}256\ \mathrm{s}}=3{,}169\cdot 10^{-17}\,\mathrm{s}^{-1}\Rightarrow$$
$$R'(t_0)=0{,}06916\,\mathrm{Gyr}^{-1}=0{,}06916\cdot 3{,}169\cdot 10^{-17}\,\mathrm{s}^{-1}=2{,}1915\cdot 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1}\approx 2{,}19\cdot 10^{-18}\,\mathrm{s}^{-1}=H_{0.}$$

Man ser altså, at model og observation passer godt sammen, hvad de naturligvis også bør gøre.

IX.3.3 Universets fremtid

Udviklingen af Universet kan findes ved at tegne en graf over skalafaktoren

$$R(t)=0{,}4809\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot t}-e^{-0{,}08639\cdot t}\right)^{\frac{2}{3}}$$



Figur 207: Skalafaktoren. Universets alder kan aflæses på 1. aksen, hvor R(t) = 1.

Man ser, at Universet vil udvide sig ud i det uendelige, og at bevægelsen vil ske hurtigere og hurtigere. $R'(t)$ kan som bekendt findes som tangenthældningen af grafen for det ønskede tidspunkt, og man ser at tangenthældningen er stigende for voksende $t > t_0 = 13{,}8$ Gyr.

IX.3.4 Kosmologisk rødforskydning

Førhen fortolkede man galaksernes rødforskydning som en dopplerforskydning – altså at galakserne bevægede sig i rummet mod eller væk fra os.

Big Bang-teorien giver en ny fortolkning af rødforskydninger, såfremt de er så store, at vi kan se bort fra gravitationel tiltrækning mellem galakserne. Det var Georges Lemaître, der foreslog den nye fortolkning, som siger, at fordi galakserne bevæger sig *sammen med rummet*, og fordi rummet udvider sig, så er rødforskydningen af strålingen fra kosmos et direkte mål for rummets udvidelse.

Lad os regne på problematikken. Rødforskydningen z er defineret i formel 142.

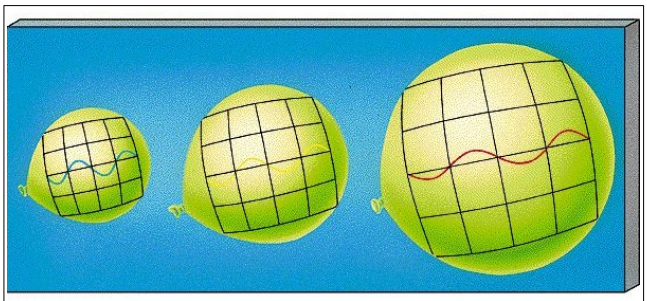
$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{emit}} = \frac{\lambda_{målt} - \lambda_{emit}}{\lambda_{emit}} = \frac{\lambda_{målt}}{\lambda_{emit}} - 1$$

Ovenfor betyder $\lambda_{målt}$ den bølgelængde, som vi måler i dag, dvs. til tiden t_0. λ_{emit} betyder den bølgelængde, som bliver udsendt til tiden t.

Eftersom rumtiden strækkes med tiden, vil bølgelængderne ændres i samme takt. Se figur 208. Dvs. hvis afstanden mellem to galakser til to tidspunkter er hhv. $r(t_0)$ og $r(t)$, og hvis der er N bølgelængder mellem de to galakser så gælder ved brug af formel 142 og 147:

$$\frac{r(t_0)}{r(t)} = \frac{N \cdot \lambda(t_0)}{N \cdot \lambda(t)} \Rightarrow \frac{r(t_0)}{r(t)} = 1 + z \Leftrightarrow R(t) = \frac{1}{1+z} \qquad (158)$$

Hvis vi måler rødforskydningen, z, fra en fjern galakse, har vi altså også fundet skalafaktorens værdi til det tidspunkt, hvor lyset blev udsendt. Da skalafaktoren er et mål for Universets størrelse i forhold til i dag, må z altså også være et mål for Universets størrelse.



Figur 208: Hvis rummet udvider sig, vil bølgelængderne af det lys, der bevæger sig i rummet også forøges. (Lyset strækkes som en elastisk, når rummet udvider sig.) Billedkilde ukendt. Den findes utallige steder på internettet.

I afsnit IX.4 ser vi, at man kan altid kan finde afstande ud fra rødforskydningstallet – også for store værdier af rødforskydningen. Man skal bare vælge en passende kosmologisk model. Det er derfor man i litteraturen tit ser, at afstande netop er anført som rødforskydninger. Ulempen ved at angive afstanden i Gpc er, at hvis modellen er forkert, så bliver afstanden også forkert. Rødforskydningstallet er dog altid korrekt.

IX.3.5 Universets temperatur og rekombinationen

Vi kan også finde temperaturens udvikling med tiden. Hertil benytter vi Wiens forskydningslov, som er vist i formel (146) samt formel (158). Konstanten er uændret, hvilket dermed giver:

$$\lambda(t)_{max}\cdot T(t)=0{,}0029\ \text{m}\cdot\text{K}=\lambda(t_0)_{max}\cdot T(t_0)\Leftrightarrow$$
$$\frac{\lambda(t_0)_{max}}{\lambda(t)_{max}}=\frac{T(t)}{T(t_0)}\wedge 1+z=\frac{1}{R(t)}\Leftrightarrow$$
$$T(t)=\frac{T(t_0)}{R(t)}=T(t_0)\cdot(1+z). \tag{159}$$

COBE-, WMAP- og Planck-satellitterne målt $T(t_0)$ = 2,7255 K. Dermed kan vi nu beregne Universets temperatur til alle tider/rødforskydninger.

Atomkerner og elektroner (re)kombinerer ved en temperatur på ca. 3000 K. Dvs. neutrale atomer dannes. Dermed kan lys slippe gennem de neutrale grundstoffer – i plasma vil lys konstant blive spredt på elektronerne, og dermed kan det ikke bevæge sig frit. Tidspunktet hvor kerner og elektroner rekombinerede til neutrale grundstoffer kaldes *rekombinationen*. Navnet er lidt misvisende, fordi det fejlagtigt leder en til at tro, at neutrale gasser fandtes før dette tidspunkt. Vi finder rødforskydningen, da lyset begyndte at flyve frit:

$$3000\ \text{K}=2{,}7255\ \text{K}\cdot(1+z)\Leftrightarrow z=\frac{3000\,\text{K}}{2{,}7255\,\text{K}}-1=1100.$$

Dermed var skalafaktoren $R(t_{\text{rekombination}})$=1/1101. Universet var altså under en promille af dets nuværende størrelse. Vi kan også beregne, hvornår det skete, da vi 'bare' skal isolere $t_{\text{rekombination}}$ i formlen for skalafaktoren:

$$R(t_{rekombination})=1/1101=0{,}4809\cdot\left(e^{0{,}08639\cdot t_{rekombination}}-e^{-0{,}08639\cdot t_{rekombination}}\right)^{\frac{2}{3}}\Leftrightarrow t_{rekombination}=4{,}73\cdot 10^{-4}\ \text{Gyr}=473\ \text{kyr}.$$

Den officielle værdi er 379 kyr, som sandsynligvis skyldes, at vores valg af $R(t)$ er ikke er helt korrekt. Vi konkluderer, at lyset begyndte at flyve frit ca. 379 kyr efter Big Bang, og vi ser resterne heraf i den kosmologiske baggrundsstråling.

IX.3.5.1 Øvelse - Universets alder

1. Benyt formlen for $R(t)$ til at eftervise, at Universets alder er 13,8 Gyr. (Brug f.eks. solver i din lommeregner/CAS-værktøj, eller anvend et regneark til at tegne en graf, som du kan aflæse på.)
2. Find tiden for rekombinationen, dvs. kontroller beregningen anført ovenfor.

