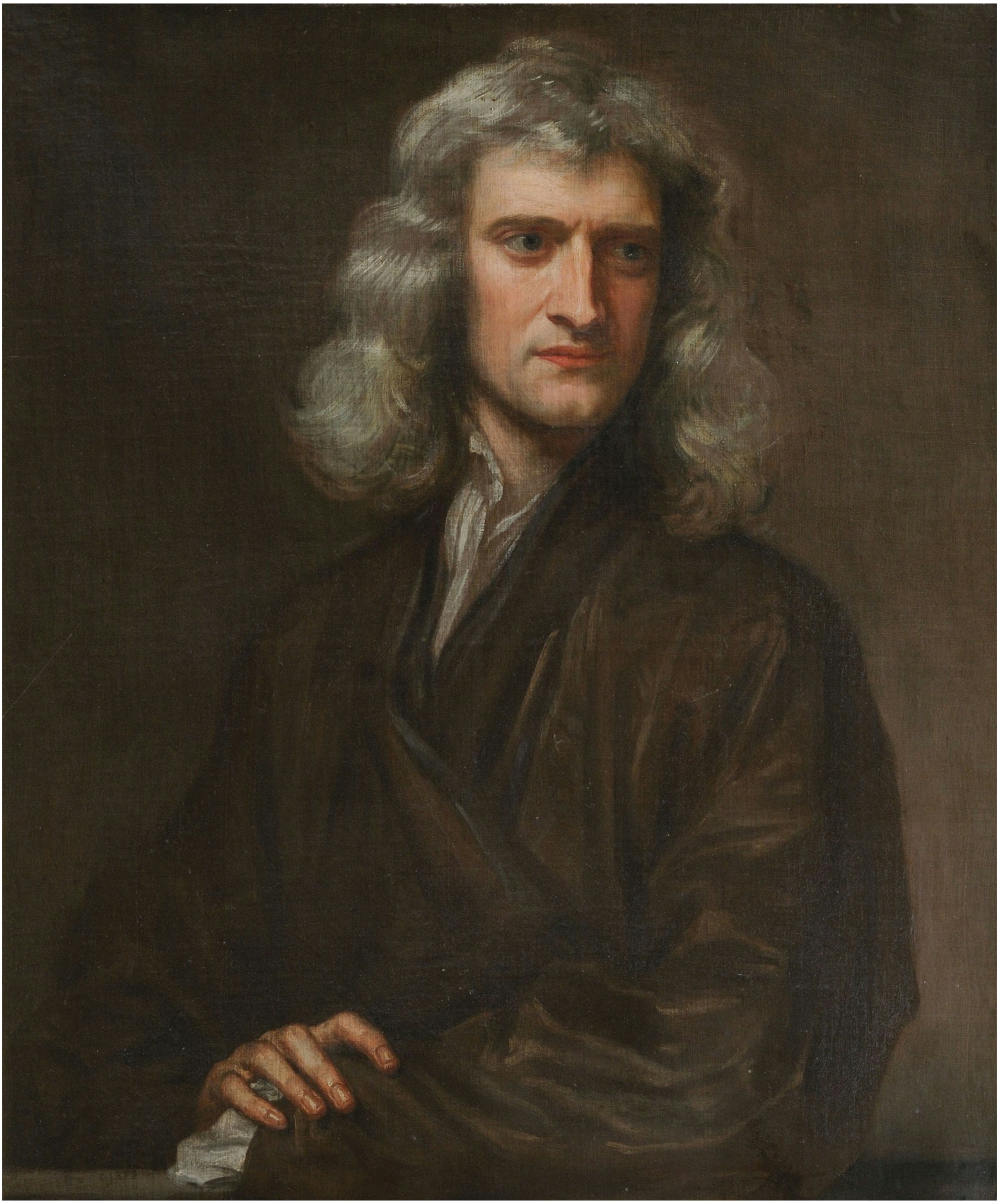
Arbejdssætningen og mekanisk energi



Figur 1: Isaac Newton i 1689. Manden bag den klassiske mekanik. Kilde: Wikimedia.

Michael A. D. Møller
August 2024.

Indholdsfortegnelse

Denne note gennemgår på en generel måde, hvordan vi kommer frem til formler for kinetisk- og potentiel energi.

Eleven skal på forhånd kende til Newtons 2. lov, vektorer, differentialform og integralregning.

1. Arbejde

I fysik er arbejde defineret som

$$dA \equiv \vec{F} \cdot d\vec{s} = F \cdot ds \cdot \cos(\alpha) \tag{1}$$

Ovenfor er de to vektorer hhv. kraften på et legeme og legemets tilbagelagte afstand. α er vinklen mellem de to vektorer. Bemærk, at vi ser på infinitesimale størrelser. Enheden for arbejde er $[A]$ = N m = kg m^2/s^2 ≡ J.

