

Verdensbilleder - Venusbanen



Illustration 1: En model af Ptolemæus' armillarsfære til måling af himmellegemers positioner. Modellen er lavet af C. F. Delamarche i 1780. [4].

**Af Michael Andrew Dolan Møller
Juli 2018.
Justeringer marts 2025**

Indholdsfortegnelse

1 Claudius Ptolemæus (ca. 100-175.).....	2
1.1 "De gamles" viden.....	2
1.1.1 Himmelsfærens form.....	3
1.1.2 Jordens form.....	3
1.1.3 Jordens placering i forhold til Himmelsfæren.....	3
1.1.4 Jorden er punktformet ift. afstanden til kanten af Himmelmuglen.....	3
1.1.5 Jorden står stille.....	3
1.1.6 Observationer.....	4
1.2 Ptolemæus' model.....	6
Opgave 1 – Observationer af Venusbanen.....	8
Opgave 2 – Beregninger på Venusbanen.....	8
2 Introduktionen af kikkerten i astronomien.....	9
Opgave 3 - Venusfaserne.....	10
3 Sammenfatning.....	10
4 Referencer.....	12

I denne note vil Ptolemæus' model blive skitseret, og betydningen af Galileo Galileis observationer af Venus' faser for modellen vil blive undersøgt.

1 Claudius Ptolemæus (ca. 100-175.)

Claudius Ptolemæus var en græsk/ægyptisk matematiker, som levede i Alexandria i Egypten ca. 100-175 e. Kr. Her udarbejdede han oldtidens mest præcise model af det hidtil kendte univers - nemlig Solsystemets 6 inderste planeter samt Månen og Solen. En skitse af modellen kan ses på illustration 4.

1.1 "De gamles" viden

Hvad Ptolemæus beskriver som "De gamles" viden om verden, forklarer han i indledningen af *Almagest*¹. Dele af den gamle viden er følgende:

1. Himmelen er sfærisk i sin form, og den bevæger sig som en roterende sfære.
2. Jorden er primært sfærisk i sin form.
3. Jordens position er i midten af himmelens sfære - som om Jorden er himmelens centrum.
4. Jordens størrelse er punktformet i forhold til afstanden til fiksstjernesfærens² kant, som er det yderste af Himmelsfæren.
5. Jorden bevæger sig ikke fra sted til sted.

Disse kendsgerninger kunne man overbevise sig om ved at observere bevægelsen af Solen, Månen og andre stjerner, hvor stjerner hentyder til de såkaldte vandrestjerner - planeterne. Observationerne viste, at de cirkumpolare stjerner, med stor præcision, bevæger sig i cirkelbuer med varierende radier omkring det samme punkt, og derfra kom ideen, at Himmelen er sfærisk symmetrisk. Punktet, hvormed stjernerne bevæger sig, blev defineret som polen i den himmelske sfære.

¹ [1] H10.

² Man forestillede sig, at stjernerne var fast forankrede på fiksstjernesfæren. Dog vidste Ptolemæus godt, at stjerners position over tid varierer - det vi i dag forklarer som præcession. ([1] Fodnote 35.)

1.1.1 Himmelsfærens form

De stjerner, som var tæt på polen bevægede sig i små cirkler, og jo længere væk stjernerne var fra polen, des større radius fik stjernernes baner. [1] Bemærk, at der ikke er en religiøs indgang til cirkelbaner og Himmelsfæren - det hele er fortolket ud fra observationer. Det eneste argument, der minder om noget ikke-observerbart, er, at Ptolemæus ønsker at himmellegemerne bevæger sig på den mest frie måde, og det er for ham cirkelbaner på kuglesfærer.

1.1.2 Jordens form

At Jorden er en kugle kan man se af følgende argumentation:

1. Himmellegemernes op- og nedgangstidspunkter varierer for observatører, der er placeret forskellige steder på Jorden. Jo længere mod øst man er, des tidligere står et himmellegeme op.
2. Formørkelser sker i samme øjeblik for alle observatører, men de registreres ikke på samme lokale tidspunkt. Forskellen i registreret lokaltidspunkt og tidspunktet ved en valgt nulmeridian for en formørkelse er proportional med afstanden til observationsstedet.
3. Hvis man bevæger sig mod nord, ser man at stjerner med lave deklinationer forsvinder, mens stjerner med højere deklinationer kommer højere op på himmelen.
4. Endelig nævnes eksemplet med sejldes - hvis man sejler mod et bjerg, bliver det gradvist højere, når man nærmer sig det, og det skyldes, at det kommer højere op over horisonten. (Et analogt eksempel er, at hvis man ser et skib sejle væk, synker det gradvist ned under horisonten.)

Derefter går Ptolemæus videre med at forklare, hvorfor Jorden ikke kan være konkav, flad, polygonformet eller cylindrisk i form.

1.1.3 Jordens placering i forhold til Himmelsfæren

Ved at forholde sig til at alle jordiske positioner oplever jævndøgn, kan Jorden ikke være placeret andre steder på polaksen end i centrum. Hvis man flytter sig væk fra polaksen, ville stjerners tilsyneladende størrelse ændres i løbet af en nat³, og endelig ser alle observatører, at de 12 stjernetegn i dyrekredsen altid kredser rundt om en i løbet af et døgn.

