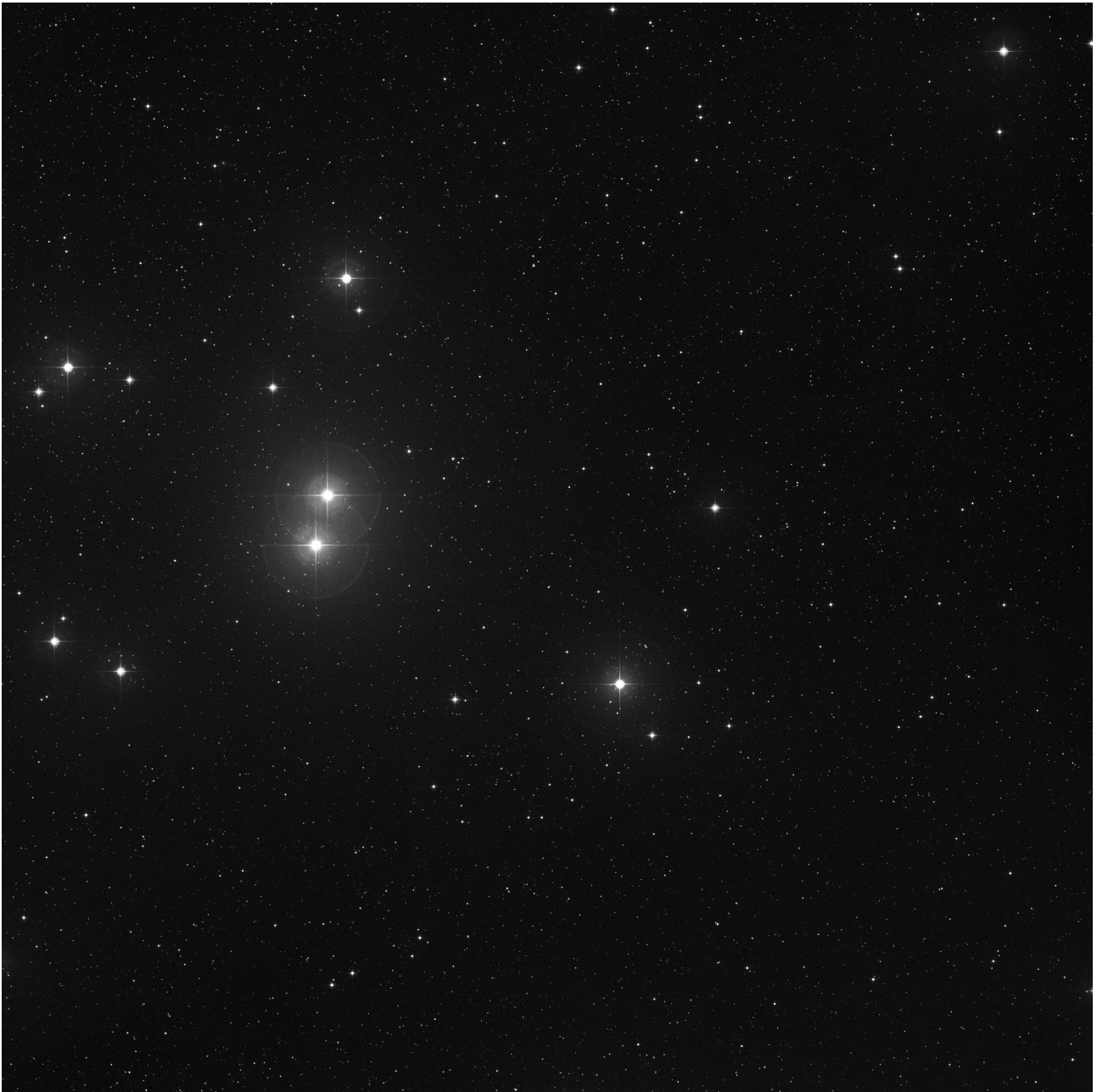


Hyademethoden



Figur 1: Hyaderne fotograferet gennem et rødt filter.[1]

Af Michael Andrew Dolan Møller, marts 2021, august 2022.