1.1. Eksempel – Kugle i tyngdefeltet

En kugle med massen 1,00 kg påvirkes af tyngdekraften over en retlinet strækning fra (2; 3) m til (11; 15) m. Arbejdet fra tyngdekraften er dermed

$$dA = \begin{pmatrix} 0 \\ -9{,}82 \end{pmatrix} \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \begin{pmatrix} 11-2 \\ 15-3 \end{pmatrix} \ \mathrm{m} = 0 - 118 \frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s}^2} = -118 \ \mathrm{J}$$

1.2. Eksempel – Kraftpåvirkning på legeme

Et legeme påvirkens af en kraft F = 150 N over en strækning på 10 m, hvor vinklen mellem den tilbagelagte strækning er 17º og derefter er F = 27 N over en strækning på 15 m, hvor vinklen mellem kraft og strækning er 32º.

Det udførte arbejde er

$$A = F_1 \cdot \Delta s_1 \cdot \cos(\alpha_1) + F_2 \cdot \Delta s_2 \cdot \cos(\alpha_2) \Rightarrow$$
$$A = 150 \ \mathrm{N} \cdot 10 \ \mathrm{m} \cdot \cos(17) + 27 \ \mathrm{N} \cdot 15 \ \mathrm{m} \cdot \cos(32) = 1778 \ \mathrm{J} \approx 1{,}8 \ \mathrm{kJ}.$$

2. Arbejdssætningen

Det arbejde, som et legeme tilføres, går til at ændre dets kinetiske energi. Dvs. vi kan skrive

$$dE_{kin} = dA = \vec{F} \cdot d\vec{s} \tag{2}$$

3. Kinetisk energi

Newtons 2. lov er som bekendt

$$\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \vec{a} \tag{3}$$

Det andet lig med-tegn gælder, såfremt massen af legemet er konstant og impulsen er defineret som $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$. Hvis man bortsubstituerer kraften i (2) ved hjælp af (3) fås

$$dE_{kin}=\vec{F}_{res}\cdot d\vec{s}=m\cdot\vec{a}\cdot d\vec{s}=m\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{s}\Leftrightarrow$$

$$dE_{kin}=m\cdot d\vec{v}\cdot\frac{d\vec{s}}{dt}=m\cdot d\vec{v}\cdot\vec{v}\Leftrightarrow$$

$$dE_{kin}=m\cdot\frac{1}{2}\cdot d\left(\vec{v}^2\right)\Leftrightarrow$$

$$\Delta E_{kin}=\int_{v_A}^{v_B}\frac{1}{2}\cdot m\,d\,v^2,\ \text{fordi}\ \vec{v}^2=v^2$$

$$\Delta E=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B^2-\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_A^2 \qquad (4)$$

Vi definerer, at et legeme i hvile ikke har nogen kinetisk energi, og derfor får vi

$$E_{kin}(v)=\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 \qquad (5)$$

Formlen ovenfor kaldes formlen for kinetisk energi i den klassiske mekanik.

3.1. Eksempel – Bolds kinetiske energi

I eksempel 1.1 så vi, at tyngdekraften udførte et arbejde på -118 J til bolden. Dermed bliver tilvæksten i boldens kinetiske energi

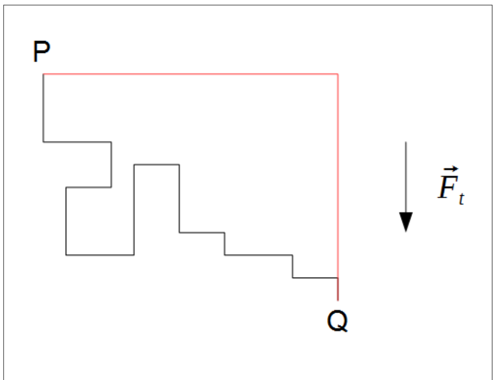
$$\Delta E_{kin}=A_{tyngdekraft}=-118\ \text{J}.$$

Dvs. at bolden må have haft mere end 118 J i kinetisk energi for, at den overhovedet kunne nå op til det angivne punkt, dvs. den har haft en starthastighed. Overvej dette.

I eksempel 1.2 så vi, at arbejdet fra kraften, der påvirkede legemet, var positivt. Derfor kunne legemet godt være i hvile, da den har fået en tilvækst i energi. Overvej dette.