1.1.4 Jorden er punktformet ift. afstanden til kanten af Himmelkuglen

Her er et af argumenterne, at hvis forskelligt placerede observatører observerer den samme stjerne, så er dens vinkeludstrækning på himmelen altid den samme. Derfor må Jordens størrelse være ingenting i forhold til afstanden til stjernerne. Målinger med armillarsfærer viste også, at retninger til stjerner altid er ens uanset ens placering, og at retningen er sammenfaldende med de retninger beregninger viser, hvis man antager, at Jorden er punktformet.

1.1.5 Jorden står stille

Ptolemæus argumenterer ret indviklet her, men det simpleste af hans argumenter lyder som følger: Hvis Jorden bevæger sig, så vil lette legemer, som svæver i luften blive efterladt, og før eller siden ville Jorden jo selv falde helt ud af Himmelsfæren, hvilket er ganske vanvittigt bare at tænke på. Derefter argumenterer han mod de folk, som foreslog, at Jorden kunne spinne om sin egen akse, mens Himmelsfæren selv står stille. Han skriver, at hvis et så stort legeme som Jorden, skulle spinne en omgang på et døgn, så ville skyer og fugle jo fare forbi en observatør stående på jordoverfladen - og selvom luften spinnede med Jorden, ville fuglene vil jo stadigvæk drøne forbi. Den

3 Her ser man, at Ptolemæus troede, at stjernerne var meget tættere på os, end de faktisk er. Det samme troede Tycho Brahe, og det var det, der ledte Tycho til et andet (fejlagtigt) verdensbillede.

opmærksomme læser ser, at Ptolemæus ikke havde en forståelse for friktionskræfter. (Som jo heller ikke var formuleret af nogen på den tid.)

Ønsker læseren mere detaljeret information om ovenstående, kan man kigge i Almagest Bog I kap. 3-7. [1].

1.1.6 Observationer

Ptolemæus benyttede "De gamles" modeller og observationer som udgangspunkt for sit arbejde, og ved hjælp af kendte- og egne observationer, lykkedes det ham at forfine den oprindelige model, så den blev de facto standard de næste 1500 år.

Den rumlige problematik med at observere, er vist på illustration 2. Himlens ækvator (Celestial Equator) er Jordens ækvator projiceret ud på himmelsfæren. Ekliptika markerer Jordbanen omkring Solen - eller nærmere, Solens årlige vandring hen over himmelen.