Indholdsfortegnelse

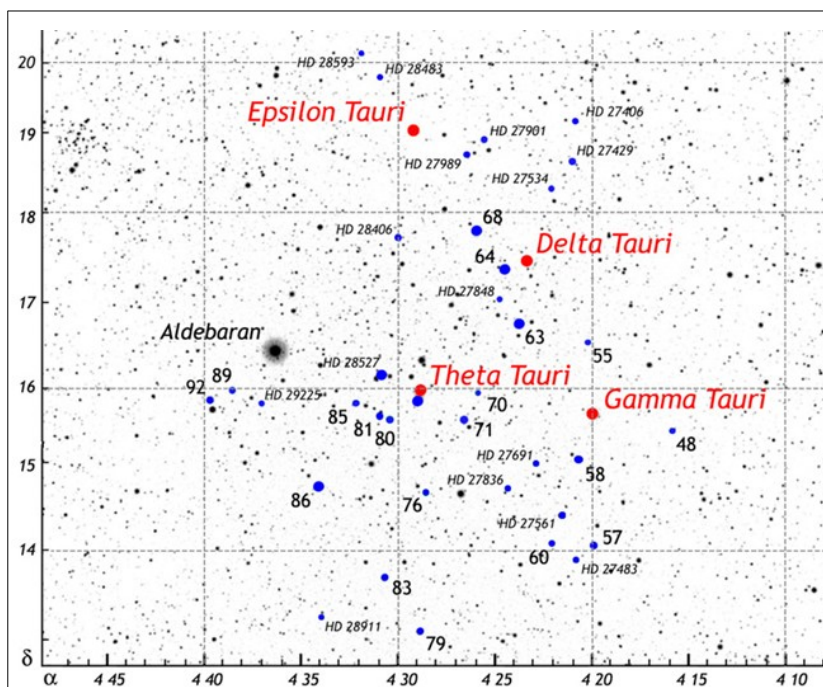
1. Indledning.....	2
2. Teorien bag hyademethoden.....	2
2.1 Afstanden til hoben.....	2
Øvelse 2.1.....	3
2.2. Vinkelhastighederne.....	3
2.3. Konvergens.....	5
2.4. Retningen til konvergenspunktet.....	6
Øvelse 2.2.....	6
2.5. Vinklen mellem Hyaderne og konvergenspunktet.....	7
Øvelse 2.3.....	7
3. Opskrift.....	7
4. Perspektivering til Afstandsstigen.....	7
5. Referencer.....	8

1. Indledning

I denne note behandles teorien bag den afstandsmetode, som kaldes Hyademethoden. På astro-gym.dk findes også en videopræsentation, hvor teorien gennemgås.

Metoden er en geometrisk metode til at bestemme afstanden til den åbne hob, der ligger nærmest Solsystemet. Når afstanden er bestemt, kan man efterfølgende måle de tilsyneladende størrelsesklasser for hobens stjerner, og dermed kan man beregne stjernernes absolutte størrelsesklasser. Når det er gjort, kan man benytte resultaterne til at bestemme afstandene til andre åbne hober ved såkaldt *hovedseriefitting*.

Læseren kan se et fotografi af Hyaderne på figur 1 og et negativ på figur 2. Hobens centrum har ækvatoreal-koordinaterne ($4^{\text{h}} 27^{\text{m}}; 15^{\circ} 52'$)_{J2000}.



Figur 2: Hyaderne. De røde prikker er kæmpestjerner og de blå prikker er hovedseriestjerner. [2]

2. Teorien bag hyademethoden

2.1 Afstanden til hoben

Vi vil finde afstanden til hoben, så vi skal i første omgang udlede en formel, hvor afstanden til hoben indgår.