IX.3.6 Dannelsen af de letteste grundstoffer

Ovenfor beregnede vi tidspunktet for rekombinationen, som er det tidspunkt, hvor de allerede dannede atomkerner kombinerer med elektroner og danner neutrale grundstoffer. Men hvor kommer kernerne fra?

Teorien siger, at da Universet var mellem 0,01 s og 4 s gammelt, begyndte reaktioner mellem neutroner og protoner. Da de 4 s var gået var omtrent 95 % af stoffet i universet protoner og 5 % af massen var neutroner. Temperaturen var ca. 5 GK. Forholdet mellem *antallet* af neutroner og protoner var N_n/N_p = 0,05. [19, p. 171] Derefter var der kun neutronhenfald og almindelige fusionsprocesser tilbage til at ændre i forholdet mellem neutroner og protoner. Neutroner henfalder ved processen ${}^{1}_{0}n\rightarrow{}^{1}_{0}H+{}^{0}_{-1}e+\overline{\nu}$. Halveringstiden for den proces er 11^{m}. Protoner kan ikke fusionere

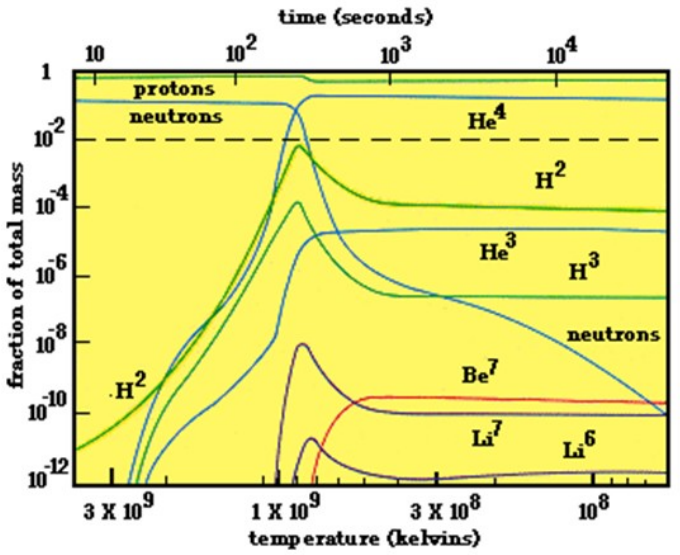
med sig selv, så det endte med et kapløb mellem proton- og neutronprocesser og henfald af neutroner.

Stoftætheden var allerede blevet så lille, at naturen ikke kunne lave He-4 ved kollision af 2 protoner og 2 neutroner. I stedet for skete processerne som angivet nedenfor, og der var kun få minutter til at lave al den nødvendige H-2, da de oprindelige neutroner jo var ustabile. Temperaturen skulle under 1 GK, da fotoner ellers kunne rive de dannede H-2-kerner fra hinanden. [4]

1: ${}^{1}_{0}n + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{2}_{1}H + \gamma$
2: ${}^{2}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n$
3: ${}^{3}_{2}He + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{3}_{1}H + {}^{1}_{1}H$
4: ${}^{3}_{1}H + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$

Da kapløbet var ovre, var der ifølge teorien masseprocenterne 75 % hydrogen og 25 % helium med mikroskopiske mængder af H-2, He-3 og Li-7. Tungere grundstoffer blev senere dannet primært i stjernerne og ved stjerneeksplosioner og endelig ved kollisioner mellem neutronstjerner.

En grafisk fremstilling over dannelsen af de første grundstoffer kan ses på figur 209.



Figur 209: Grundstofsyntese i det tidlige univers. [21]

IX.3.6.1 Øvelse - Tidslinje

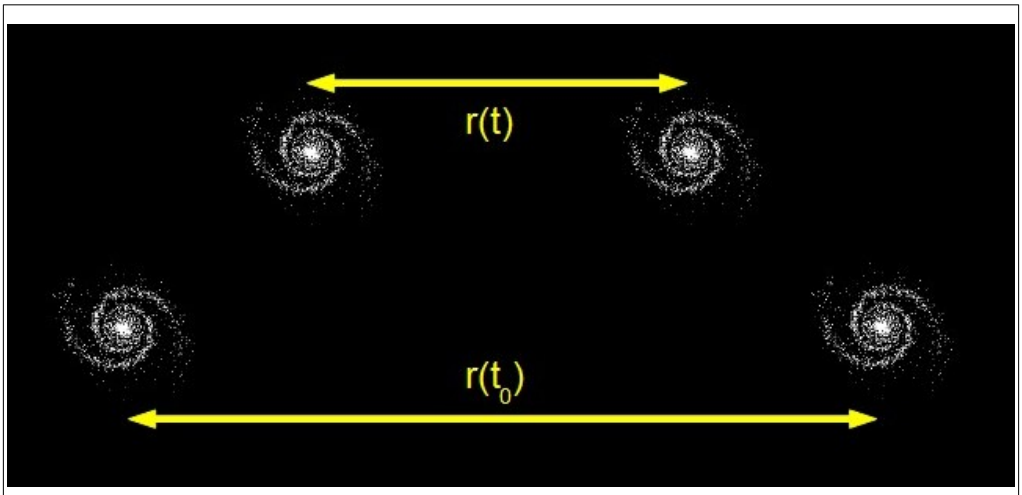
Tegn en tidslinje over Universets udvikling, hvor du inkluderer Big Bang, grundstofdannelse, rekombination og tidspunktet for galaksedannelse. (Se også kapitlet *Mælkevejen og andre galakser*.)

IX.4 Kosmologiske afstande

Rødforskydning af lys (og lyd) er defineret i formel (142). Oprindeligt blev rødforskydningen fortolket som en dopplerforskydning af galaksernes lys i rummet. Doppler viste, at $v = c \cdot z$ for legemer, der bevæger sig bort fra en modtager, hvor v er lysgiverens hastighed i forhold til modtageren af lyset, og c er lysets hastighed. Man forledes måske til at tro, at galakserne bevæger sig *igennem* rummet, og at de bevæger sig bort fra hinanden. Det var også sådan, Hubble fortolkede sine resultater.

Da Big Bang-teorien blev grundlagt af Lemaître[55], fortolkede han galaksers bevægelser anderledes. Galakserne bevæger sig ganske rigtigt bort fra os, men ikke i et statisk Univers. I stedet for fortolkede han, at galakserne deltager i rumtidens udvidelse (rummets 3 dimensioner og tiden). Foruden deltagelsen i rummets udvidelse, påvirker galakserne naturligvis også hinanden via gravitationen, så der er også lokal bevægelse mellem galakserne i selve rummet.

55 Lemaîtres teori blev offentliggjort i 1927.



Figur 210: Mælkevejen er til venstre og en fjerntliggende galakse er til højre. Det lille galaksebillede er lånt fra Paulbourke.net.

IX.4.1.1 Øvelse – baggrunden for rødforskydningsfænomenet

Overvej forskellen mellem den klassiske forståelse af galaksernes rødforskydning og den kosmologiske forståelse af galaksernes rødforskydning.

Man kan derfor rettelig spørge sig selv, om Dopplers formel passer ind i den nye fortolkning. Det vil vi undersøge herunder.

IX.4.2 Rødforskydning som en dopplerforskydning

Formel (158) giver os $1+z=\frac{r(t_0)}{r(t)}$, hvor $r(t)$ angiver afstanden fra Mælkevejen til en galakse til tiden t, og $r(t_0)$ angiver afstanden til galaksen i dag. Se også figur 210.