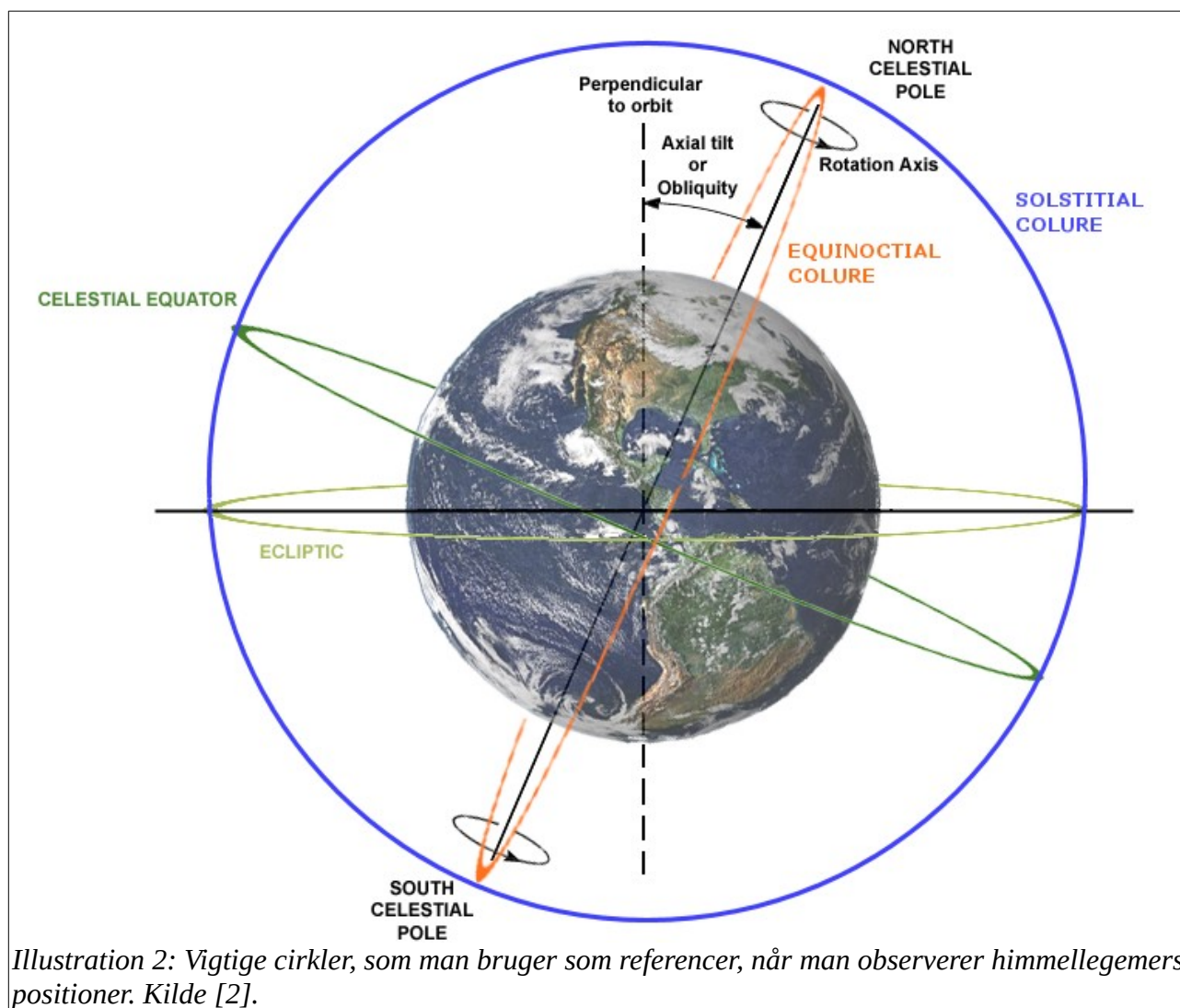
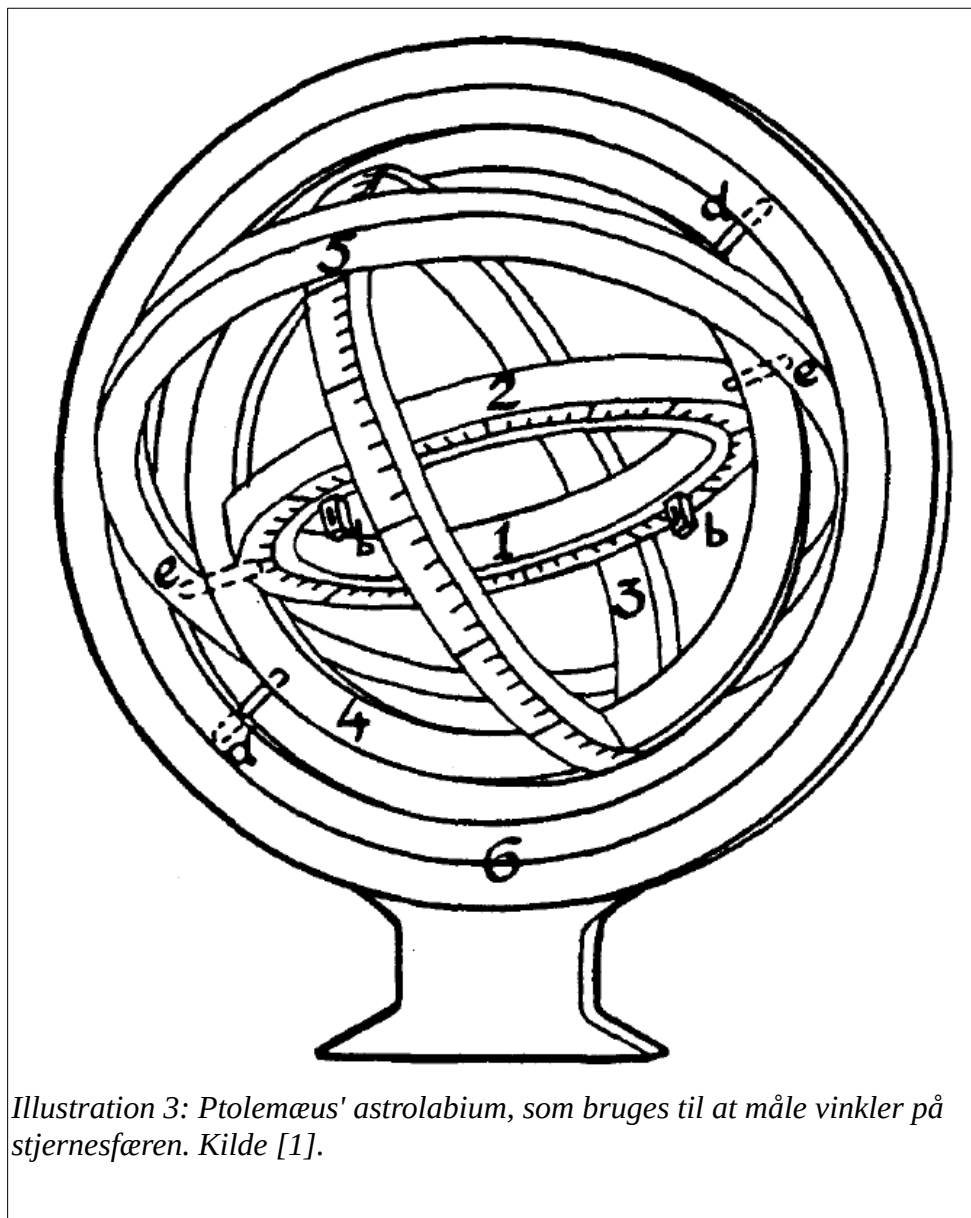


Illustration 2: Vigtige cirkler, som man bruger som referencer, når man observerer himmellegemers positioner. Kilde [2].