Betragt figur 3. En stjerne bevæger sig vinklen φ i løbet af tidsrummet Δt . Dvs. dens vinkelhastighed er

$$\mu = \frac{\varphi}{\Delta t} \quad (1)$$

Den fysisk tilbagelagte afstand, x , er givet ved

$$x = v_t \cdot \Delta t \quad (2)$$

Fra matematikken ved vi også, at hvis vinklen indsættes i vinkelenheden radianer fås

$$x = d \cdot \varphi \quad (3)$$

Ved at bortsubstituere x i 2 og 3 samt ved at bortsubstituere Δt i log 2 får man formen

$$d = \frac{v_t}{\mu} \quad (4)$$

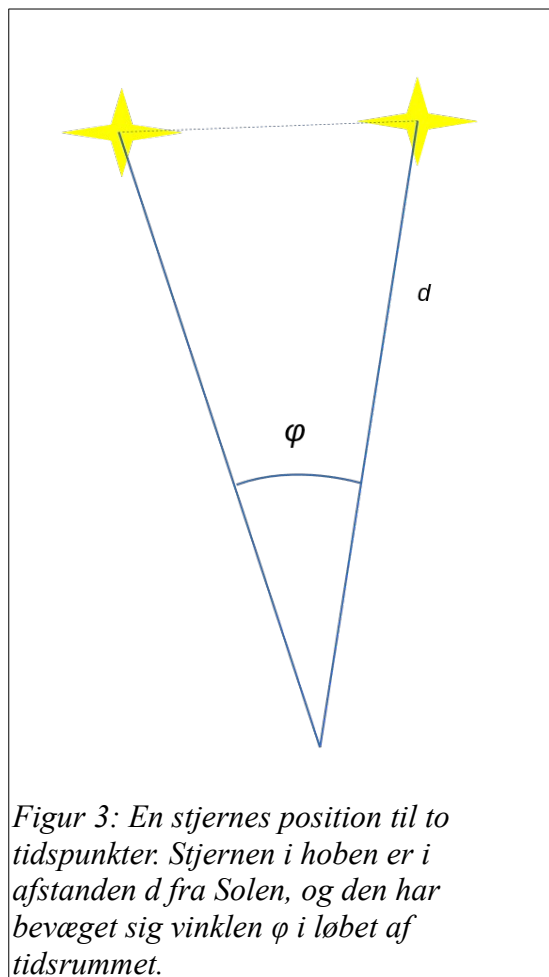
Øvelse 2.1

Vis ligning 4.

Det er muligt at måle vinkelhastigheden, men vi kan ikke måle transversalhastigheden, så den skal vi have erstattet af noget målbart. Det undersøges i de næste afsnit.

2.2. Vinkelhastighederne

Man får brug for to billeder af Hyaderne, og billederne skal være optaget med mange års mellemrum, så det bliver muligt at måle stjernernes positionsændringer.



Figur 3: En stjernes position til to tidspunkter. Stjernen i hoben er i afstanden d fra Solen, og den har bevæget sig vinklen φ i løbet af tidsrummet.