I det betragtede tidsrum, $\Delta t=t_0-t$ har galakserne bevæget sig afstanden $\Delta s=r(t_0)-r(t)$. Hvis galaksernes indbyrdes hastighed, v, har været *konstant* i tidsrummet, kan vi skrive den tilbagelagte afstand som $\Delta s=v\cdot\Delta t$. Lyset har omtrent[56] bevæget sig $r(t_0)$ i tidsrummet Δt, dvs. $r(t_0)=c\cdot\Delta t$, hvor c er lysets hastighed. Nu ved vi nok til at kunne opstille et udtryk for rødforskydningen:

$$1+z=\frac{r(t_0)}{r(t)}\wedge\Delta s=r(t_0)-r(t)\wedge\Delta s=v\cdot\Delta t\wedge r(t_0)=c\cdot\Delta t\Leftrightarrow$$
$$z=\frac{r(t_0)}{r(t)}-1\wedge v\cdot\Delta t=r(t_0)-r(t)\wedge r(t_0)=c\cdot\Delta t\Leftrightarrow$$
$$z=\frac{r(t_0)-r(t)}{r(t)}=\frac{v\cdot\Delta t}{r(t)}\wedge\Delta t=\frac{r(t_0)}{c}\Leftrightarrow$$
$$z=\frac{v\cdot r(t_0)}{c\cdot r(t)}\approx\frac{v}{c}.$$

56 ”Omtrent” fordi den faktiske afstand ligger et sted mellem $r(t_0)$ og $r(t_e)$. Galakserne har jo bevæget sig et stykke fra hinanden i tidsrummet.

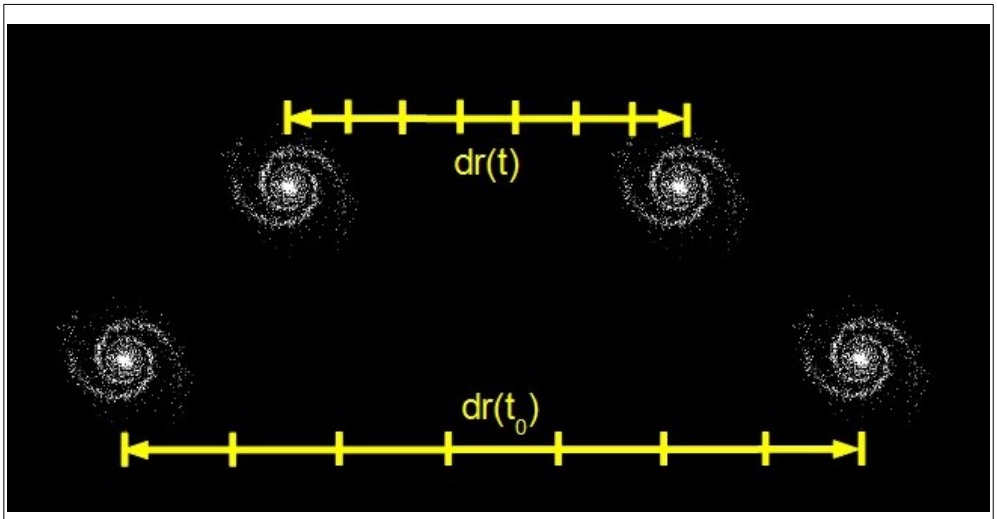
Vi får altså den samme formel for rødforskydningen, som man får ved alm. dopplerforskydning, dog under den forudsætning, at galakserne ikke har bevæget sig ret langt i det forløbne tidsrum.

IX.4.2.1 Øvelse – dopplerforskydning og afstand

Gennemgå beregningerne ovenfor og forvis dig om, at du forstår dem.

IX.4.3 Rødforskydning som kosmologisk udvidelse

Hvis lyset har været meget længe undervejs, vil forholdet $\frac{r(t_0)}{r(t)} \neq \sim 1$. Galaksernes relative hastighed, *v*, vil heller ikke være konstant. Derfor bliver formlen for afstanden mellem to galakser også anderledes. Betragt figur 211.



Figur 211: Lysets bevægelse er splittet op i uendeligt mange små delafstande, dr(t). dr(t) og dr(t_0) angiver afstanden i et lille interval til to tidspunkter. De er forskellige, fordi universet har udvidet sig i tidsrummet fra t til t_0.

Vi splitter lysets vandring fra galaksen hen til Mælkevejen op i en (uendelig) mængde små strækninger, d*r*, som lyset bruger, d*t*, på at tilbagelægge. Lyset bevæger sig selvfølgelig med lysets hastighed, *c*, og derfor kan vi opskrive intervallerne som $dr(t) = c \cdot dt$. Denne lille strækning, d*r*, vokser i tidens løb, da Universet udvider sig. Skalafaktoren giver os hvor meget den lille strækning er øget i løbet af det betragtede tidsrum. I dag vil længden af et afstandsinterval dermed være $dr(t_0) = \frac{dr(t)}{R(t)} = \frac{c \cdot dt}{R(t)}$. Vi kan nu summere op, så vi får den samlede tilbagelagte strækning i dag:

$$r(t_0) = \int dr(t_0) = \int_{t_e}^{t_0} \frac{c}{R(t)} dt, \tag{160}$$

t_e angiver tidspunktet, hvor lyset blev udsendt, og t_0 angiver i dag.

I integralet ovenfor er grundenheden for tid Gyr, og derfor skal man også omregne *c* til en passende enhed. Vi vælger enheden [*c*] = Mpc/Gyr.

IX.4.3.1 Øvelse – Enhedsomregning for lysets hastighed

Omregn $c = 2{,}99792458 \cdot 10^8$ m/s til Mpc/Gyr.

IX.4.4 Afstandsberegning

Skalafaktoren er angivet i formel (148) og sammenhængen mellem skalafaktoren og rødforskydningen er angivet i formel (158). Ved at måle *z*, kan man beregne talværdien af skalafaktoren, og derefter kan man med et CAS-værktøj finde tidspunktet, t_e, for udsendelsen af lyset. Derefter kan $r(t_0)$ bestemmes ud fra formel 160.

IX.4.4.1 Eksempel - Kvasaren 3C 273

Man har målt rødforskydningen for kvasaren 3C283 til *z* = 0,159. (Se f. eks. opgave 16.5 i bogen *Universets melodi*.) Dvs. skalafaktoren har værdien $R(t_e)=\frac{1}{1+0,159}=0,863.$

Ved brug af et CAS-værktøj, kan man nu finde t_e, som bliver

$$0,863=0,4809\cdot\left(e^{0,08639\cdot t_e}-e^{-0,08639\cdot t_e}\right)^{\frac{2}{3}}\Rightarrow t_e=11,8\ \text{Gyr}.$$

Dermed bliver den nuværende afstand til 3C 273:

$$r(t_0)=\int_{11,75}^{13,799}\frac{306,60\frac{\text{Mpc}}{\text{Gyr}}}{0,4809\cdot\left(e^{0,08639\cdot t}-e^{-0,08639\cdot t}\right)^{2/3}}dt=677\ \text{Mpc}.$$

Hvis man benytter sig af den klassiske formel, får man at

$$v=c\cdot z=H_0\cdot d\Rightarrow d=\frac{c\cdot z}{H_0}=\frac{0,159\cdot 3,00\cdot 10^5\frac{\text{km}}{\text{s}}}{67,7\frac{\text{km}}{\text{s}\cdot\text{Mpc}}}=705\ \text{Mpc}.$$

Altså en afvigelse på 28 Mpc. Dopplers klassiske formel, $v=c\cdot z$, bryder altså sammen for store rødforskydninger.

I opgaverne herunder kan du f. eks. benytte Python-programmet *Kosmologi* eller *nSpire*-programmet kosmo.tns, som findes på webstedet astro-gym.dk.

IX.4.4.2 Øvelse - Post starburst galakser

Nogle specielle galakser har fået målt rødforskydninger på *z* = 0,8. [16]

a) Beregn det tidspunkt lyset blev udsendt.
b) Beregn den nuværende afstand til galakserne.
c) Sammenlign med den værdi, som man får med Hubbles lov og formlen $v=cz$.