Man kan se på tegningen af Jordens rotationsakse hælder i forhold til Ekliptikas rotationsakse. Vinklen er $\varepsilon = 23,44^\circ$.

Måden Ptolemæus foretog sine egne målinger på, foregik ved at anvende et såkaldt *astrolabium* til at måle vinkelafstanden mellem himmellegemer. I *Almagest* beskriver han konstruktionen af apparatet, og skitsen er gengivet på illustration 3. I dag ville vi kalde sådan et apparat for en *armillarsfære*, mens et astrolabium er mere simpelt i sin opbygning. Nummereringen på illustrationen dækker over følgende begreber:



- 3: Cirkel 3 angiver Ekliptika, dvs. den cirkelbue hvor planeterne nogenlunde befinder sig.
- 4: Cirkel 4 er cirkelbuen gennem den ekliptiske nord- og sydpol. Punkterne 'e' markerer ekliptikas to poler.
- 2: Cirkel 2 kan drejes omkring ekliptikacirklen ved at den er monteret på polaksen ee. Man måler den ekliptiske længdegrad ved hjælp af denne cirkel.
- 1: Inden i cirkel 2 er cirkel 1 anbragt med to sigtehuller, som bruges til at sigte efter et himmellegeme. Man måler altså den ekliptiske breddegrad af et himmellegeme med denne cirkel.
- 6: På cirkel 6 er punkterne 'd' markeret. Vinklerne mellem akserne ee og dd angiver vinklen mellem ekliptika og himmelens ækvator. En vinkel som er $23,44^\circ$.
- 5: Cirkel 5 blev brugt til at justere efter Solen.

Aristoteles' teori havde som udgangspunkt Jorden i centrum af Universet, og planeterne bevægede sig i baner omkring Jorden, hvor banernes centre lå en anelse forskudt for Jordens centrum. Det var denne model, som Ptolemæus forfinede, og som vi skal se mere på i det følgende afsnit.