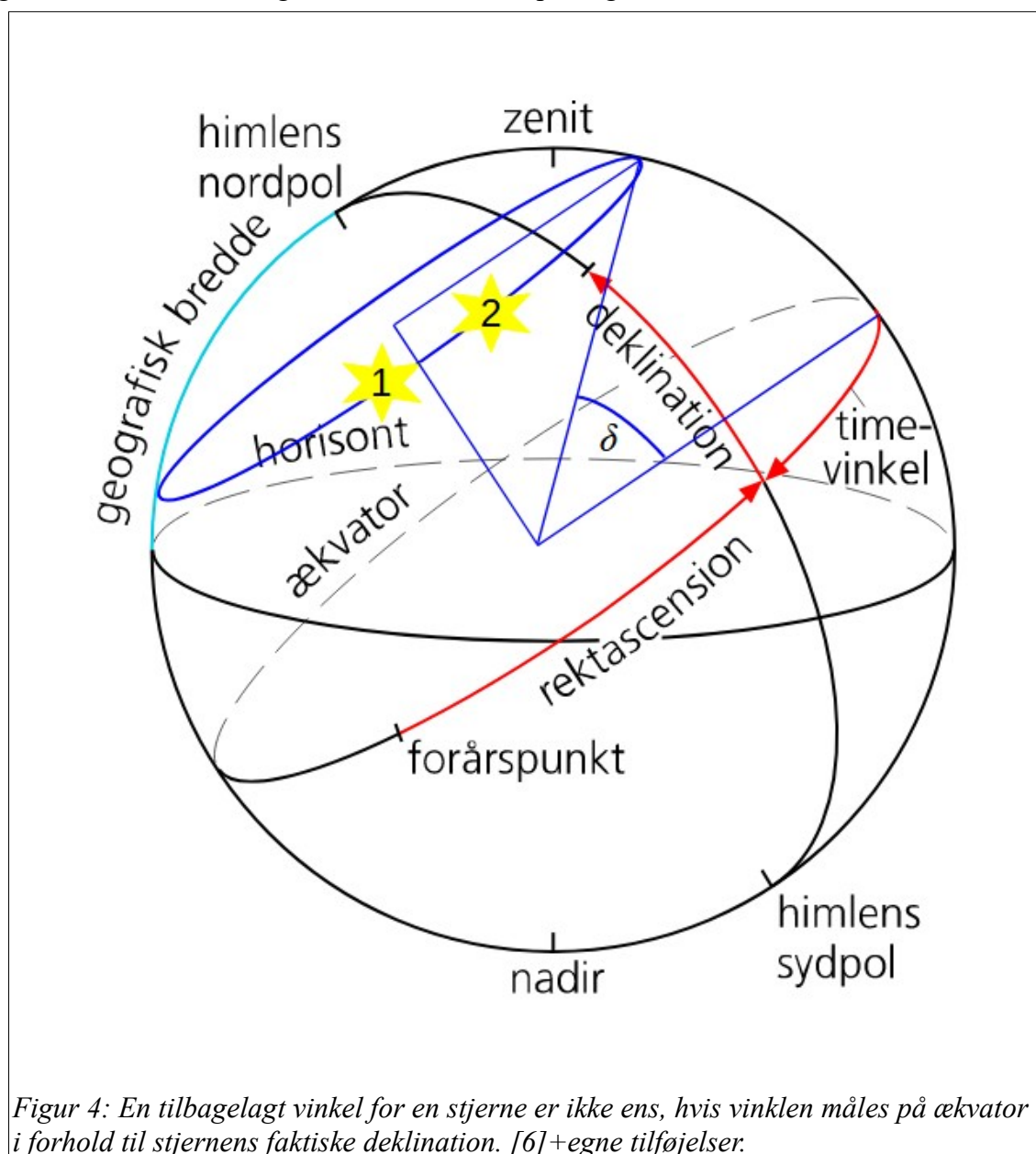
I mangel af bedre kan man snyde og benytte sig af et planetarieprogram, f.eks. *Stellarium*. [4] I *Stellarium* kan man også nemt aflæse koordinaterne af stjernerne.

I virkeligheden vil gravitationelle effekter på Jorden bevirke, at stjerners koordinater varierer en smule over tid. Se f. eks. afsnittet om præcession i noten *Introduktion til astronomi*. [5] Man kan kompensere for dette problem, ved at aflæse positioner med samme *Epoke*, dvs. man får oplyst koordinaterne, som de ville se ud i det koordinatsystem, der gælder for det samme år. (J2000.0 er oplagt at vælge.)

Når man har aflæst positionerne for f. eks. 10 stjerner, kan man anvende Pythagoras' sætning til at finde den tilbagelagte vinkel for hver stjerne. Selvom himmelkuglen er sfærisk, duer Pythagoras' sætning stadigvæk, fordi vinklerne er ganske små.