4. Konservative kræfter

Definition 1: En kraft er *konservativ*, hvis det arbejde den udfører på en genstand, der flyttes fra en position, *P*, til en anden position, *Q*, kun afhænger af *P* og *Q*, men ikke af vejen mellem *P* og *Q*.

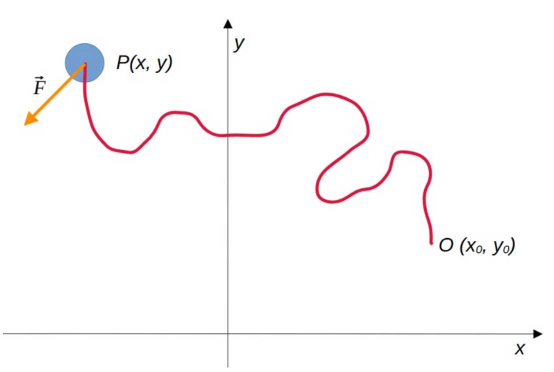


Figur 2. To ruter fra P til Q.

Det vil sige, at ruten fra *P* til *Q* er ligegyldig. Forestil dig for eksempel at du cykler ned fra et højt bjerg. Vi ser bort fra rullemodstand, friktion og luftmodstand. Der er to ruter ned at bjerget. Den ene går først ligeud og derefter er der frit fald, mens den anden har flere forskellige fald på vejen ned. Betragt figur 2. Her er ruterne markeret som en serie vandrette- og lodrette bevægelser. Vi kan bruge arbejds-definitionen (1) til at redegøre for, at arbejdet udført af tyngdekraften er ens i de to tilfælde. Hvis vi følger den røde rute, så er stedvektor vinkelret på tyngdekraften på det vandrette stykke, mens stedvektor er parallel med tyngdekraften på det lodrette stykke. Tyngdekraftens arbejde er altså kun forskelligt fra 0 på det lodrette stykke.

Hvis man følger den sorte rute gælder samme princip. På de vandrette stykker er der intet arbejdsbidrag, mens bidraget på de lodrette stykker er $m \cdot g \cdot \Delta s_i \cdot \cos(\alpha_i)$. α_i er ved de lodrette stykker hhv. 0 og 180º. Som vi kan se, opfylder tyngdekraften kravet om at være konservativ.

Der findes andre kræfter, der opfører sig på samme måde som tyngdekraften – eller mere generelt gravitationskraften. F. eks. opfører den elektriske kraft sig på samme måde, mens den magnetiske kraft afhænger af legemets hastighed, og denne kraft bliver dermed ikke konservativ. Tilsvarende er luftmodstand og gnidning heller ikke konservative kræfter.



Figur 3. Et legeme flyttes fra punktet P til O langs en vilkårlig rute.

5. Potentiel energi

Ud fra definition 1 kan vi definere potentiel energi:

Definition 2: Man *vælger* et fast nulpunkt, *O*, for den potentielle energi. Den potentielle energi i et punkt *P* defineres som det arbejde den konservative kraft udfører på legemet, når det flyttes fra *P* til *O*. På formelsprog kan vi skrive

$$E_{pot}(P) = A_{konservativ}(P \rightarrow O).$$

Betragt figur 3. Et legeme flyttes af en kraft fra *P* til *O,* og vejen er markeret med den røde kurve. Kraften ændrer sig måske undervejs, og for at finde det samlede arbejde, kraften udfører fra start til slut, skal vi integrere (1). Dermed får vi

$$E_{pot}(P) = \int_P^O \vec{F} \cdot d\vec{s} \tag{6}$$

6. Mekanisk energi

Legemet, som er illustreret i figur 3, kan være påvirket af både konservative- og ikke-konservative kræfter. Det kunne f. eks. være et legeme, der påvirkes af tyngdekraft og luftmodstand på en dag, hvor det blæser fra alle mulige retninger.

Betragt det tilfælde, hvor legemet bevæges fra punkt *P* til punkt *Q,* dvs. legemet flyttes ikke til nulpunktet. Så kan vi finde tilvæksten i kinetisk energi ud fra arbejdssætningen (2)

$$\Delta E_{kin} = \int_P^Q \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_P^Q \left(\vec{F}_i + \vec{F}_y\right) \cdot d\vec{s} \tag{7}$$

Ovenfor betyder indeks *i* "indre", og det repræsenterer den konservative kraft, og indeks *y* betyder "ydre", hvilket repræsenterer den ikke-konservative kraft. (Husk at kraftvektorer er additive.) Hvis vi arbejder videre med (7) får vi

$$\Delta E_{kin}=\int_P^Q \vec{F}_i\cdot d\vec{s}+\int_P^Q \vec{F}_y\cdot d\vec{s}=\int_P^Q \vec{F}_i\cdot d\vec{s}+A_y \Leftrightarrow$$
$$\Delta E_{kin}=\int_P^0 \vec{F}_i\cdot d\vec{s}+\int_0^Q \vec{F}_i\cdot d\vec{s}+A_y$$