IX.4.4.3 Øvelse - Gamma Ray Burst GRB 090429B

Man har målt rødforskydningen for et gammaudbrud til *z* = 9,4. [17]

a) Beregn det tidspunkt lyset blev udsendt.
b) Beregn den nuværende afstand til GRB 09042B.
c) Sammenlign med den værdi, som man får med Hubbles lov og formlen $v=c\cdot z$.

-o-

Ovenstående opgaver viser, at har man målt rødforskydninger z > 0,1, så duer den klassiske dopplerformel $v=c\cdot z$ ikke. Der findes en relativistisk version af Dopplers lov, men den gælder *heller ikke* i kosmologien, da vi fortolker hastighederne som værende en del af universets udvidelse.

IX.4.5 Afstandsberegning uden brug af tiden

En anden måde at bestemme afstande på, er ved at anvende en formel, hvor kun z indgår i ligningen. Vi tager udgangspunkt i formlerne (153) og (160):

$$R'(t)^2=\frac{\Omega_0\cdot H_0^2}{R(t)}+H_0^2\cdot R(t)^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2 \quad \text{samt} \quad r(t_0)=\int_{t_e}^{t_0}\frac{c}{R(t)}dt.$$

Vi deler formel (153) med $R(t)^2$, hvorefter vi definerer en ny variabel $x = R(t)^{-1}$ og substituerer $R(t)$ væk. Det giver

$$\left(\frac{R'(t)}{R(t)}\right)^2=\frac{\Omega_0\cdot H_0^2}{R(t)^3}+H_0^2\cdot\Omega_\Lambda-\frac{K_0\cdot c^2}{R(t)^2}=\Omega_0\cdot H_0^2\cdot x^3+H_0^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2\cdot x^2\Rightarrow$$
$$\left(\frac{R'(t)}{R(t)}\right)=\sqrt{\Omega_0\cdot H_0^2\cdot x^3+H_0^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2\cdot x^2}.$$

Vi har set bort fra den negative løsning ovenfor, da universet er voksende for alle tider - vi så jo at tæthedsparameteren er 1, og derfor vil universet aldrig trække sig sammen igen. Derfor må $R'(t)$ altid være positiv, og $R(t)$ er definitionsmæssigt altid positiv.
Vi ser også, at da $x = R(t)^{-1}$ så gælder at

$$dx=\frac{-dt\cdot R'(t)}{R(t)^2}\Leftrightarrow dt=\frac{-R(t)^2}{R'(t)}\cdot dx.$$

Nu kan vi indsætte i formel 160, og det giver

$$r(t_0)=\int_{t_e}^{t_0}\frac{c}{R(t)}dt=\int_{1+z}^{1}\frac{c}{R(t)}\cdot\frac{(-R(t)^2)}{R'(t)}dx=-\int_{1+z}^{1}c\cdot\frac{R(t)}{R'(t)}dx\Leftrightarrow$$
$$r(t_0)=-\int_{1+z}^{1}\frac{c}{\sqrt{\Omega_0\cdot H_0^2\cdot x^3+H_0^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2\cdot x^2}}dx.$$

Ovenfor er integrationsgrænserne også ændret. Ved $x(t_e) = R(t_e)^{-1} = 1+z$, og ved $x(t_0) = 1$. Hvis vi også vender grænserne om, kan vi fjerne minusset foran integralet. Dvs.

$$r(t_0)=\int_{1}^{1+z}\frac{c}{\sqrt{\Omega_0\cdot H_0^2\cdot x^3+H_0^2\cdot\Omega_\Lambda-K_0\cdot c^2\cdot x^2}}dx. \qquad (161)$$

Ovenstående formel kan *altid* bruges såfremt vi kender tæthedsparametrene, Ω_i, og hubblekonstanten. Krumningen, K_0, kan vi beregne ved hjælp af (157).

IX.4.5.1 Eksempel - Kvasaren 3C 273 igen

Vi har målt z = 0,159, K_0 = 0, Ω_Λ = 0,6911, Ω_0 = 1-0,6911 = 0,3089, H_0 = 67,74 km/sMpc. Lysets hastighed $c = 2{,}9979\cdot10^5$ km/s. Vi kan indsætte i formen (161), eller bruge programmet *kosmo.tns* fra astro-gym.dk, og vi får:

$r(z = 0{,}159) = 677$ Mpc, hvilket naturligvis stemmer godt overens med beregningen på foregående side.

IX.4.6 Opgave (Meget svær) - Partikelhorisonten

Vil du overspringe denne SRP-lignende opgave, så hop direkte ned til afsnit IX.4.7. Opgaven her kan evt. bruges som en del af en SRP-besvarelse i kosmologi sammen med MAT A i emnet hyperbolske funktioner.

Man definerer partikelhorisonten, som den fjerneste afstand, vi kan måle lys fra. Dvs. det er en *teoretisk* afstand for det synlige univers, da vi som bekendt kun kan se tilbage til rekombinationen. Du skal her finde partikelhorisontens hastighed ved Big Bang under antagelsen om, at den tidligere fundne skalafaktor er gyldig ved $t = 0$.

a) For hvor lang tid siden må dette (fiktive) lys fra partikelhorisonten være udsendt?

Afstandsformlen (160) eller (161) kan bruges til beregne hvor langt væk en galakse er – her skal man huske, at galaksen sidder fast i rumtiden. Det gør partikelhorisonten ikke, da den farer væk fra os. Den fysiske afstand til partikelhorisonten er defineret ved formlen

$$d_{ph}(t) = \int_0^t \frac{c}{R(\tau)/R(t)} d\tau \tag{162}$$

Ovenfor er *R(t)* som vanligt skalafaktoren, som er 1 *i dag*. Skalafaktoren (nævneren i formlen ovenfor) er renormeret til 1 ved tidspunktet *t* ved at dele med *R(t)*. (Bemærk symbolerne for den uafhængige variabel er uens.) Man skal jo renormere nævneren, da skalafaktoren for en observatør ved tiden *t*, vil definere dette. Hvis man rokerer lidt rundt på (162) fås

$$d_{ph}(t) = R(t) \cdot \int_0^t \frac{c}{R(\tau)} d\tau \tag{163}$$

Argumentationen er lidt ligesom i afsnit IX.4.3. Integralet svarer til den afstand lyset rejser undervejs fra Big Bang til os, og når man ganger *R(t)* på, tager man højde for at universet ved tiden *t* var mindre end i dag.

b) Beregn $d_{ph}(t_0)$.
c) Differentier (162) mht tiden.
d) Reducer på udtrykket, idet du anvender fundamentalsætningen fra infinitesimalregningen:

$$\frac{d}{dt}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = f(t) \tag{164}$$

e) Vis udtrykket

$$v_{ph}(t) - c = R'(t) \cdot \int_0^t \frac{c}{R(t)} dt. \tag{165}$$

Efterson *R(t)* er kendt, kan man med et CAS-værktøj nemt finde hastigheden af partikelhorisonten – undtagen ved big bang. Her ønsker vi netop at finde $v_{ph}(0)$. For at kunne løse højresiden af udtrykket ovenfor, skal man lave en grænseværdiundersøgelse, for både *R'(t)* og integralet divergerer, hvis man indsætter 0 på *t*'s plads. Man skal benytte *L'Hôpitals* regel i det følgende, så man skal starte med at differentiere skalafaktoren 2 gange.