Der er dog et par detaljer, man skal være opmærksom på. For det første skal ændringerne i rektascension og deklination angives i de samme enheder. Husk at rektascension bruger enhederne h og m s, hvor $1^h = 15^\circ$ og deklination benytter sig af enhederne $^\circ$ ' ". Alt bør i første omgang omregnes til grader eller radianer. Senere kan man omregne til buesekunder.

En anden detalje er, at når man måler rektascensionsforskelle, så er det ikke ligegyldigt hvor stjernen befinder sig på himmelkuglen. For eksempel vil en rektascension på 1^h nede på himmelens ækvator svare til 15° , men hvis stjernen har en deklination, der er væsentligt forskellig fra 0° , så vil den faktiske vinkelforskel langs rektascensionsaksen være mindre. Dette er vist på figur 4. Rektascensionscirklen kan vi give en radius på 1. Den blå lillecirkel, hvor stjernen er vist til to tidspunkter, vil så have radius $r = \cos(\delta)$. Dermed vil den tilbagelagte vinkel langs den blå cirkel hænge sammen med ændringen i rektascensionen på følgende måde



Figur 4: En tilbagelagt vinkel for en stjerne er ikke ens, hvis vinklen måles på ækvator i forhold til stjernens faktiske deklination. [6]+egne tilføjelser.

$$\frac{\Delta \varphi_\alpha}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{\Delta \alpha}{2 \cdot \pi \cdot 1} \Leftrightarrow \frac{\Delta \varphi_\alpha}{2 \cdot \pi \cdot \cos(\delta)} = \frac{\Delta \alpha}{2 \cdot \pi \cdot 1} \Leftrightarrow \Delta \varphi_\alpha = \Delta \alpha \cdot \cos(\delta)$$

(5)

Nu ændrer deklinationen sig jo også en smule, så man kan vælge gennemsnittet af stjernens to deklinationsværdier. Det giver os hermed mulighed for at skrive vinkelhastigheden op

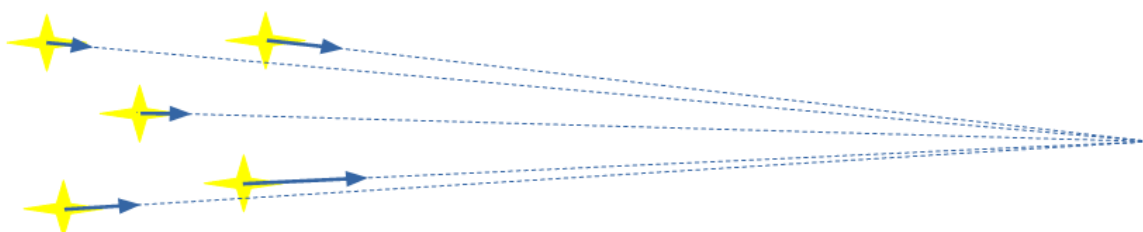
$$\mu = \frac{\sqrt{\Delta \alpha^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\delta_1 + \delta_2}{2}\right) + \Delta \delta^2}}{\Delta t} \quad (6)$$

Ovenfor er vinklerne naturligvis angivet i samme enhed.

2.3. Konvergens



Figur 5: To parallelle jernbaneskiner ser ud til at konvergere ude i horisonten. [3]



Figur 6: En hob af stjerner, der bevæger sig i samme retning ser ud til at bevæge sig mod et bestemt punkt på nattehimmelen. Konvergenspunktet er anbragt alt for nær hoben, og læseren bør antage at punktet ligger ganske langt til højre- og ind i papiret.

Betragt figur 5. To rette linier (jernbaneskiner) ser ud til at konvergere langt ude i horisonten. Vi ved jo godt, at det ikke sker i virkeligheden, men det ser sådant ud. Hvis en hob af stjerner bevæger sig (ca) i samme retning på nattehimmelen opstår det samme fænomen, dvs. det ser ud til at hobens stjerner konvergerer i et bestemt punkt på nattehimmelen. Fænomenet er forsøgt illustreret på figur 6.