Ovenfor har vi udnyttet, at arbejdet fra en konservativ kraft er uafhængig af den valgte vej, dvs. det er ligegyldigt om legemet bevæger sig fra *P* til *Q* via det valgte nulpunkt eller ej. I det andet integral kan vi vende grænseværdierne om ved at gange minus 1 på integralet. Dermed får vi

$$\Delta E_{kin}=\int_P^0 \vec{F}_i\cdot d\vec{s}-\int_Q^0 \vec{F}_i\cdot d\vec{s}+A_y \Leftrightarrow$$
$$\Delta E_{kin}=E_{pot}(P)-E_{pot}(Q)+A_y \Leftrightarrow$$
$$\Delta E_{kin}=-\Delta E_{pot}+A_y \Leftrightarrow$$

$$\Delta E_{kin}+\Delta E_{pot}\equiv\Delta E_{mek}=A_y \qquad (8)$$

Ovenstående formel kaldes *Mekanikkens energisætning.*

7. Forskellige typer potentiel energi

Udtrykket (5) for den kinetiske energi af et legeme gælder for alle legemer undtaget fotoner og legemer, der bevæger sig enten med nærlyshastighed eller i nærheden af "tunge" legemer som f.eks. stjerner. I disse tilfælde viser det sig nemlig, at vi skal have fat i hhv. kvantemekanik og relativistisk mekanik for at kunne forklare fysikken.

Udtrykkene for potentiel energi er forskellige for de forskellige typer konservative kræfter, og dem vil vi finde udtryk for herunder.

7.1. Potentiel energi i gravitationsfeltet

To legemer med masserne *m* og *M* og i den indbyrdes afstand *r* er påvirket af gravitationskraften. Den potentielle energi af dette system kan beregnes, da vi i forvejen kender gravitationskraften

$$\vec{F}_{grav}=\frac{-G\cdot m\cdot M}{r^2}\cdot\vec{e}_r\,,G=6{,}674\cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}} \qquad (9)$$

Kraften er radial, dvs. den altid er (anti)parallel med positionsvektoren mellem de to legemer.

Vi *vælger* først nulpunktet for den potentielle energi, og den normale konvention er, at energien skal gå mod 0, når afstanden mellem de to legemer, *r,* går mod uendelig.

Ved brug af (6) får vi

$$E_{pot}(P)=E_{pot}(r)=\int_P^O \vec{F}\cdot d\vec{s}=\int_r^\infty \vec{F}_{grav}\cdot d\vec{r}\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(r)=\int_r^\infty \frac{-G\cdot M\cdot m}{r^2}\cdot\vec{e}_r\cdot d\vec{r}\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(r)=-G\cdot M\cdot m\cdot\int_r^\infty \frac{1}{r^2}\cdot dr=-G\cdot M\cdot m\cdot\left[\frac{-1}{r}\right]_r^\infty\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(r)=\frac{-G\cdot M\cdot m}{r} \tag{10}$$

7.2. Potentiel energi i tyngdefeltet

Tyngdekraften er jo et specialtilfælde af gravitationskraften, da vi tæt ved Jordens overflade kan fastholde r til at være Jordens radius R. Hvis vi vælger et punkt, h_0, tæt på jordoverfladen som nulpunkt, og vi vælger positiv retning bort fra Jordens centrum, får vi

$$\vec{F}_t=\frac{-G\cdot m\cdot M}{R^2}\cdot\vec{e}_r=-m\cdot g\cdot\vec{e}_r, g\equiv\frac{G\cdot M}{R^2}$$

Dermed bliver den potentielle energi

$$E_{pot}(P)=E_{pot}(h)=\int_P^O \vec{F}\cdot d\vec{s}=\int_h^{h_0} \vec{F}_t\cdot d\vec{y}\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(h)=-\int_h^{h_0} m\cdot g\cdot\vec{e}_y\cdot d\vec{y}\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(h)=-m\cdot g\cdot\int_h^{h_0} dy=-m\cdot g\cdot[y]_h^{h_0}=\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(h)=m\cdot g\cdot h-m\cdot g\cdot h_0 \tag{11}$$