Differentiationerne bliver ret trælse, hvis man beholder eksponentialfunktionerne i udtrykket for *R(t)*, men problemet kan minimeres, hvis man indser, at skalafaktoren kan skrives ved hjælp af den hyperbolske funktion *sinh(x)*. Det viser sig dermed, at skalafaktoren kan skrives som

$$R(t)=a\cdot\sinh^{\frac{2}{3}}(b\cdot t),\, a=0{,}7634\,,\, b=\frac{0{,}08639}{\text{Gyr}} \tag{166}$$

f) Overbevis dig om (166) ved at slå definitionen af *sinh(x)* op omregne skalafaktoren.
g) Differentier *R(t)* ved at bruge differentiationsreglerne for hyperbolske funktioner.
h) Differentier *R'(t)*.
i) Definer funktionerne $A(t)=\int_0^t \frac{c}{R(t)}dt$ og $B(t)=\frac{1}{R'(t)}$, og differentier dem.
j) Indsæt udtrykkene for *R(t), R'(t)* og *R''(t)* i *A'(t)* og *B'(t)*.
k) Lav grænseværdiundersøgelse for højresiden af (165) ved at bruge L'Hôpitals regel.
l) Vis dermed, at $v_{ph}(0)=3c$, hvor *c* er lysets hastighed.
m) Beregn også $v_{ph}(t_0)$ og sammenlign med resultatet fra ovenstående spørgsmål.

I relativitetsteorien gælder en regel om, at intet legeme lokalt set må bevæge sig hurtigere end lyset, men partikelhorisonten er ikke et legeme, så relativitetsteorien er ikke brudt.

-o-

IX.4.7 Analytisk udtryk for udsendelsestidspunktet

Skalafaktoren på formen i formel (154) er anvendt ved beregning af afstand og udsendelsestidspunktet for lyset. Det er dog muligt at isolere tiden, så man slipper for at bruge et CAS-værktøj til at bestemme udsendelsestidspunktet, t_e.

Det viser sig, at udsendelsestidspunktet for en model hvor $K_0 = 0$, er givet ved følgende udtryk

$$t_e=\frac{2}{3\cdot H_0\cdot\sqrt{\Omega_\Lambda}}\cdot\ln\left(\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_0}\cdot R^3}+\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_0}\cdot R^3+1}\right)=\frac{2}{3\cdot H_0\cdot\sqrt{\Omega_\Lambda}}\cdot\ln\left(\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_0}\cdot(1+z)^{-3}}+\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_0}\cdot(1+z)^{-3}+1}\right). \tag{167}$$

I formlen ovenfor er benyttet, at $R(t) = (1+z)^{-1}$. For at få en fornuftig tidsenhed, bør Hubble-konstanten angives i enheden Gyr^{-1}, se afsnit IX.3.2.

Læseren kan, for eksempel i forbindelse med en SRP-opgave i mat A og As C, overveje hvordan formel (167) er beregnet, og som tillæg kan man undersøge, hvordan udtrykket bliver, hvis man undlader at antage et Big Bang-scenario, hvor skalafaktoren som bekendt er $R(0) = 0$.

IX.5 Vinkelstyrkespektret

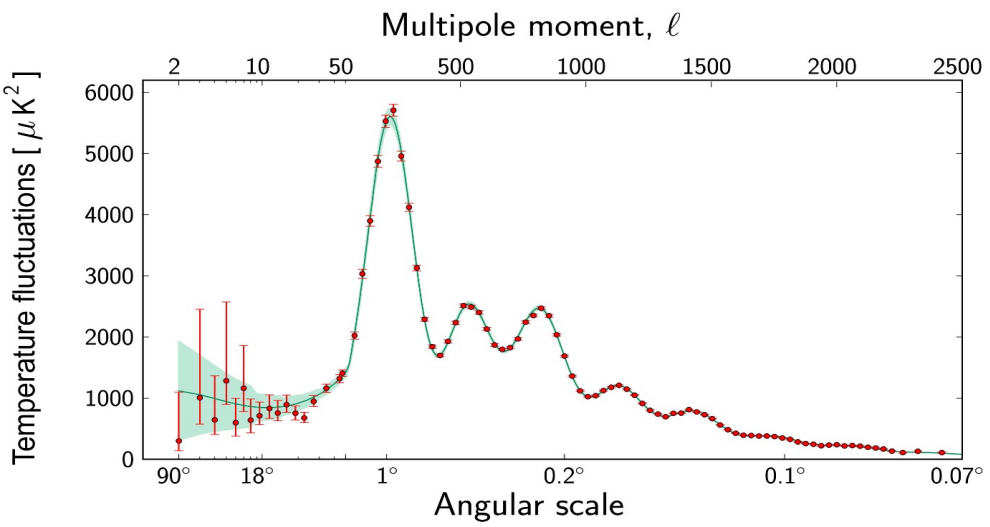
Igennem kapitlet har vi benyttet bestemte værdier for tæthedsparametrene Ω_{DM}, Ω_Λ, og H_0, uden at nævne, hvordan folkene bag Planck-satellitten har fundet tallene. Det skyldes, at det er meget

indviklet at bestemme parametrene. Vi kan dog godt få et overfladisk indtryk af tankegangen bag, og den vil blive gennemgået her.

Betragt billedet på forsiden af kapitlet. Det viser Planck-satellitens målinger af fluktuationerne i den kosmologiske baggrundsstråling over hele himmelkuglen. De blå områder er "kolde" områder, og de røde områder er "varme" områder. I virkeligheden er det hele koldt, nemlig i gennemsnit 2,7255 K. Fluktuationerne ligger på ca. 0,3 mK.

Hvis man kigger nøje efter, kan man se, at størrelsen af de små prikker varierer lidt, og hvis man måler hyppigheden af pletter, som funktion af deres vinkeludstrækning/størrelse, kan man tegne figur 212. Denne møjsommelige- og tidskrævende opgave har man sat en computer til at løse.

Derefter har man anvendt ganske komplicerede beregninger til at modellere det målte spektrum, og når man tilpasser teoriens parametre med det observerede spektrum, finder man værdierne af hubblekonstanten samt tæthedsparametrene. Resultatet for tilpasningen kan ses på figur 212.



Figur 212: Vinkelstyrkespektret. Prikkerne er de målte værdier, og kurven er den bedst tilpassede model. Kilde: ESA. [6].

Man ser, at model og målinger passer ganske godt sammen for små vinkler, som er vist til højre på grafen, men for store vinkler er der afvigelser, hvilket indikerer, at der stadigvæk er noget ved den kosmologiske model, der *muligvis* skal justeres – muligvis, fordi usikkerheden på målingerne med store vinkler er ret store, så måske passer det hele sammen alligevel.

IX.5.1 Inflation

En sidste ting, man kan undres over, er at Universet er i temperaturmæssig ligevægt. Hvis temperaturen skal være konstant overalt, skal alle områder i Universet jo på et tidspunkt have kunnet vekselvirke med alle andre områder, så temperaturforskelle kunne udlignes. Den bedste forklaring på det problem er, at Universet over et meget kort tidsrum fra Universet var ca. 10^{-36} s gammelt til det var 10^{-32} s udvidede sig fra atomstørrelse til en størrelse på omtrent 1 m i diameter. Den fysiske forklaring er, at den mørke energi skabte denne hurtige udvidelse. Dvs. at skalafaktoren, der er omtalt i denne note ikke duer for meget høje rødforskydninger, da den jo ikke

inkluderer inflation. Men den er god i hvert fald tilbage til rekombinationen, hvor z = 1100. [4], [18].

IX.6 Konklusion

Med en funktion for skalafaktoren bliver man i stand til at beregne mange interessante størrelser for Universet. Vi har bestemt alder, tidspunkt for rekombinationen, tjekket $R'(t_0)$ med den målte hubblekonstant, fundet rødforskydning og temperaturudvikling af Universet. Vi har også opstillet formler til at finde aktuelle afstande på allerstørste skala.