2.4. Retningen til konvergenspunktet

Betragt figur 7. Her kan man ikke direkte se konvergenspunktet, da tegningen nu er mere korrekt lavet. Derfor ligger punktet langt væk fra hobens stjerner. På figuren er indtegnet hastighedsvektorer, og en af stjernerne har fået projiceret hastighedsvektoren i to komponenter – én langs sigtelinien, kaldet *radialhastigheden*, og én vinkelret derpå – kaldet *transversalhastigheden*. Det er nyttigt at gøre dette, da radialhastigheden kan måles.

Vinklen θ angiver vinklen mellem hoben og konvergenspunktet, og det er nødvendigt at bestemme den.

Øvelse 2.2

Vis ved at betragte figur 7, at følgende sammenhæng må gælde:

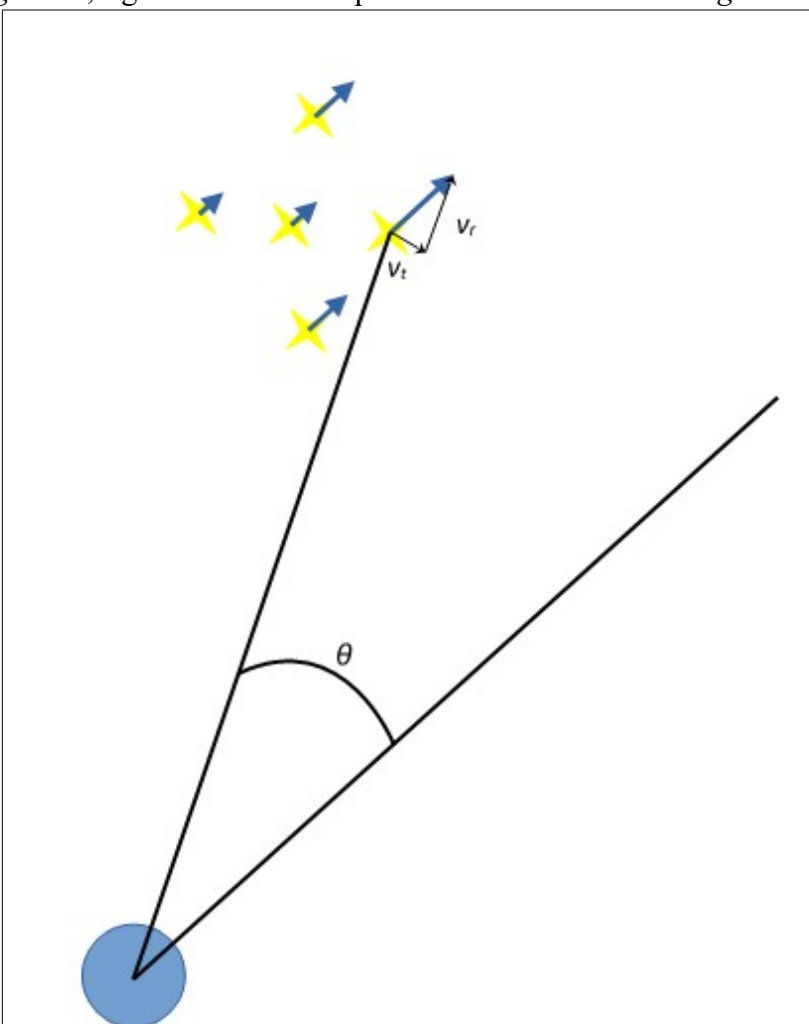
$$\tan(\theta) = \frac{v_t}{v_r} \quad (7)$$

Vi kan nu bortsostituere transversalhastigheden i formel 4 ved at bruge 7, og vi får følgende formel

$$d = \frac{v_r \cdot \tan(\theta)}{\mu} \quad (8)$$

Enheden for vinkelhastigheden, μ , skal være rad/s.