1.2 Ptolemæus' model

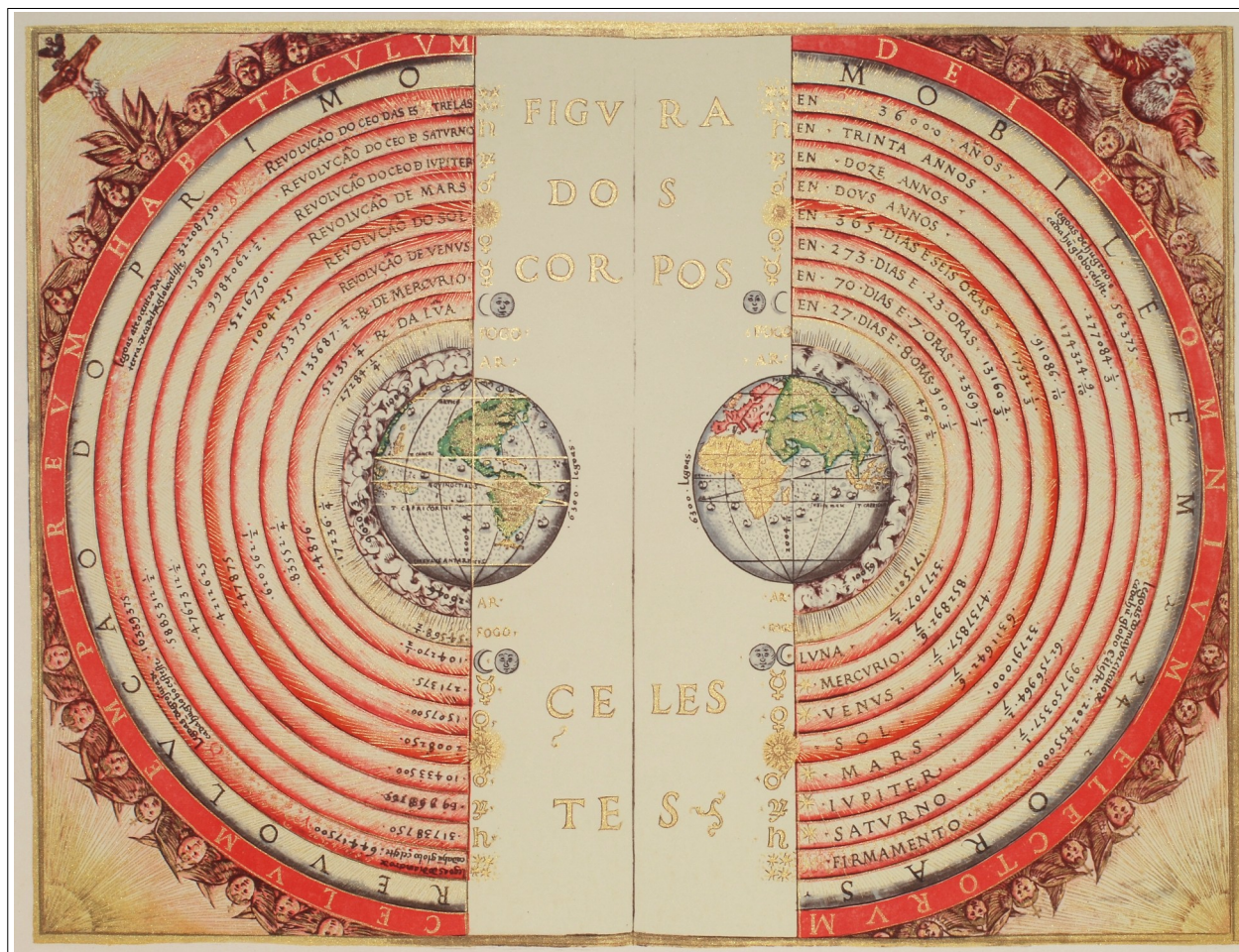


Illustration 4: Af Bartolomeu Velho - eget arbejde, 1568, Public Domain,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3672259>

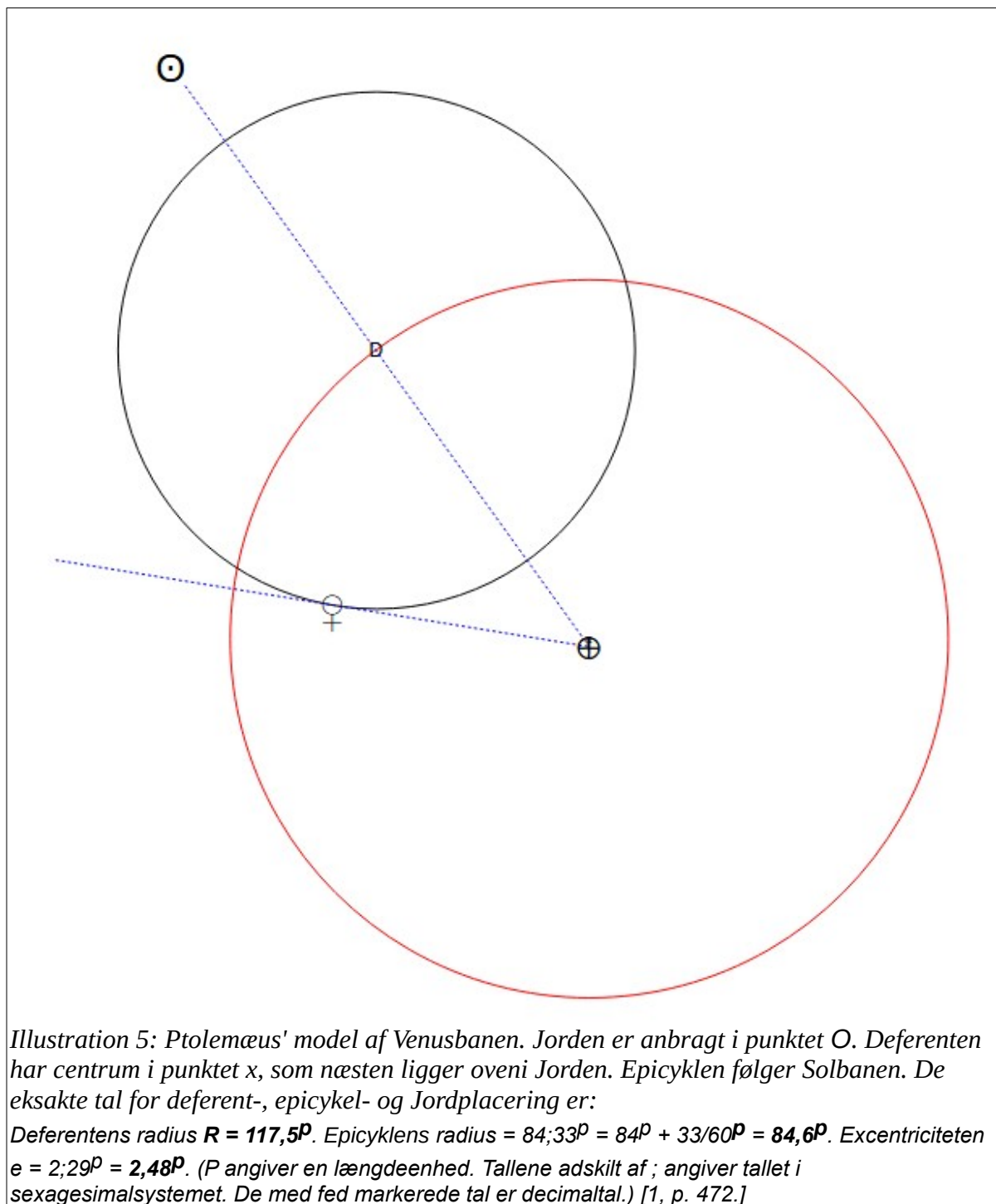
Ptolemæus' gjorde som Aristoteles og anbragte Jorden i midten af verden. Stjernerne og herunder planeterne, Månen og Solen blev anbragt i følgende rækkefølge fra Jorden: Jorden, Månen, Merkur, Venus, Solen, Mars, Jupiter, Saturn og endelig fiksstjernerne yderst. Derefter tildelte han hver planet en lille cirkel, kaldet *epicyklen*, hvis centrum kredsede på storcirklen, kaldet *deferenten*, som er markeret på Velhos billede. Planeten kredsede rundt på lillecirklen. Endelig flyttede han deferentens centrum lidt væk fra Jordens centrum. Et eksempel på Venusbanen er vist i illustration 5. Bemærk at epicyklen er relativt stor i forhold til deferenten.