7.3. Potentiel energi mellem to punktladninger *q* og *Q*

To punktladninger med ladningerne q og Q, er i en indbyrdes afstand r. Den elektriske kraft mellem de to ladninger er givet ved *Coulombs lov*

$$\vec{F}=\frac{k_C\cdot q\cdot Q}{r^2}\cdot\vec{e}_r, k_C=8{,}99\cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{C^2}} \tag{12}$$

Vi vælger nulpunktet for den potentielle energi, og traditionelt set vælger man, at energien skal gå mod 0, når afstanden mellem de to legemer, r går mod uendelig. Dermed bliver den potentielle energi

$$E_{pot}(P)=E_{pot}(r)=\int_P^O \vec{F}\cdot d\vec{s}=\int_r^\infty \vec{F}_C\cdot d\vec{r}\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(r)=\int_r^\infty \frac{k_C\cdot q\cdot Q}{r^2}\cdot\vec{e}_r\cdot d\vec{r}\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(r)=k_C\cdot q\cdot Q\cdot\int_r^\infty \frac{1}{r^2}\cdot dr=k_C\cdot q\cdot Q\cdot\left[\frac{-1}{r}\right]_r^\infty\Leftrightarrow$$

$$E_{pot}(r)=\frac{k_C\cdot q\cdot Q}{r} \tag{13}$$

7.3.1. Øvelse: Potentiel energi i et fjedersystem

I noten *Fjedersystems potentielle energi i tyngdefeltet* er formlen for potentiel energi udledt for et lod hængende i en fjeder. Kraften på et lod fra en fjeder er modsat rettet positionsvektoren, hvis den vælges i ligevægtspunktet. Dvs. $\vec{F}=-k\cdot y\cdot\vec{e}_y$, hvor y er udsvinget fra ligevægtsstillingen og k er den såkaldte fjederkonstant, der er et udtryk for hvor stram, fjederen er. Læseren kan nu anvende (6) til at beregne den potentielle energi. Det kan være en fordel at betragte et vandret fjedersystem, hvor loddet ligger på en uendelig glat overflade.

Vis at

$$E_{pot}(y)=\frac{1}{2}\cdot k\cdot y^2 \tag{14}$$

Det viser sig, at hvis man vender systemet lodret, så vil tyngdekraften flytte på ligevægtspositionen, men det færdige udtryk bliver det samme.

7.4. Et vandkraftværk

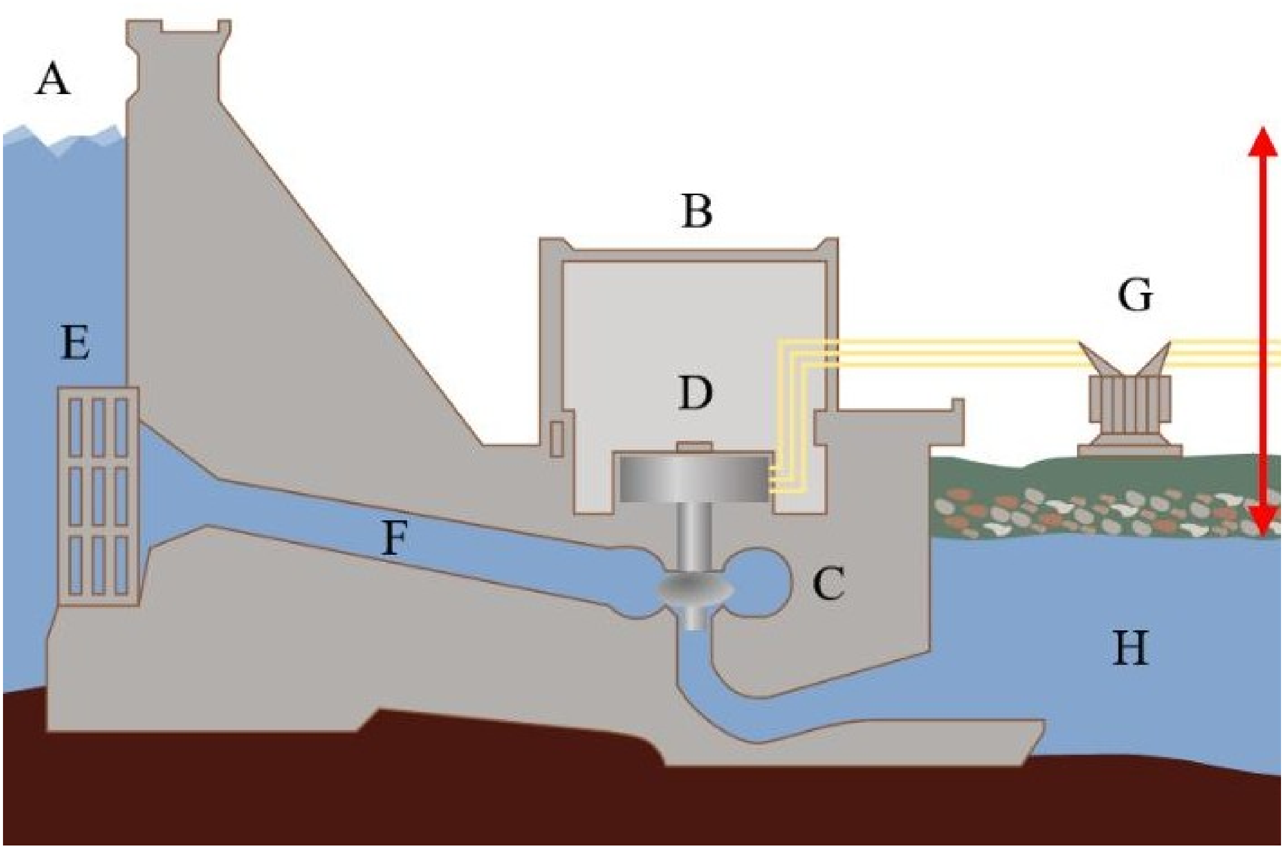
Engang imellem virker en problemstilling indlysende enkel, indtil man begynder at tænke over detaljerne, hvorefter forvirring kan opstå. Et sådan eksempel kan være energiforholdene i et vandkraftværk.