Ofte foretrækker astronomer at anvende "/yr (bueskunder pr. år) som enhed for vinkelhastigheden, og afstande måles i pc. Hvis vi gør dette, skal formel 8 omskrives, og man får formlen



Figur 7: Retningen mod konvergenspunktet er markeret med den sorte streg, der er til højre på tegningen, mens den venstre sorte streg (næsten) angiver retningen til hoben.

$$d = \frac{v_r \cdot \tan(\theta)}{4,74 \cdot \mu} \quad (9)$$

Radialhastigheden kan måles ved at måle et spektrum af stjernerne, og bagefter benytte sig af Dopplers lov

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c} \quad (10)$$

Afhængig af ens ambitionsniveau kan man enten slå radialhastighederne op for stjernerne eller måle dem. Radialhastigheder kan f. eks. slås op i Simbad. [8]

Man kan også selv ”måle” dem ved hjælp af et simuleringsprogram, som f. eks. *Vireo*. [7] Dvs. vi mangler kun at få bestemt vinklen mellem Hyaderne og konvergenspunktet.

2.5. Vinklen mellem Hyaderne og konvergenspunktet

For at finde vinklen θ , bliver man nødt til at bestemme positionen af konvergenspunktet. For at kunne gøre dette, skal man have et koordinatsæt samt en retningsvektor for hver stjerne. Den kan vi finde ud fra vinkelhastighederne, og det viser sig, at hvis vi tegner et (α, δ) -koordinatsystem, vil hældningstallet for hver stjernes bane være givet ved formelen

$$a = \frac{\mu_\delta}{\mu_\alpha} = \frac{\Delta\delta}{\Delta\alpha \cdot \cos(\bar{\delta})} \quad (11)$$

Øvelse 2.3

Tegn et retvinklet (α, δ) -koordinatsystem, og indtegn en stjerne. Tegn en hastighedsvektor på og forlæng vektoren, så den bliver en ret linie. Marker nu 1^h i rektascension og indtegn hældningstallet a . Vis nu formel 11.

Opgaven er så at indtegne samtlige stjerners retningsgrafer i et koordinatsystem og aflæse det punkt, hvor de fleste af linierne skærer hinanden. Det burde jo være alle linier, der skærer hinanden, men nogle af de målte stjerner er ikke en fysisk del af hoben, og der kan også være målefejl involveret.

Når konvergenspunktets koordinater er aflæste, kan man finde vinklen mellem punktet og hoben ved hjælp af følgende formel, som er taget fra den sfæriske trigonometri

$$\theta = \arccos(\sin(\delta_1) \cdot \sin(\delta_2) + \cos(\delta_1) \cdot \cos(\delta_2) \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2)) \quad (12)$$

Endelig kan man nu bruge formel 8 til at beregne afstanden til Hyaderne.

3. Opskrift

De nødvendige formler til Hyademethoden er gennemgået ovenfor, og på [5] er der et regneark, som har formlerne forprogrammeret. Graf-tegning foretages også. Dvs. læseren skal ”kun”

1. aflæse koordinatsæt for nogle stjerner på to billeder, der er taget med mindst 20 års mellemrum.
2. Slå radialhastigheder op for stjernerne eller måle dem f. eks. Ved hjælp af *Vireo* [7].
3. Aflæse konvergenspunktets koordinater og skrive dem ind i de relevante celler.

Derefter regnes afstanden til hoben ud for en.

4. Perspektivering til Afstandsstigen

Vi har set hvordan man på en geometrisk måde kan bestemme afstanden til Hyaderne. Dermed kan man fremover bruge Hyaderne i afstandsstigen ved at finde afstande til andre åbne hobe ved hovedseriefitning. Det kræver dog først, at man måler størrelsesklasserne for Hyaderne.

5. Referencer

1. Digitized Sky Survey.
2. Wikipedia.
3. [Interestingengineering.com](http://interestingengineering.com)
4. Stellarium.org
5. astro-gym.dk
6. [Den store danske](http://Denstoredanske.com)
7. <http://www3.gettysburg.edu/~marschal/clea/Vireo.html>
8. <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-fbasic>