Man kan bruge modellen til at beregne alle planeterne-, Solens- og Månens positioner.

Interesserede kan læse alle detaljer om Ptolemæus' teori i bogen *Almagest*⁴, som man kan låne via Det Kgl. Bibliotek. Bogen er lidt svær at forstå for en gymnasieelev, men den interesserede læser kan sikkert godt forstå essensen af indholdet, hvis man ikke går alt for dybt i detaljen.

⁴ F. eks. versionen *Ptolemy's Almagest*, translated and annotated by G. J. Toomer, London 1984. ISBN: 0715615882.

I det følgende vil vi undersøge Venus' faser samt dens bane og sammenholde med den geocentriske samt den heliocentriske model. Vi vil starte med at lege oldtidsastronomer og bare observere Venus' placering i forhold til Solen.



Har du en vældig tålmodighed, kan du over nogle måneder måle Venus' vinkelafstand til Solen samt dens placering i forhold til stjernebillederne. Det kan være en lærerig oplevelse at gå igennem, da du får en fornemmelse af, hvor svært det er at observere selv med brug af moderne tekniske hjælpemidler. Husk *aldrig* at stirre på Solen - og slet ikke gennem en kikkert. Dit øje vil tage permanent skade af det. I Danmark er vi også særligt udfordrede mht. observationerne, fordi vejret

her ofte er dårligt, og i de lyse måneder er det umuligt at se stjernebillederne, så vi får kun vinkelafstandene til Solen.

Opgave 1 – Observationer af Venusbanen

Vi snyder lidt og bruger planetarieprogrammet *Stellarium*, som har en indbygget vinkelmåler. Er vi dårlige til at genkende stjernebilleder, kan Stellarium også tegne hjælpelinier og endda give os navnene på disse. I bogen *Astronomiske observationer og eksperimenter* er der en opgave, der hjælper en i gang med at bruge Stellarium. [3]

Måleprogram

Enormt mange observationer blev foretaget i det gamle Mesopotamien/Babylon, så i *Lokation* kan du f. eks. vælge en by i Irak.

- Observer Venus med tidsspring af 1 dag, indtil du opdager at Venus har foretaget en hel omgang i forhold til Solen. Hvor lang tid tager et Venusomløb i forhold til Solen (synodisk omløbstid)? (NB: Det er over et år.)
- Ptolemæus brugte tallet 2919,67 dage som svarer til en bevægelse på 1800° . ([1] p. 424.) Beregn Venus' synodiske omløbstid og sammenlign med svaret i spørgsmål a.
- Ptolemæus antog, at Solens sideriske omløbstid er 365,247 dage. ([1] p. 424.) Beregn Venus' sideriske omløbstid ifølge Ptolemæus.
- Hvad er ifølge dine observationer i Stellarium Venus' største vinkelafstand fra Solen?
- Gå ind i *Efemerider (F10)* og vælg *PC*. Vælg Solen og Venus og *Graf*. Aflæs den største elongation og sammenlign med din observation fra spørgsmål d.
- Ptolemæus skrev i sin Bog X afsnit I at Venus største vinkelafstand fra Solen er målt til $47,25^\circ$. Stemmer det tal overens med, hvad du fandt frem til?

Foruden observationer havde Ptolemæus desuden, som tidligere beskrevet, følgende baggrundsviden:

- Jorden må stå stille i rummet og den roterer heller ikke⁵.
- Jorden er en kugle, og han kendte endda et cirkamål for Jordens omkreds, for det havde Erastotenes målt ca 500 år tidligere⁶.
- Himmellegemerne bevæger sig i baner, der kan deles op i cirkelbevægelser.⁷

Efter en del udregninger kom Ptolemæus frem til en model for Venusbanen, som er vist på illustration 5. Bemærk at han ikke anbragte Jorden i centrum for deferentbanen (den røde cirkel), men en smule forskudt. Epicyklens centrum, D, følger en cirkelbane på deferenten, og punktet D har samme omløbstid som middelsolens bane. På illustrationen er vist den største vinkelafstand, Venus kan have til Solen.

Opgave 2 – Beregninger på Venusbanen

- Benyt en vinkelmåler til på illustration 5 at måle Venus' største vinkelafstand fra Solen.
- Sammenlign din målte vinkel med den vinkel, du fandt i opgave 1.
- Epicyklens centrum, D, bevæger sig med samme vinkelhastighed som Solens bane, dvs. Ptolemæus kunne beregne $\omega_{\text{sid}} = 360^\circ/365,247^{\text{d}}$. Beregn tallet.
- Gå ind i Stellaris og vælg *Beregninger (F10)* og vælg *Efemerider*. Vælg Venus og sæt et interval på 1 soldag og vælg at efemeriden skal dække 4 år startende 4/6-2024 kl. 17:00 UTC+1. Eksporter dine data, så de kan åbnes i Excel.