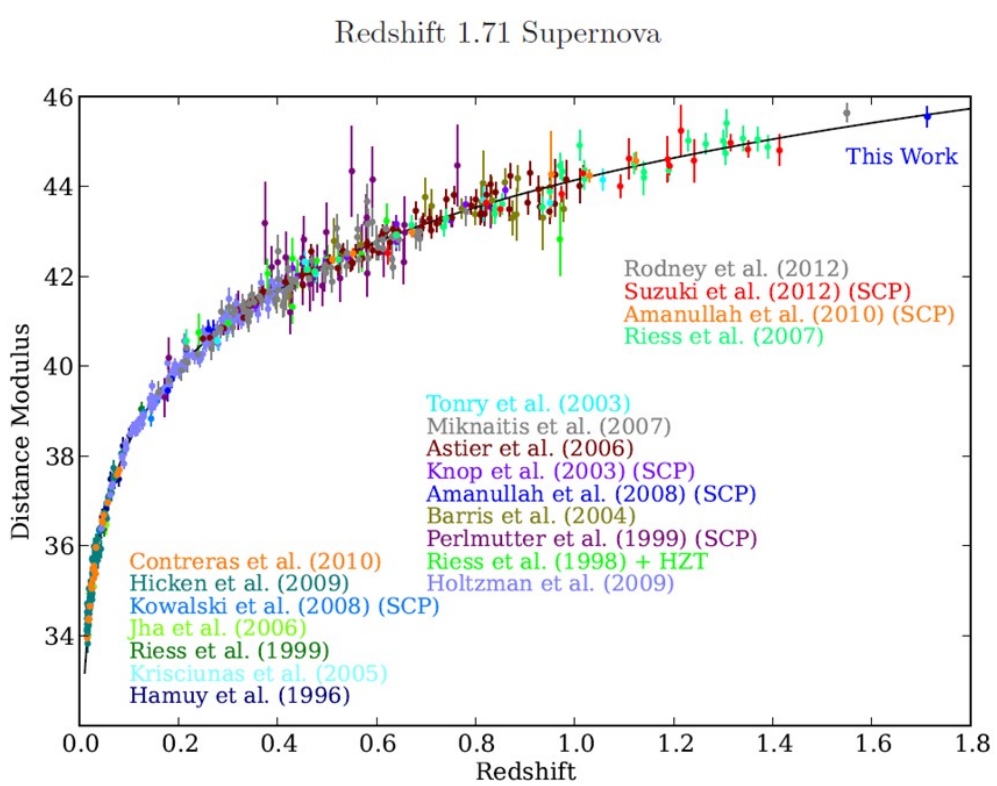
Endelig har vi til sidst set, at observationer og model stadigvæk mangler lidt for passe perfekt sammen, og vi mangler naturligvis at forstå hvad mørkt stof og mørk energi er for noget.

-o-

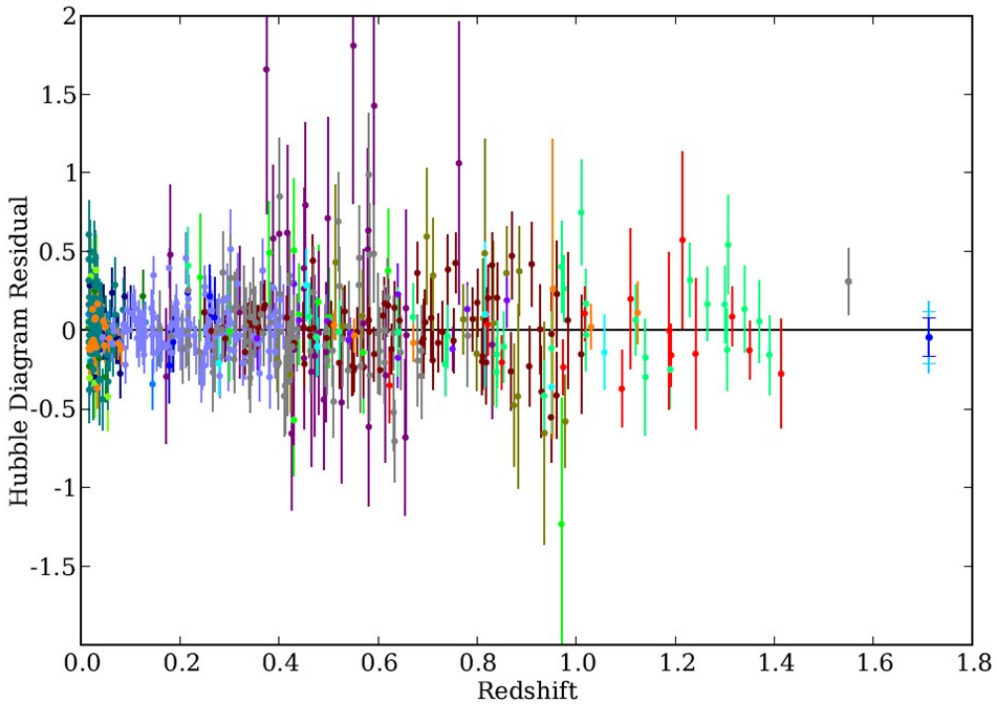
IX.7 Referencer

1. ”Planck 2013 Results XVI. Cosmological Parameters.” Astronomy & Astrophysics, manuscript draft no. draft p. 1011, March 22, ESO, 2013. http://arxiv.org/abs/1303.5076
2. ”Big Bang. Kosmologi med mekanik” af Helge Kastrup, Munksgaards dimensioner.
3. Kurt Jakobsen, "Universer og Universet." Fysikforlaget, 2003.
4. ”Cosmology 4th edition” af Michael Rowan-Robinson, Clarendon Press, Oxford, 2004.
5. Holger Nielsen, "Kosmologi", Forlaget HAX 2016. (Efter min mening en god bog.)
6. http://sci.esa.int/planck/51555-planck-power-spectrum-of-temperature-fluctuations-in-the-cosmic-microwave-background/
7. https://uvm.dk/-/media/filer/uvm/gym-laereplaner-2017/stx/studieretningsprojektet-stx-august-2017.pdf?la=da
8. *Yadav, Jaswant; J. S. Bagla; Nishikanta Khandai (25 February 2010). "Fractal dimension as a measure of the scale of homogeneity". Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* ***405*** *(3): 2009–2015. arXiv:1001.0617. Bibcode:2010MNRAS.405.2009Y.*
9. *https://lambda.gsfc.nasa.gov/data/cobe/firas/monopole_spec/firas_monopole_spec_v1.txt*
10. *Pearson Education. Billede taget fra: http://www.astro.wisc.edu/~sparke/ast103/lecture26.html*
11. *http://galileo.phys.virginia.edu/classes/USEM/Origin/notes/03/cosmology.html*
12. *https://www.pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.15.3.168*
13. *https://www.iau.org/news/pressreleases/detail/iau1812/*
14. *ESA samt https://videnskab.dk/naturvidenskab/big-bang-teorien-blev-skabt-af-katolsk-praest*
15. *http://www.cfa.harvard.edu/supernova/highz/illustrationes/hz_highzhub_col_bothbig.gif*
16. *http://arxiv.org/pdf/0805.0004v3.pdf*
17. *http://arxiv.org/abs/1105.4915*
18. *https://en.wikipedia.org/wiki/Inflation_(cosmology)*
19. Barbara Ryden: *Introduction to Cosmology, 2nd ed, Cambridge University Press 2017.*
20. Rubin et al: *PRECISION MEASUREMENT OF THE MOST DISTANT SPECTROSCOPICALLY CONFIRMED* SUPERNOVA Ia WITH THE HUBBLE SPACE TELESCOPE. ApJ, **763**, 1.
21. https://www.astro.ucla.edu/~wright/BBNS.html

IX.8 Appendiks 1



Figur 213: Graf der viser hvordan man kan bruge SN Ia'er til at tilpasse en kosmologisk model. [20]



Figur 214: Residualer, dvs. forskel mellem målepunkter og beregnet model. [20]