I første omgang vil læseren sikkert konkludere, at når man opstemmer vand bag en dæmning, eller hvis man udnytter et naturligt fald, så er det omdannelse af potentiel energi til for eksempel elektrisk energi, der er tale om. Men hvis man så ser på, hvordan et kraftværk i virkeligheden er bygget, og hvor vandet til kraftværkets turbiner kommer fra, kan forvirring måske opstå.

Betragt figur 4. Vandet fra en flod er opstemmet ved hjælp af en dæmning, og vandet driver en el-generator. Man ser, at vandet ikke løber ind i turbinen fra toppen af dæmningen, men i en vis dybde, *h*, målt fra overfladen. Dvs. man kan spørge sig selv om, der faktisk ér tale om omdannelse af mekanisk potentiel energi til elektrisk energi. Det korte svar er, ja - det er potentiel energi, der omdannes, og det kan man se af følgende argumentation, der kræver kendskab til trykdefinitionen og trykket fra en væskesøjle samt arbejdssætningen (2).

Trykdefinitionen er

$$p=\frac{F}{a} \tag{15}$$



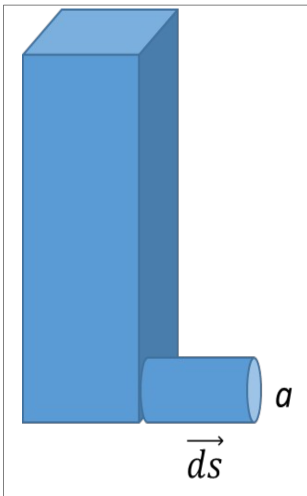
Figur 4: Skitse af et vandkraftværk. Bogstaverne betyder: A: Reservoir, B: Kraftværksbygning, C: Turbine, D: Generator, E: Indtagsområde, F: Turbinerør, G: Transformerstaton, H: Flod. Kilde: https://da.wikipedia.org/wiki/Vandkraftv%C3%A6rk#/media/Fil:Hydroelectric_dam-letters.svg.

Ovenfor måles tryk i enheden Pa, og kraften er den kraftkomposant, der virker vinkelret på en overflade med arealet *a*.

I de fleste fysikbøger[1] er trykket fra en væskesøjle udledt til

$$p(h)=\varrho\cdot g\cdot h \tag{16}$$

Ovenfor betyder symbolerne hhv. vands densitet, tyngdeaccelerationen og dybden af vandsøjlen. Dybden eller trykhøjden er markeret med den røde pil på figur 4.



Figur 5: Skitse af vand-søjle og turbinerør

Betragt den forsimplede skitse i figur 5. Trykket ved turbinerøret er givet ved (16). Ud fra trykdefinitionen (15) kan vi ved hjælp af arbejdssætningen skrive det arbejde op, som udføres af vandet, når det rammer turbinen ved *a,* som også repræsenterer tværsnitsarealet af røret. Vi får

$$dE_{kin}=\vec{F}\cdot d\vec{s}=p\cdot a\cdot ds=p\cdot dV=\varrho\cdot h\cdot g\cdot dV$$

Ved at dele med et infinetisimalt tidsrum *dt* og benytte sammenhængen mellem masse, densitet og volumen får vi

1 Se f. eks. *FysikABbogen 1*, kapitel 4.

$$\frac{dE_{kin}}{dt}=P=h\cdot g\cdot\frac{dm}{dt} \tag{17}$$

Ovenfor angiver *P* effekten. *dm/dt* er den masseændring pr. tid, som strømmer gennem turbinerøret. Hvis man kigger på reservoiret, så er der i det et tilsvarende *massetab*, dvs. vi kan bruge (11) til at omskrive (17) til

$$P=-\frac{dE_{pot}}{dt} \tag{18}$$

Konklusionen er altså, at vandkraftværket netop omsætter potentiel energi til en anden energiform; som vi jo også antog i begyndelsen.