Vi vil nu beregne den ekliptiske længdegrad for Venus som funktion af tiden og derefter sammenligne længdegraderne ift. de målinger, der blev foretaget i spørgsmål d.

5 I [1] bog I afsnit 5 og 7 argumenterer Ptolemæus for at Jorden må være Universets centrum, at den står stille og at den ikke roterer.

6 I [1] Bog I afsnit 4 argumenterer Ptolemæus for at Jorden er en kugle.

7 I [1] Bog I afsnit 9 argumenterer Ptolemæus for, at der skal bruges cirkelbaner - han bruger ikke en religiøs/filosofisk argumentation - kun en observationel.

- e) Antag jævn cirkelbevægelse for både epicyklens centrum og for Venus' vandring på epicyklen. Omløbstiderne for de to bevægelser er fundet i forrige spørgsmål. På startdatoen er de to startfaser næsten ens. Antag derfor, at fasevinklerne for deferenten er $\varphi_0 = 0$ og startfasen for Venus på epicykelranden er $\Omega_0 = 0$. Antag i første omgang at epicykelbanens vinkelhastighed er $\omega_{\text{sid}} = 0,005$ rad/d. Tegn vektorer på illustration 5 og vis følgende formel

$$\vec{R}_{E\varphi} = 117,5 \cdot \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{360^\circ}{T_{\text{sid}}} \cdot t + \varphi_0\right) \\ \sin\left(\frac{360^\circ}{T_{\text{sid}}} \cdot t + \varphi_0\right) \end{pmatrix} + 84,6 \cdot \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{360^\circ}{T_{\text{epi}}} \cdot t + \Omega_0\right) \\ \sin\left(\frac{360^\circ}{T_{\text{epi}}} \cdot t + \Omega_0\right) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2,48 \end{pmatrix}$$

Tilsvarende kan man skrive en vektor op for retningen mellem Jorden og Solen:

$$\vec{R}_{E\odot} = 117,5 \cdot \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{360^\circ}{T_{\text{sid}}} \cdot t + \varphi_0\right) \\ \sin\left(\frac{360^\circ}{T_{\text{sid}}} \cdot t + \varphi_0\right) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2,48 \end{pmatrix}$$

- e) Indse at vinklen mellem Solen og Venus (altså elongationen) er

$$E = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{R}_{E\odot} \cdot \vec{R}_{E\varphi}}{R_{E\odot} \cdot R_{E\varphi}} \right)$$

- f) Beregn elongationerne ved hjælp af formlerne ovenfor, og sammenlign med de målte i opgave 1.
 g) I en ny kolonne beregn $(E_{\text{målt}} - E_{\text{beregnet}})^2$ for alle dataene. Beregn RMSE-værdien, som er kvadratroden af summen af alle tallene i kolonnen fra før.
 h) Tegn i samme koordinatsystem graferne $(t, E_{\text{målt}})$ og (t, E_{beregnet}) . Diskuter graferne.
 i) Benyt målsøgningsværktøjet til at justere ω_{epi} , φ_0 og Ω_0 .

2 Introduktionen af kikkerten i astronomien

Galileo Galilei var den første, der brugte teleskoper til at observere nattehimmelen, dvs. han var i hvert fald en af de første, der skrev⁸ om det. I illustration 6 kan man se et simuleret kik til Venus gennem en af Galileis kikkerter. Det var billeder som disse, der fik Galilei til at indse, at Venus viser faser, ganske ligesom Månen gør.

I opgave 3 skal du undersøge hvilke faser, der er mulige ifølge Ptolemæus' model, og derefter sammenligne med observationer.