X Formelsamling

Sammenhæng mellem en ydre planets synodiske- og sideriske omløbstid og Jordens sideriske omløbstid:	$\frac{1}{T_{syn}}=\frac{1}{T_J}-\frac{1}{T_{sid}}$
Sammenhæng mellem en indre planets synodiske- og sideriske omløbstid og Jordens sideriske omløbstid:	$\frac{1}{T_{syn}}=\frac{1}{T_{sid}}-\frac{1}{T_J}$
Sammenhæng mellem Månens sideriske- og synodiske omløbstid:	$\frac{1}{T_{syn}}=\frac{1}{T_{sid}}-\frac{1}{T_J}$
Sammenhæng mellem siderisk tid, θ, rektascension, α, og timevinkel, t:	$\theta = \alpha + t$

Keplers love

Keplers 1. lov:	Planeterne bevæger sig i ellipsebaner omkring Solen, som er i det ene brændpunkt.
Keplers 2. lov:	Forbindelseslinjen mellem en planet og Solen vil i lige store tidsrum overstryge lige store arealer. Dvs. produktet af aphelionafstanden og aphelion-farten er det samme som perihelion-afstanden ganget med perihelion-farten: $v_p \cdot r_p = v_a \cdot r_a$
Keplers 3. lov:	Forholdet mellem kubus på en planets halve storakse, a, og kvadratet på omløbstiden, T, er (næsten) konstant: $\frac{a^3}{T^2}=\frac{G\cdot(M_{sol}+m_{planet})}{4\cdot\pi^2}$ Hvis [a] = AU, [T] = yr og stjernens masse er M, så kan loven skrives som: $\frac{(a/\mathrm{AU})^3}{(T/\mathrm{yr})^2}=\frac{(M+m)}{M_{Sol}}.$

(Exo)Planeter

Farten, $v_c(r)$, i en cirkelbevægelse med radius r omkring et legeme med massen M:	$v_c=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$
Undvigelseshastighed som funktion af afstanden, r, fra et legeme med massen M:	$v_{esc}=\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{r}}$
Middelhastighed for et molekyle med atommassen $m(u)$ målt i u i en planetatmosfære med den absolutte temperatur T:	$v_m=158\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\sqrt{\frac{T}{m(u)}}$
Stabilitetskrav for en atmosfære, hvor v_m og v_{esc} er defineret ovenfor:	$v_m<\frac{1}{6}\cdot v_{esc}$
Newtons gravitationslov for gravitationskraften mellem to legemer med masserne m og M med den indbyrdes afstand r:	$F_{grav}=\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}$
Tyngdeaccelerationen, g, på overfladen af en klode, som har massen, M, og radius, R.	$g=\frac{G\cdot M}{R^2}$
Hastighed, $v(t)$, ved konstant acceleration, a, som funktion af tiden, t og med starthastighed v_0:	$v=a\cdot t+v_0.$
Stedkoordinat, $s(t)$, ved konstant acceleration, a, som funktion af starthastighed, v_0, og tiden t.	$s=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2+v_0\cdot t+s_0.$
Mekanisk energi af et system med masserne m og M og hastighederne v og V:	$E_{mek}=E_{kin1}+E_{kin2}+E_{pot}=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2+\frac{1}{2}\cdot M\cdot V^2-\frac{G\cdot M\cdot m}{r^2}$
Virialsætningen. Husk den gælder for den samlede energi af et system. De enkelte partikler i systemet kan godt have forskellige energier:	$2\cdot E_{kin}+E_{pot}=0$ eller $E_{kin}=-\frac{1}{2}\cdot E_{pot}$
Massen af en exoplanet. v_{rad}^{max} er *stjernens* maksimale radialhastighed (SI-enhed) i dens bane om massemidtpunktet, i er inklinationen af planetbanen og T er planetens rotationstid.	$m=\frac{v_{rad}^{maks}}{\sin(i)}\cdot\left(\frac{M_{stjerne}}{M_{sol}}\right)^{2/3}\cdot\left(\frac{T}{\mathrm{yr}}\right)^{1/3}\cdot 6{,}678\cdot 10^{25}\ \mathrm{kg\cdot s/m}$
Exoplanets radius, R_p, som funktion af dens stjernes radius, R_*, udtrykt ved det relative fluxtab på en transitkurve.	$\Delta f_{rel}=\left(\frac{R_P}{R_*}\right)^2$

En exoplanetbanes inklination, *i*, som funktion af dens transittid, *T*, dens periode, *P*, banens halve storakse, *a*, og exoplanet- og stjerneradier.	$i=\arccos\left(\pm\sqrt{\frac{(R_{stjerne}+R_{planet})^2}{a^2}-\sin^2\left(\frac{\pi\cdot T}{P}\right)}\right)$

Ellipser

Eccentricitet, e, for en ellipsebane med den halve storakse, a, og halve lilleakse, b:	$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$
Pericenterafstanden, rp, i en ellipsebevægelse:	$r_p=a\cdot(1-e)$
Apocenterafstanden, r_a, i en ellipsebevægelse:	$r_a=a\cdot(1+e)$
Farten, *v(r)*, i en ellipsebevægelse, hvor centrallegemet har massen *M* og banens halve storakse er *a*:	$v=\sqrt{G\cdot M\cdot\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)}$

Kikkerter og CCD-detektorer

Kikkertforstørrelse, *m*, hvis hoved-linses eller -spejls brændvidde er d_k og okularets brændvidde er d_o:	$m=\frac{d_k}{d_o}$
f-tallet (blændetallet) for en kikkert, hvis hovedspejlsdiameter er *D* og brændvidde er d_k:	$f=\frac{d_k}{D}$
Faktiske synsfelt, *φ*, gennem et okular, hvis forstørrelsen er *m* og φ_{teo} er okularets teoretiske synsfelt:	$\varphi=\frac{\varphi_{teo}}{m}$
Teoretisk opløsningsevne, *θ*, hvor *λ* er lysets bølgelængde, og *D* er hovedspejlsdiameteren:	$\theta=1{,}22\ \text{rad}\cdot\frac{\lambda}{D}=2{,}52\cdot10^5\ ''\cdot\frac{\lambda}{D}$
Vinkel, *φ*, (i radianer) på himmelen, som en ccd-detektor monteret på en kikkert med brændvidden, d_k, med pixelstørrelse *px* og antal pixler *N*, kan se:	$\varphi=2\cdot\tan^{-1}\left(\frac{px\cdot N}{2\cdot d_k}\right)$

Atmosfærepåvirkninger

Luftmasse, *Λ*, som lyset skal gennemtrænge i vores atmosfære, som funktion af zenitdistancen.	$\Lambda=\frac{1}{\cos(z)}$
Luminositet, *l(Λ)*, ved jordoverfladen, og	$l=l_0\cdot e^{-p\cdot\Lambda}$

luminositet, l_0, uden for jordens atmosfære for konstant sandsynlighed, p, for at en foton absorberes pr. vejlængde dΛ:	
Størrelsesklassen, m, ved jordoverfladen, og størrelsesklasse, m_0, uden for jordens atmosfære, hvor k er ekstinktionskoefficienten:	$m_0 = m - k \cdot \Lambda$