I virkeligheden, er der friktion i rør, turbine og generator, så den udnyttede effekt er lidt mindre end den tilførte. Derfor skal nyttevirkningen, η, af værket ganges på højresiden af (18), når man vil finde den udnyttede effekt. Man får dermed

$$P_{udnyt}=-\frac{dE_{pot}}{dt}\cdot\eta \tag{19}$$

I vandkraftværker kan nyttevirkningen ofte komme op over 90 %.

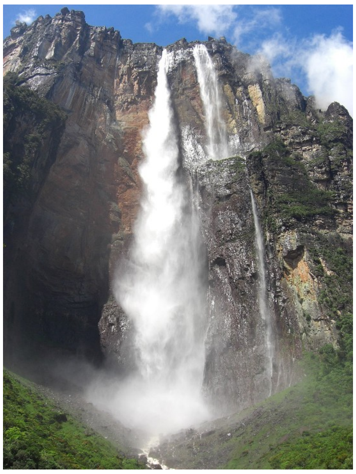
-o-

8. Opgaver

8.1. Vandfald

Salto del Angel-vandfaldet har en frit falds-højde på 807 m, som er verdensrekord.

a) Beregn ændringen i potentiel energi, når 1 kg vand bevæger sig ned gennem vandfaldet.
b) Overvej om der er ydre kraftpåvirkninger på vandet, når det falder ned gennem vandfaldet.



Figur 6: Salto del Angel med et frit fald på 807 m. Foto: Diego Delso.

8.2. Effekt fra et vandkraftværk

Et vandkraftværk yder en dag en elektrisk effekt på 250 MW. Dette er også den største effekt anlægget kan yde. Nyttevirkningen af kraftværket er η = 90 %. Vandet falder 125 m.

a) Beregn hvor mange kg vand pr s, der strømmer gennem anlægget.

Vandkraftværket har skiftende produktionseffekter pga. varierende vandmængder, service på kraftværket, og fordi det bliver slukket, når der er overskudsenergi i det elektriske net. Over en periode på et år, har værket produceret 964 GWh. Kapacitetsfaktoren er et relativt mål for, hvor meget energi anlægget har produceret i forhold til den teoretiske maksimumværdi.

b) Beregn kapacitetsfaktoren for kraftværket.

8.3. Sentinel-1-satellittens bane

Figur 7: Sentinel 1. Kilde: ESA.

Sentinel-1 satellitten har en masse på 2300 kg og den befinder sig i en højde på 693 km over jordoverfladen. Jordens masse er $5{,}976 \cdot 10^{24}$ kg og Jordens radius er 6371 km.

a) Beregn satellittens omløbstid ved hjælp af Keplers 3. lov.
b) Antag cirkelbevægelse og beregn den kinetiske energi af satellitten.
c) Beregn den potentielle energi af satellitten.
d) Beregn den mekaniske energi af satellitten.
e) Har du lært om virialteoremet kan du nu tjekke, om det er opfyldt.

8.4. 2 protoner i tyngdefeltet

En proton er anbragt ved jordoverfladen. En anden proton er anbragt 100 m over den første. De er begge i hvile, og de er anbragt i et lufttomt rør.

a) Beregn den elektriske potentielle energi mellem de to protoner.
b) Beregn den (tyngde)potentielle energi for den øverste af protonerne i forhold til positionen på den første proton.
c) Sammenlign de to potentielle energier i systemets starttilstand.

Den nederste proton er holdt fast i en bestemt position ved hjælp af et avanceret instrument.

d) Opstil et udtryk for kræfterne for den øverste proton.
e) I hvilken højde er den elektriske kraft numerisk set lige så stor som tyngdekraften på den øverste proton?
f) Beregn farten af den øverste proton, når den har nået den højde, du fandt i foregående spørgsmål.
g) Hvor tæt kommer de 2 protoner på hinanden?