8 Thomas Harriot beskrev i sommeren 1609 om sine kikkertobservationer af Månen. Det er ca. 1 md før Galilei. [5]

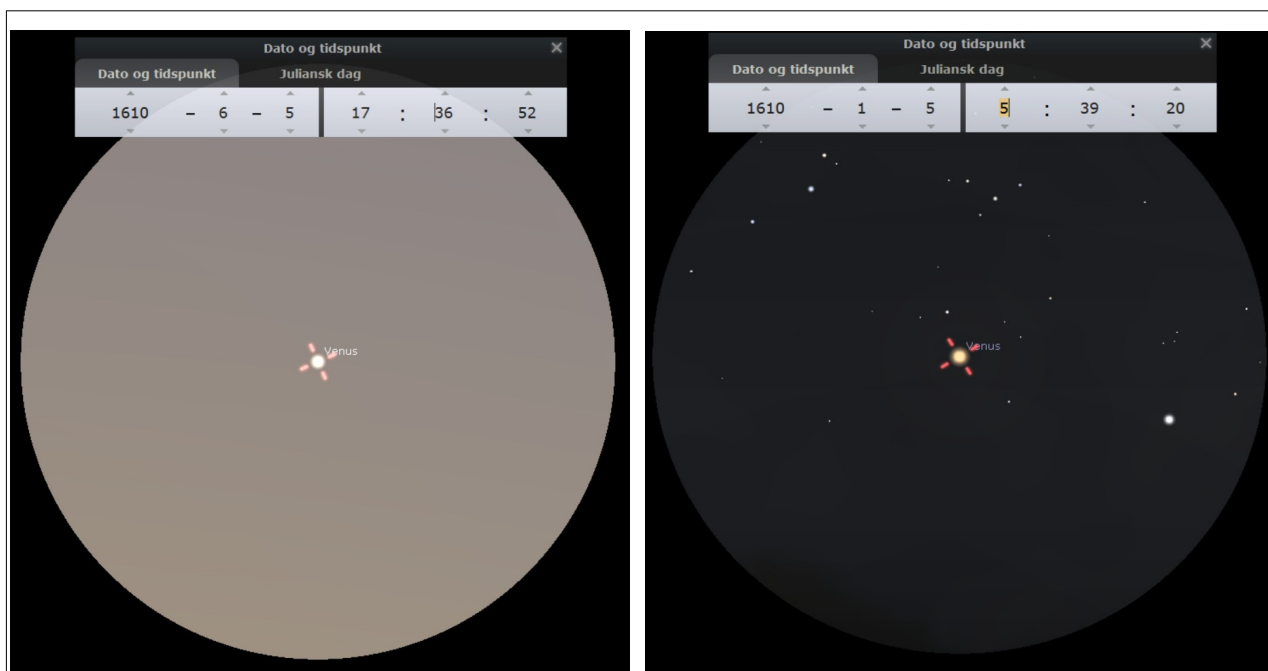


Illustration 6: Venus set gennem en af Galileis kikkerter, som har 14 gange forstørrelse. (Simuleret i Stellarium.) For den uøvede er det svært at se, at Venus viser faser(!)

Opgave 3 - Venusfaserne

- a) Benyt illustration 5 til at forudsige, hvilke faser Venus kan vise i løbet af et omløb.

Venusfaserne kan ikke ses med det blotte øje, så det var først da kikkerten blev opfundet, at man blev i stand til at se faserne. Galileo Galilei observerede faserne for første gang i 1610, og disse resultater blev offentliggjort 3 år senere i artiklerne *Istoria e Dimostrazioni intorno alle Macchie Solari*. ("Breve om solpletter.")

- b) Benyt Stellaris til at undersøge hvilke faser Venus kan udvise.
 c) Ifølge observationer kan Venus godt være "fuld." Kan Ptolemæus' model vise, at Venus kan være "fuld"?
 d) Kan både de observerede venusfaser og Ptolemæus' venusmodel være i overensstemmelse med hinanden?

3 Sammenfatning

I opgaverne 1-3 har vi set, hvordan den geocentriske model, som Ptolemæus forbedrede, kan beskrive Venus' mulige vinkelafstande til Solen, og vi har også set, at den ikke kan forklare hvordan Venusfaserne opstår, såfremt Venus' lys kommer fra refleksion af sollys.

Det er et tydeligt eksempel på, hvad der kan ske med en naturvidenskabelig model, når nye målinger/observationer kommer til. Først forsøger man at justere på en eksisterende model - det var det Ptolemæus gjorde med Aristoteles' model, men modellen havde sin begrænsning. Uanset hvordan man manipulerer med den geocentriske model - for eksempel ved at lave yderligere epicykler på epicykler, så kunne den ikke bringes i overensstemmelse med observationerne af Venus-faserne.

Derfor måtte modellen falde, og det var Johannes Kepler, som i 1618 færdiggjorde en ny model, der

præcist beskrev observationerne. Keplers model viste sig dog heller ikke at være korrekt. Med præcisionsteleskoper kunne man måle både Måne- og planetpositioner, som ikke stemte overens med Keplers teori, men Newtons teori, som blev offentliggjort i 1687, kunne bruges til at beregne planetpositionerne så præcist, at de atter passede med målinger.

Undtagen var dog Merkur, men den kunne Einsteins relativitetsteori til gengæld beskrive. Einsteins teori er en udvidelse af Newtons teori.

Sådan har teori- og observationer fulgtes ad i århundreder og i dag ved vi, at hverken Jorden eller Solen er i centrum af universet - faktisk er der slet ikke noget centrum i universet. Universet er også meget større end man overhovedet kunne forestille sig i oldtiden og helt op i vor tid. I dag tror vi, at universet er uendeligt stort.

Men alt det er en anden historie, som man kan lære mere om i emnet *Kosmologi*.

4 Referencer

1. *Ptolemy's Almagest*, translated and annotated by G. J. Toomer, London 1984. ISBN: 0715615882.
2. <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/03/Colure.png>
3. *Astronomiske observationer og eksperimenter* af Dorthe Agerkvist, Thomas Amby Christensen, Bjarning Grøn, Niels Elbrønd Hansen og Michael A. D. Møller, LMFK-forlaget 2017.
4. http://picbear.online/media/1787669827712934839_2256687107
5. *Fra Kaos til Kosmos* af Olaf Pedersen og Helge Kragh, Gyldendal 2000. p. 117.