Stjerner

Afstand, d, mellem Solen og en stjerne, hvis parallaksen er p, målt i buesekunder:	$d = \frac{1}{p('')}$ pc
Sammenhæng mellem størrelsesklasser, m_i, og luminositeter, l_i:	$m_2 - m_1 = -2{,}5 \cdot \log\left(\frac{l_2}{l_1}\right)$
Afstanskvadratloven som giver den tilsyneladende luminositet, $l(d)$ som funktion af afstanden, d. L er den absolutte luminositet:	$l = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$
Afstandsmodul, m-M. (Uden absorption.) d er afstanden til stjernen. M og m er hhv. absolut- og tilsyneladende størrelsesklasse.	$m - M = 5 \cdot \log(d) - 5$
Interstellar absorption, A_V, i V-båndet, som funktion af farveexcessen E_{B-V}.	$A_V = 3{,}1 \cdot E_{B-V}$
Afstandsmodul, V-M_V. (Med absorption.) d er afstanden til stjernen. M og m er hhv. absolut- og tilsyneladende størrelsesklasse og A_V er den interstellare absorption:	$V - M_V = 5 \cdot \log(d) - 5 + A_V$
Grundstofmasseprocenterne i en stjerne. X er masseprocenten for H, Y er masseprocenten for He og Z er masseprocenten for metaller.	$X + Y + Z = 1$
Stefan-Boltzmanns lov. R er stjernens radius, T er dens effektive temperatur og L er den absolutte luminositet:	$L = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T^4$
Alternativ version af Stefan-Boltzmanns lov:	$\frac{L}{L_{Sol}} = \left(\frac{R}{R_{Sol}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T_{Sol}}\right)^4$
Absolut størrelsesklasse, M, og absolut luminositet, L.	$M_A - M_B = 2{,}5 \cdot \log\left(\frac{L_B}{L_A}\right)$

Sammenhæng mellem to stjerners radier, R_i, temperaturer, T_i, og absolutte størrelsesklasser, M_i:	$M_A - M_B = 5 \cdot \log\left(\frac{R_B}{R_A}\right) + 10 \cdot \log\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$
Temperaturoverslag, T, af en stjernes indre, hvor R er stjernens radius, M er dens masse og μ er middelmolekylemassen:	$T \approx \frac{\mu \cdot m_u \cdot G \cdot M}{k \cdot R}$
Ballesteros' formel, hvor B-V er farveindekset:	$T = 4600 \cdot \left(\frac{1}{0{,}92 \cdot (B-V) + 1{,}7} + \frac{1}{0{,}92 \cdot (B-V) + 0{,}62}\right)$ K
Wiens forskydningslov for et absolut sort legeme med temperaturen, T:	$\lambda_{max} \cdot T = 0{,}0029\,\mathrm{K \cdot m}$
Einsteins relation mellem masse, m, og energi, E:	$E = m \cdot c^2$
Udnyttet kerneenergi, Q, ved en kernereaktion:	$Q = (m_{før} - m_{efter}) \cdot c^2$
Spektralklasserne:	O, B, A, F, G, K, M
Middelmolekylevægten, μ for en gas:	$\mu = 2 \cdot X + 0{,}75 \cdot Y + 0{,}75 \cdot Z$
Cepheidestjernes absolutte middelstørrelsesklasse, $<M_V>$, som funktion af perioden, P, målt i dage.	$<M_V> = -2{,}78 \cdot \log(P) - 1{,}35$
W Virginisstjernes absolutte middelstørrelsesklasse, $<M_V>$, som funktion af perioden, P, målt i dage.	$<M_V> = -2{,}78 \cdot \log(P) + 0{,}1$
Schwarzschildradius, R_{sch}, som funktion af det ikk-roterende sorte huls masse:	$R_{sch} = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2} = \frac{2}{3} \cdot R_{foton}$
Rødforskydning af lys fra lysgiver, der bevæger sig enten pga. dopplereffekten eller pga. kosmologisk udvidelse:	$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$
Galakses radialhastighed for små rødforskydninger.	$v = z \cdot c$ for $z < 0{,}1$.

Galakser & Kosmologi

Jeansmassen, M_J, af en gassky. T er gassens temperatur, n er antalstætheden målt i cm^{-3} og M_{Sol} er Solens masse:	$M_J = 100 \cdot T^{1,5} \cdot n^{-\frac{1}{2}} \cdot M_{Sol}$
Ellipticiteten, En af en ellipsegalakse, som har lilleaksen, b, og storaksen, a:	En, hvor $n = 10 \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right)$
Hubble-Lemaître-relationen, hvor v_r er galaksens radialhastighed og d er afstanden til galaksen:	$v_r = H_0 \cdot d$

Skalafaktoren, *R(t)*, som funktion af tiden:	$r(t)=R(t)\cdot r(t_0)$
Skalafaktor som funktion af rødforskydningen:	$R(t)=\frac{1}{1+z}$
Kritisk massefylde for stof:	$\varrho_c=\frac{3\cdot H_0^2}{8\cdot\pi\cdot G}$
Kritisk energitæthed for mørk energi.	$\varrho_{vak}=\frac{\Lambda}{3\cdot H_0^2}$
Tæthedsparameteren:	$\Omega=\frac{\varrho_{stof}}{\varrho_c}+\frac{\varrho_{mørk\ energi}}{\varrho_c}=\Omega_0+\Omega_\Lambda$
Skalafaktoren for et fladt univers, med kritisk densitet Ω = 1. [*t*] = Gyr.	$R(t)=a\cdot\left(e^{b\cdot t}-e^{-b\cdot t}\right)^{\frac{2}{3}}$, hvor $a=\sqrt[3]{\frac{\Omega_0}{4\cdot\Omega_\Lambda}}=0{,}4809$ og $b=\frac{3}{2}\cdot H_0\cdot\sqrt{\Omega_\Lambda}=0{,}08639$

Forskellige konstanter og talmål

Vinkelenheder for rektascension, *RA*, eller *α*:	$1^h = 15^o$, $1^m = 15'$, $1^s = 15''$
Vinkelenheder for deklination, *δ*:	$1^o = 60' = 3600''$, dvs. $1'=1/60^o$ og $1'' = 1/3600^o$
Jordens ækvator/pol-radius, $R_@$:	6378,16 km/6356,78 km.
Jordens masse, $M_@$:	$5{,}976\cdot10^{24}$ kg.
Solens radius, R_Q:	$6{,}96\cdot10^8$ m
Solens masse, M_Q:	$1{,}989\cdot10^{30}$ kg
Solens luminositet, L_Q:	$3{,}846\cdot10^{26}$ W
Solens effektive temperatur	5780 K
Solens tilsyneladende størrelsesklasse, *m*:	-26,82
Solens absolutte størrelsesklasse, *M*:	4,75
Månens radius, R_R:	1738 km
Månens masse, M_R:	$7{,}348\cdot10^{22}$ kg
Månens middelafstand fra Jorden:	384399 km
1 astronomisk enhed, AU:	1 AU = $149{,}6\cdot10^6$ km=$1{,}496\cdot10^{11}$ m
1 parsec, pc:	1 pc = 206265 AU
1 lysår, Ly:	1 Ly = $9{,}461\cdot10^{15}$ m = 1/3,262 pc
Lysets hastighed:	$c = 2{,}99792458\cdot10^8$ m/s
Coulombs konstant:	$k_C = 8{,}99\cdot10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$
Boltzmanns konstant:	$k = 1{,}381\cdot10^{-23}$ J/K
Gaskonstanten	R = 8,31 J/(Kmol)
Hubblekonstanten:	$H_0 = 67{,}74 \pm 0{,}46$ km/(s·Mpc).

	H_0 = 0,06928 Gyr^{-1}. (Planck 2015.)
Densitetsparameter for mørk energi:	Ω_Λ = 0,6911 ± 0,0062. (Planck 2015.)
Densitetsparameter for stof:	Ω_0 = 0,3075 ± 0,0000249. (Planck 2015.)
Gravitationskonstanten:	$G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg²
Plancks konstant:	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s
Stefan-Boltzmanns konstant:	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/(K⁴·m²)
Atommasseenheden:	1 $m_u = 1{,}660571 \cdot 10^{-27}$ kg.
Jordens sideriske omløbstid:	T_J = 365,256361 middelsoldøgn
Siderisk måned	T_R = 27,321661 middelsoldøgn
Synodisk måned	$T_{syn,\,R}$=29,5306 middelsoldøgn