8.5. 1 proton og 1 antiproton i et gravitationsfelt

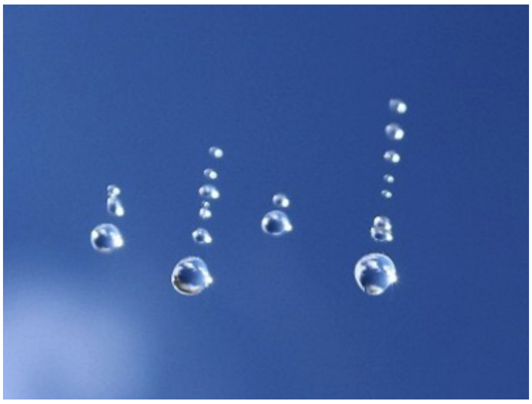
En proton er anbragt 100 m fra en antiproton. Begge er i hvile, og de er (uendeligt) langt fra andre legemer, der har masse.

a) Beregn den elektriske potentielle energi mellem de to protoner.
b) Beregn den gravitationelle potentielle energi mellem de to protoner.
c) Sammenlign den elektriske- og den gravitationelle potentielle energi i systemets starttilstand.
d) Beregn systemets mekaniske energi i starttilstanden.

Antag at radius af 1 (anti)proton er 10^{-15} m.

e) Beregn den potentielle energi i systemet, når de to partikler netop rører hinanden.
f) Beregn systemets samlede kinetiske energi, når de to partikler netop rører hinanden.

8.6. Faldende vanddråbe i tyngdefeltet



Figur 8: Faldende regndråber. Kilde: https://sky-lights.org/2019/06/03/two-takes-on-rain/

En vandråbe fylder 0,050 mL. Den falder fra en sky 2,0 km over jordoverfladen. Når dråben falder ned sker det som turbulent bevægelse, dvs. luftmodstandskraften på dråben er givet ved formlen

$$\vec{F}_{luft} = -\frac{1}{2} \cdot \varrho \cdot A \cdot c_w \cdot v^2 \cdot \vec{e}_v$$

Ovenfor betyder ϱ luftens densitet, A betyder dråbens tværsnitsareal, og c_w = 0,45 er formfaktoren for dråben.

a) Antag at vanddråben er kugleformet. Beregn dens volumen, radius samt dens tværsnitsareal.
b) Tegn et kraftdiagram over de 3 kræfter, som virker på dråben.
c) Bestem et udtryk for den resulterende kraft på dråben, og benyt Newtons 2. lov til at beregne terminalhastigheden af vanddråben.
d) Beregn dråbens kinetiske energi, når den bevæger sig med terminalhastigheden.
e) Hvis dråben falder ned, forsvinder potentiel energi for dråben, men dråbens kinetiske energi ændres jo ikke. Hvor bliver energien af?
f) Antag at dråben når terminalhastigheden ganske hurtigt. Hvor lang tid tager det for dråben at falde ned på Jorden?

8.7. De 3 slugters dæmning

Figur 9: Billede: Christoph Filnkössl.

I Kina er der et stort vandkraftværk, hvor vandet er opstemmet til en højde af mere end 180 m. Den hydrauliske højde er $h = \psi + z$ = 80,6 m. Flowraten pr. turbine er maksimalt 950 m^3/s, og den laveste værdi er 600 m^3/s. Der er 32 produktionsturbiner og to små til at drive selve kraftværket.

a) Beregn den teoretiske effekt af en turbine, når der er størst flowrate.
b) En turbine producerer under optimale forhold 700 MW. Beregn nyttevirkningen af turbinen.
c) Beregn anlæggets maksimale produktionskapacitet.

Man forventer at den årlige gennemsnitlige elproduktion bliver på 100 TWh.

Kapacitetsfaktoren er et relativt mål for, hvor meget energi anlægget har produceret i forhold til den teoretiske maksimumværdi.

d) Beregn kapacitetsfaktoren for kraftværket.

Læs mere om kraftværket her: https://en.wikipedia.org/wiki/Three_Gorges_Dam

e) Hvilke fordele og ulemper kan du se ved værket?
f) Benyt webstedet i fodnoten[2] til at downloade et aktuelt billede af opstemningen og mål arealet af den.

I ovennævnte websted er vist et sæt billeder, der viser oversvømmede områder langs Yangtze-floden. Det er betragtligt større end den lokale opstemning, som du har målt. I Wikipedia-artiklen står der i øvrigt, at reservoiret fylder 39,3 km^3. Kildehenvisningen siger dog kun 3,93 km^3.

2 https://apps.sentinel-hub.com/eo-browser/?zoom=14&lat=30.85246&lng=110.95676&themeId=DEFAULT-THEME&toTime=2023-03-21T08%3A01%3A11.194Z